ПРИЛОЖЕНИЕ А
(обязательное)
ПОСТОПТИМАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Постоптимальный анализ ещё называется исследованием на чувствительность. Целью проведения такого анализа является изучение влияния изменения отдельных параметров модели на оптимальное решение, получаемое при статических условиях. Очевидно, что такие изменения способны как “улучшать” так и “ухудшать” оптимальное решение.

В первом случае, целесообразно изменить условия задачи, рекомендовать руководителю, ответственному за организацию производственного процесса, соответствующим образом “подогнать” структуру производства под изменения с целью получения “более оптимального” решения. Подобный подход позволяет адаптировать математическую модель к реальным процессам.

Дополнительным фактором, понуждающим к проведению такого анализа, является наличие погрешностей вычислений, которые обусловлены особенностями представления и обработки чисел в ЭВМ.

Задачи, связанные с анализом моделей на чувствительность, изложены в работах [8, 29, 31, 71, 75, 76].

В ходе постоптимального анализа, как правило, необходимо рассмотреть влияние на устойчивость модели, которое окажут изменения правых частей системы ограничений и вектора коэффициентов целевой функции.

А.1. Пример содержательной постановки задачи

Артель “Босой подбородок” специализируется на производстве брутальных кремов для бритья (“Shaving cream for men”): “Compass” и “Aggression”. Продукция обоих видов поступает в бытовую продажу. Для производства кремов, помимо прочего, используются компоненты: “Stearic acid”, “Myristic acid” и “Potassium Hydroxide”.

Максимально возможные суточные запасы этих компонентов составляют 4, 6, 7 кГ соответственно. Расходы этих ингредиентов на одну тонну соответствующих кремов приведены в таблице 1.1.

Таблица А.1 — Параметры производства

Компоненты	Расход ингредиентов (кг / т)		Запас (кг)
	Compass	Aggression	
Stearic acid	2	1	4
Myristic acid	3	5	6
Potassium Hydroxide	1	5	7

Оптовые цены одной тонны косметики равны между собой и составляют 1 тыс. экю.

Какова должна быть структура производства, то есть, какое количество Shaving cream for men каждого вида должна производить артель “Босой подбородок” за смену, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

По этому условию может быть выполнена постановка задачи в терминах линейного программирования. Определить план $X = (x_1, x_2)$, обеспечивающий оптимальное решение для следующей математической модели:

$$F(x_1, x_2) = 1 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 \to \max, \tag{А.1}$$

при ограничениях

$$\begin{cases} 2 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 \le 4, \\ 1 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 \le 6, \\ 3 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 \le 7, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases} \tag{А.2}$$

А.2. Результаты решения задачи линейного программирования

Ход решения задачи симплекс-методом приведём без будь-каких комментариев, поскольку данные методы достаточно подробно освещены как в специальной литературе [2, 3, 7, 10, 13,17, 23, 24, 27, 31 – 37, 41, 44, 45, 39, 59, 60, 71, 72, 79 – 82, 84], так и настоящем пособии. Помимо этого у читателя есть опыт практического применения указанных методов, приобретённый в ходе выполнения лабораторных (дневная форма обучения) либо контрольных (заочная форма обучения) работ.

Таблица А.2 – Начальная симплекс-таблица

Базис	$C_Б$	C_j	1	1	0	0	0
		A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
$\leftarrow A_3$	0	4	2	1	1	0	0
A_4	0	6	1	5	0	1	0
A_5	0	7	3	5	0	0	1
	δ	0	$-1\uparrow$	-1	0	0	0

Таблица А.3 – Симплекс-таблица после первой итерации

Базис	$C_Б$	C_j	1	1	0	0	0
		A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
A_1	1	2	1	1/2	1/2	0	0
A_4	0	4	0	9/2	– 1/2	1	0
$\leftarrow A_5$	1	1	0	7/2	– 3/2	0	1
	δ	2	0	$-1/2\uparrow$	1/2	0	0

Окончательно приведём оптимальное решение задачи, выполненное вручную с обычными дробями (таблица А4) и компьютерное, округлённое с десятичными дробями (таблица А.5). Точность обоих результатов предоставим читателю сравнить самостоятельно.

