

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГАОУ СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра информационных систем

“ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ И
МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ”

СЕВАСТОПОЛЬ

УДК 303.725.35: 519.8

Карлусов В.Ю. Исследование операций и методы оптимизации: учебное пособие / В.Ю. Карлусов. – Севастополь: Изд-во СевГУ, 2019. – 315 с.

Цель учебного пособия: устранение дефицита теоретических положений дисциплины с целью наиболее полного овладения математическим и вычислительным аппаратами, применяемыми в организационно-техническом управлении. Предназначено для студентов и магистрантов направлений и профилей 09.03.02 (09.04.02) – “Информационные системы и технологии” и 09.03.03 (09.04.03) – “Прикладная информатика” всех форм обучения

Методическое пособие рассмотрено и утверждено на заседании кафедры Информационных систем, протокол № 07 от 28 января 2019 г.

Методическое пособие рассмотрено и рекомендовано к изданию на заседании Учёного Совета Института информационных технологий и управления в технических системах 28 февраля 2019 года, протокол № 04.

Рецензенты:

Греков Н.А., доктор техн. наук, руководитель СНКТБ института природно-технических систем, г. Севастополь

Ярошенко А.А., доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры Высшей математики СевГУ

Ответственный за выпуск:

Заведующий кафедрой Информационных систем СевГУ, кандидат физ.-мат. наук, доцент И.П. Шумейко

Издательский номер №№ /19

СОДЕРЖАНИЕ		Стр.
ПРЕДИСЛОВИЕ		6
1.	ПРЕДМЕТ И ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ	7
1.1.	Основные определения	7
1.2.	Основная задача исследования операций	8
1.3.	Математические модели в исследовании операций	9
1.4.	Типовые задачи исследования операций	10
2.	МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ	19
2.1.	Задачи математического программирования (ЗЛП)	21
2.2.	Линейное программирование	21
2.2.1.	Построение математической модели	22
2.2.2.	Решение ЗЛП графическим методом	23
2.2.3.	Расширенная (каноническая) форма записи ЗЛП	27
2.2.4.	Определения и теоремы линейного программирования . . .	29
2.2.5.	Решение ЗЛП прямым симплекс-методом	31
2.2.6.	Решение ЗЛП методом искусственного базиса	41
2.2.7.	Решение ЗЛП модифицированным симплекс-методом . . .	46
2.2.8.	Двойственность в ЗЛП	52
2.2.9.	Формальная связь прямой и двойственной задач	53
2.2.10.	Теоремы двойственности	54
2.2.11.	Решение ЗЛП двойственным симплекс-методом	55
2.2.12.	Вопросы для самоконтроля	59
2.3.	Дискретное программирование	61
2.3.1.	Решение задачи ЛЦП методом Гомори	62
2.3.2.	Решение задачи ЛЦП методом ветвей и границ	66
2.3.3.	Вопросы для самоконтроля	70
2.3.4.	Транспортные задачи (ТЗ)	71
2.3.4.1.	Постановка ТЗ и общий принцип её решения методом потенциалов	71
2.3.4.2.	Нахождение начального опорного плана ТЗ методом северо-западного угла	75
2.3.4.3.	Нахождение начального опорного плана ТЗ методом минимальной стоимости	76
2.3.4.4.	Нахождение начального опорного плана ТЗ методом Фогеля (методом штрафов)	78
2.3.4.5.	Алгоритм решения ТЗ методом потенциалов	81
2.3.4.6.	Алгоритм решения ТЗ венгерским методом	88
2.3.4.7.	Алгоритм решения ТЗ с ограниченной пропускной способностью коммуникаций	98
2.3.4.8.	Решение задачи о назначениях	106
2.3.4.9.	Вопросы для самоконтроля	113