Таблица А.4 – Результат оптимального решения вручную

Базис	$C_Б$	C_j	1	1	0	0	0
		A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
A_1	1	13/7	1	0	5/7	0	– 1/7
A_4	0	19/7	0	0	10/7	1	– 9/7
A_2	1	2/7	0	1	– 3/7	0	2/7
	δ	15/7	0	0	2/7	0	1/7

Таблица А.5 – Симплекс-таблица решения, выполненного на ЭВМ

Базис	$C_Б$	C_j	1	1	0	0	0
		A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
A_1	1	1,86	1	0	0,71	0	– 0,14
A_4	0	2,71	0	0	1,43	1	–1,286
A_2	1	0,286	0	1	– 0,43	0	0,286
	δ	2,143	0	0	0,286	0	0,143

В результате решения получен следующий оптимальный план производства, в тоннах:

$$X_{opt}^{T} = \begin{bmatrix} \frac{13}{7} & \frac{2}{7} \end{bmatrix} \text{ или } X_{opt}^{T} = \begin{bmatrix} 1{,}86 & 0{,}29 \end{bmatrix}/$$

при этом максимальное значение функции составит, в тыс. экю:

$$X_{\max} = \frac{15}{7} \cong 2{,}143.$$

А.3. Пример выполнения постоптимального анализа

Ниже будут рассмотрены влияние на устойчивость оптимального решения, которое окажут вариации правых частей системы ограничений и вектора коэффициентов целевой функции.

А.3.1. Определение устойчивости оптимального решения к изменениям элементов вектора ограничений

В ходе анализа модели на чувствительность к изменениям правых частей ограничений (измерению объемов ресурсов) необходимо дать ответы на следующие вопросы.

Каков статус ресурсов, какие из них являются “дефицитными”, а какие “недефицитными”?

Какова значимость “дефицитных” ресурсов, то есть, изменение объёма какого из ресурсов является наиболее выгодным, с точки зрения обеспечения наибольшего дохода (или наименьших потерь) для производства?

В каких пределах допустимо изменение запаса ресурсов, при которых их влияние на исходную модель задачи линейного программирования адекватно описывается двойственной задачей?

Как отразится на оптимальном плане увеличение (уменьшение) запаса ресурсов?

Проведение анализа модели на чувствительность связанно с использованием теории двойственности [22, 33 – 37]. Поэтому в курсовой работе необходимо построить двойственную задачу и найти ее решение.

Для рассматриваемой нами прямой задачи (А.1) и (А.2), по формальным правилам [33], можно получить модель соответствующей двойственной задачи:

$$Z(y_1, y_2, y_3) = 4 \cdot y_1 + 6 \cdot y_2 + 7 \cdot y_3 \to \min, \qquad (А.3)$$

$$\begin{cases} 2 \cdot y_1 + 1 \cdot y_2 + 3 \cdot y_3 \geq 1; \\ 1 \cdot y_1 + 5 \cdot y_2 + 5 \cdot y_3 \geq 1; \\ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0. \end{cases} \qquad (А.4)$$

Оптимальное решение двойственной задачи, согласно известным теоремам [33] и следствиям из них, исходя из таблицы А.5, есть

$$Y_{\min}^T = [0{,}286 \quad 0{,}000 \quad 0{,}143].$$

Значение функции цели при этом составит $Z(Y_{\min}) = 2{,}143$.

Определение статуса ресурсов.

Ресурсы относятся к дефицитным, если оптимальный план предусматривает их полное использование, а при частичном использовании ресурсов они считаются недефицитными.

Статус ресурсов для любой модели линейного программирования можно установить непосредственно из оптимальной симплекс-таблицы исходной (прямой) задачи по значению дополнительных переменных.

Положительное значение дополнительной переменной указывает на ***неполное*** использование дополнительного ресурса, на его “недефицитность”.

Напротив, ***нулевое*** значение дополнительной переменной указывает на “дефицитность” ресурса, его ***полное*** использование.

В рассматриваемом нами примере дополнительные переменные x_3 и x_5 равны нулю, следовательно, исходные продукты Stearic acid и Potassium Hydroxide являются “дефицитными”, а продукт Myristic acid — “недефицитным” (x_4 = 2,714).

Аналогичный вывод можно сделать и из анализа оптимального решения двойственной задачи. Так как продукту Myristic acid соответствует нулевая оценка (y_2=0), он является “недефицитным”, а продукты Stearic acid и Potassium Hydroxide — “дефицитными”, поскольку соответствующие оценки положительны (y_1 = 0,286; y_3 =0,143).

Определение значимости ресурсов.

Значимость ресурса можно охарактеризовать величиной улучшения оптимального значения целевой функции $F(x_1, x_2)$ прямой задачи, приходящейся на единицу прироста данного ресурса.

Как следует из теоремы о чувствительности [72], значимость ресурса всегда можно определить по значению двойственных переменных в оптимальном решении двойственной задачи. Изменение свободного члена i-го ограничения исходной задачи на величину δ_{b_i} вызывает изменение целевой функции на величину $\Delta F = \delta_{b_i} \cdot y_i$, где y_i - двойственная оценка i-го ресурса. Если приращения запасов ресурса берутся из диапазона допустимых изменений, то изменение целевой функции будет линейно зависеть от изменений запасов ресурса, и при этом структура оптимального плана (то есть множество переменных совокупно с соответствующими базисными векторами) не будет меняться.

Таким образом, б**О**льшее значение двойственной переменной соответствует б**О**лее значимому ресурсу.

В данном примере ($y_1 = 0{,}286$; $y_2 = 0{,}0$; $y_3 = 0{,}143$). Таким образом, из двух дефицитных ресурсов продукт Stearic acid имеет большую значимость, нежели Potassium Hydroxide, и увеличение объемов запасов этого продукта более выгодно с точки зрения влияния на значение целевой функции.

Действительно, если объем продукта Stearic acid увеличивается на $\delta_{b_1} = 1$, то целевая функция увеличится на величину $\Delta F = 1 \cdot y_1 = 0{,}286$.

А при увеличении объема запасов продукта Potassium Hydroxide на $\delta_{b_3} = 1$, то целевая функция увеличится только на величину $\Delta F = 1 \cdot y_3 = 0{,}143$.

Определение допустимых интервалов изменения запасов ресурсов.

Произвольное изменение запасов ресурсов (то есть правых частей ограничений) может привести к недопустимости текущего решения. Поэтому важно определить диапазон изменений компонент вектора ограничений, в котором допустимость решений не нарушается.

Пусть найдено оптимальное решение некоторой задачи линейного программирования $X_{opt}^T = [x_1 \quad \ldots \quad x_m \quad 0 \quad \ldots \quad 0] \equiv \left\| a_{i,0}^* \right\|,\ i = \overline{1,m}$, где $a_{i,0}^*$ — компоненты оптимального решения задачи, расположенные в столбце A_0. Для того, чтобы приращение левой части r-го ограничения δ_{b_r} не нарушало допустимости этого оптимального решения, необходимо, чтобы выполнялась система неравенств

$$a_{i,0}^* + \delta_{b_r} \cdot a_{i,n+r} \geq 0,\ i = \overline{1,m}, \qquad (A.5)$$

где $a_{i,n+r}$ — компоненты столбца A_{n+r} таблицы оптимального решения.

Определим диапазон изменения δ_{b_1} для более значимого ресурса Stearic acid. Согласно (A.5) имеем систему неравенств

$$\begin{cases} 1{,}86 + 0{,}71 \cdot \delta_{b_1} \geq 0, \\ 2{,}71 + 1{,}43 \cdot \delta_{b_1} \geq 0, \\ 0{,}286 - 0{,}43 \cdot \delta_{b_1} \geq 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \delta_{b_1} \geq \dfrac{1{,}86}{0{,}71} \cong -2{,}6; \\ \delta_{b_1} \geq \dfrac{2{,}71}{1{,}43} \cong -1{,}9; \\ \delta_{b_1} \leq \dfrac{0{,}286}{0{,}43} \cong 0{,}66. \end{cases}$$

Обратите внимание, что в качестве коэффициентов при неизвестных использованы компоненты столбца A_3 таблицы А.5. В результате решения системы неравенств, получаем диапазон $-1{,}9 \leq \delta_{b_1} \leq 0{,}66$, откуда следует, что допустимый интервал изменения ресурса $2{,}1 \leq b_1 \leq 4{,}66$.