2.4. Решение задач параметрического программирования.	115
2.4.1. Решение задачи линейного программирования при параметрических изменениях вектора ограничений	116
2.4.2. Решение задачи линейного программирования при вариации коэффициентов целевой функции	122
2.4.3. Вопросы для самоконтроля	130
2.5. Нелинейное программирование (НП – программирование) . .	131
2.5.1. Аналитические методы определения экстремумов	131
2.5.2. Методы поиска экстремумов в задачах без ограничений или в случае ограничений с разделяющимися переменными	135
2.5.2.1. Прямые методы поиска	136
2.5.2.2. Градиентные методы поиска	148
2.5.3. Поиск экстремумов в задачах нелинейного программирования при ограничениях типа “равенство” (метод Лагранжа)	156
2.5.4. Общий случай задачи нелинейного программирования . .	159
2.5.4.1. Седловая точка в НП-задачах	161
2.5.4.2. Применение теоремы Куна-Таккера НП-задачам.	
2.5.5. Методы возможных направлений	165
2.5.5.1. Метод Зойтендейка	165
2.5.5.2. Метод проекции градиента Розена	170
2.5.6. Методы штрафных функций	174
2.5.6.1 Метод барьерных поверхностей (МБП)	176
2.5.6.2 Метод внешней точки	178
2.5.7. Задачи квадратичного программирования	179
2.5.8. Вопросы для самоконтроля	184
3. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ (СМО)	187
3.1. Марковские цепи и потоки событий	187
3.2. Простейший поток событий	189
3.3. Математические модели потоков	190
3.4. Модель Колмогорова для описания систем с вероятностными состояниями	192
3.5. Схема “гибели-размножения” и её модель	193
3.6. Понятие СМО. Формулы Литтла	195
3.7. Примеры СМО. Одноканальная СМО с отказами	197
3.8. Примеры СМО. Многоканальная СМО с отказами	199
3.9. Примеры СМО. Одноканальная СМО с неограниченной очередью	201
3.10. Пример решения практической задачи	204
3.11. Сводные показатели эффективности СМО	206

3.12. Вопросы для самоконтроля	207
4. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ИГР	209
4.1. Основные определения	209
4.2. Формальное описание игры двух персон с нулевой суммой ..	210
4.3. Седловая точка и оптимальные стратегии	211
4.4. Понятие о смешанных стратегиях	213
4.5. Теорема об активных стратегиях	214
4.6. Поиск оптимальных стратегий	217
4.6.1. Графоаналитический метод решения игровых задач	218
4.6.2. Использование принципа доминирования для снижения размерности платёжной матрицы игровой задачи	223
4.6.3. Построение эквивалентной ЗЛП по платёжной матрице ...	225
4.6.4. Итерационный метод решения матричной игры с нулевой суммой	227
4.7. Конечные позиционные игры двух персон	230
4.8. Многошаговые игры	241
4.8.1. Детерминированные игры	242
4.8.2. Стохастические игры	248
4.8.3. Рекурсивные игры	252
4.9. Бесконечные игры	254
4.9.1. Выпуклые и вогнутые игры	259
4.9.2. Игры с выбором момента времени действия в условиях полной информации (шумные дуэли)	266
4.9.3. Игры с выбором момента времени действия в условиях неполной информации (бесшумные и смешанные дуэли) ..	271
4.10. Игровые модели неантагонистических конфликтов (биматричные игры)	272
4.10.1. Некооперативные биматричные игры	273
4.10.2. Кооперативные игры	272
4.10.3. Содержательные примеры биматричных игр	289
4.11. Вопросы для самоконтроля	295
Заключение	296
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	297
ПРИЛОЖЕНИЕ А. ПОСТОПТИМАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ	303

ПРЕДИСЛОВИЕ

Аппарат математического программирования имеет широкий круг приложения: экономико-математические исследования, военное дело, проектирование автоматизированных систем, организационное управление et c. В его основу положены разнообразные оптимизационные алгоритмы, изучение которых, наряду с освоением вычислительных процедур, должно в немалой степени включать особенности применения и условия использования указанных алгоритмов.

В основу данного учебного пособия был положен опыт многолетнего преподавания дисциплин, связанных с методами исследования операций, на кафедре Информационных систем Севастопольского университета.

Анализ литературы в данной предметной области выявил тенденции, состоящие в том, что часть источников ориентирована на научных работников и специалистов в области прикладной математики, как это указывается в аннотации изданий, а другая часть — на экономистов. Поэтому, для “математической” группы книг характерна строгая доказательность предпосылок возникновения, шагов (этапов) и ожидаемых результатов применения изучаемых алгоритмов. “Экономисты” же довольствуются “пошаговыми инструкциями”, представляющими собой далеко не лучшие, из возможных реализаций, алгоритмы. Несколько компромиссными, по критерию симбиоза высшей математики и прикладной алгоритмизации, являются учебники Ю.П. Зайченко, адресованные, однако, прикладным математикам.

Поэтому в настоящем учебном пособии опущены доказательства теорем, и оставлены лишь те теоретические положения, которые отвечают за целостное восприятие излагаемого материала, его логическую связность и встроенность в общую картину мироздания. Отсутствие доказательств теорем компенсируется подробным (пошаговым) анализом вычислительного процесса.

Приводятся “сквозные” примеры, которые позволяют ярче выявить особенности осваиваемых методов.

По замыслу автора, после изучения настоящего учебного пособия студент должен

- **знать:** основные методы математического программирования и исследования операций;
- **уметь:** производить построение математических моделей и формулировать целевые функции в терминах исследования операций для решения экстремальных технических задач управления;
- **иметь:** навыки фактического применения оптимизационных методов.