Таким образом, первоначальный запас продукта Stearic acid (4 кг) может быть увеличен до 4,66 кГ или уменьшен до 2,1 кГ без нарушения допустимости решения.

Однако уменьшение запаса ресурса, в данном случае, повлечет за собой уменьшение прибыли от реализации продукции, поэтому является нецелесообразным.

Аналогичные исследования для ресурса Potassium Hydroxide на основании системы (А.5), используя компоненты столбца A_5, таблицы 5 приведут к следующему:

$$\begin{cases} 1{,}86 - 0{,}14 \cdot \delta_{b_3} \geq 0, \\ 2{,}71 - 1{,}286 \cdot \delta_{b_3} \geq 0, \\ 0{,}286 + 0{,}286 \cdot \delta_{b_3} \geq 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \delta_{b_3} \leq \dfrac{1{,}86}{0{,}14} \cong 13{,}285; \\ \delta_{b_3} \leq \dfrac{2{,}71}{1{,}286} \cong 2{,}107; \\ \delta_{b_3} \geq \dfrac{-0{,}286}{0{,}286} = -1{,}0. \end{cases}$$

Откуда $-1{,}0 \leq \delta_{b_3} \leq 2{,}107$, а допустимый интервал изменения ресурса Potassium Hydroxide есть $6 \leq b_3 \leq 9{,}107$. Как и для продукта Stearic acid, уменьшение ресурса Potassium Hydroxide нецелесообразно.

Если приращения вводятся сразу для нескольких (а в самом общем случае – для всех) ограничений, то в этом случае вместо системы (5) будет её обобщение вида

$$a_{i,0}^{*} + \sum_{r=1}^{m} \delta_{b_r} \cdot a_{i,n+r} \geq 0,\ i = \overline{1,m}. \qquad \text{(А.6)}$$

Система (А.6) для оптимального решения, представленного таблицей А.5, будет выглядеть так

$$\begin{cases} 1{,}86 + 0{,}71 \cdot \delta_{b_1} - 0{,}14 \cdot \delta_{b_3} \geq 0; \\ 2{,}71 + 1{,}43 \cdot \delta_{b_1} - 1{,}286 \cdot \delta_{b_3} \geq 0; \\ 0{,}286 - 0{,}43 \cdot \delta_{b_1} + 0{,}286 \cdot \delta_{b_3} \geq 0; \\ \delta_{b_1} \geq 0; \\ \delta_{b_3} \geq 0. \end{cases} \tag{А.7}$$

Последние два ограничения неотрицательности формально в запись (А.6) не входят. Но ранее мы убедились, что отрицательные приращения дефицитных ресурсов (уменьшение их) нецелесообразны. Система (А.7), в данном случае, может быть легко решена графоаналитически (рисунок А.1, без учёта ограничений неотрицательности).

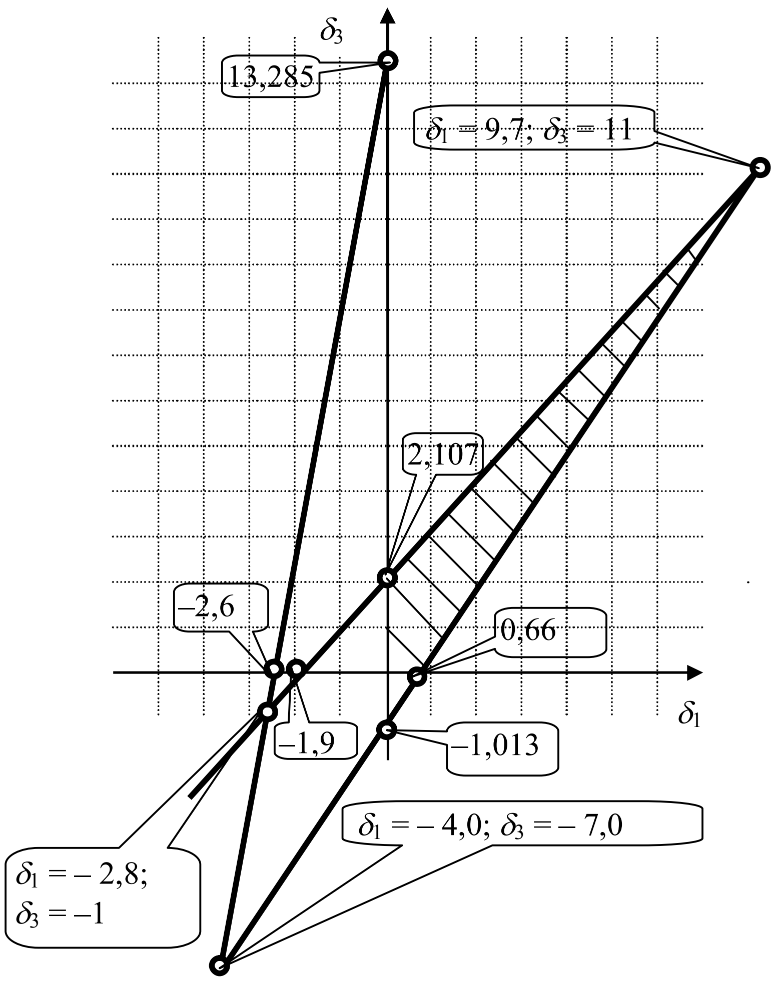

Рисунок А.1 – Решение системы ограничений (А.7)

В результате решения, мы получим область, в пределах которой ***одновременное изменение*** приращений дефицитных ресурсов ***не сказывается*** на структуре оптимального решения.

Ранее нами были получены ограничения на изменения одного из дефицитных ресурсов при неизменности другого:

$$\begin{cases} 0 \le \delta_{b_1} \le 0{,}66; \\ 0 \le \delta_{b_3} \le 2{,}107. \end{cases} \qquad (А.8)$$

Несложно показать, что усиление системы (А.7) добавлением к ним условий (А.6) приведёт к тому, что область одновременного изменения дефицитных ресурсов будет представлять собой прямоугольник, ограниченный осями координат δ_1, δ_3 и прямыми $\delta_1 = 0{,}66$, $\delta_3 = 2{,}107$. Заметим, что это решение не противоречит системе ограничений (А.6).

Таким образом, исследование устойчивости, проводимое по каждому дефицитному ресурсу в отдельности, позволяет построить прямоугольник или параллелепипед (в перспективе, *n*-мерный гиперпараллелепипед), в пределах которого можно варьировать приращения всех дефицитных ресурсов одновременно без риска выхода за пределы допустимости текущего оптимального решения.

Взаимозаменяемость дефицитных ресурсов.

Часто возникает задача о замене одного дефицитного ресурса другим, так, чтобы функция цели при этом не менялась. Очевидно, что в этом случае приращения для дефицитных ресурсов должны соотноситься как

$$\delta_{b_q} = \frac{\delta^*_{n+s}}{\delta^*_{n+q}} \cdot \delta_{b_s} \qquad (А.9)$$

или

$$\delta_{b_s} = \frac{\delta^*_{n+q}}{\delta^*_{n+s}} \cdot \delta_{b_q}\,. \qquad (А.10)$$

где δ_{b_q} и δ_{b_s} — приращение пары дефицитных ресурсов q и s соответственно, δ^*_{n+q} и δ^*_{n+s} — значения симплекс-разностей, соответствующих этим ресурсам в таблице оптимального решения.

Применительно к таблицам 4 и 5 замена дефицитного сырья Stearic acid на Potassium Hydroxide должна проводиться, в соответствии с (7) в пропорции

$$\delta_{b_1} = \frac{0{,}143}{0{,}286} \cdot \delta_{b_3} = 0{,}5\,,$$

а замена компонента Potassium Hydroxide на Stearic acid в пропорции

$$\delta_{b_3} = \frac{0{,}286}{0{,}143} \cdot \delta_{b_1} = 2{,}0 .$$

Исследование зависимости оптимального решения от изменений запасов ресурсов.

Из математики известно, что линейная зависимость может быть представлена двумя точками в пространстве. Однако погрешность расчётов ведёт к искажению местоположения отдельных точек зависимости. Поэтому расчёты целесообразно проводить по точкам. Будем изменять запасы ресурса Stearic acid, начиная с 4 кг (начальный запас) с шагом h = 0,1 кг до 4,66 кг. Округленные результаты расчётов приведены в таблице А.6.

Таблица А.6 – Расчётные точки прямой

δ_{b_1}, [кг]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,66
b_1, [кг]	4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,66
ΔF, [тыс. экю]	0	0,03	0,06	0,09	0,11	0,14	0,17	0,19
F, [тыс. экю]	2,14	2,17	2,2	2,23	2,25	2,28	2,31	2,33

Для определения оптимальных решений, соответствующих ряду ограничений, приведённому во второй строке таблицы 6 (то есть оптимального плана производства кремов), можно решить задачу на ЭВМ с новыми значениями свободных членов ограничений, либо воспользоваться известным выражением

$$X' = A^{-1} \times B' ,$$

где X' – вектор оптимального решения, A^{-1} – обратная матрица, составленная из столбцов оптимальной симплекс-таблицы для дополнительных переменных, B' – новый вектор правых частей ограничений. В частности, для рассматриваемого примера:

$$X' = \begin{bmatrix} x_1' \\ x_4' \\ x_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}86 & 0 & 0{,}71 \\ 2{,}71 & 1 & 1{,}43 \\ 0{,}286 & 0 & -0{,}43 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4+\delta_{b_1} \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}86 + 0{,}71 \cdot \delta_{b_1} \\ 2{,}71 + 1{,}43 \cdot \delta_{b_1} \\ 0{,}286 - 0{,}43 \cdot \delta_{b_1} \end{bmatrix} .$$

Ниже, в таблице А.7, приводятся данные, соответствующие изменениям запаса добавки Stearic acid, с 4 кг до 4,66 кг, при шаге 0,1 кг.

Таблица А.7 — Данные об оптимальном выпуске кремов для бритья в зависимости от объёмов запаса добавки Stearic acid

b, [кг]		4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
X'_{opt} [т] =	x'_1	1,86	1,93	2,0	2,07	2,14	2,20	2,28
	x'_2	0,28	0,24	0,2	0,16	0,11	0,07	0,03
F, [тыс. экю]		2,14	2,17	2,2	2,23	2,25	2,28	2,31

Проведённые расчёты позволяют сделать вывод, что с увеличением объема запасов добавки Stearic acid (на 0,6 кг) увеличивается выпуск крема “Compass” на 0,42 т, и уменьшается выпуск крема для бритья “Aggression” на 0,25 т. При этом общая прибыль от реализации продукции увеличивается на 170 экю.

А.3.2. Определение устойчивости оптимального решения к изменениям элементов вектора коэффициентов целевой функции

Вызывает интерес определение границ изменения коэффициентов функции цели, при которых структура оптимального плана остаётся без изменений. В экономической интерпретации это определение возможных изменений расценок (себестоимости или прибыли) по каждому типу выпускаемой продукции при неизменной структуре производства [36, 59].

Условию неизменности оптимального решения отвечает сохранение знаков симплекс-разностей в таблице, соответствующей этому решению. Указанное условие, в случае, когда задача решается на максимум, формулируется в виде системы неравенств

$$\delta_j + \sum_{r=1}^{m} a_{r,j} \cdot \delta_{C_r} \geq 0, \qquad j = \overline{1, n+m}, \tag{А.8}$$

в которых δ_j — симплекс-разности, обеспечивающие остановку алгоритма в точке достижения оптимума; δ_{C_r} — приращение коэффициента функции цели при переменной, находящейся в оптимальном решении в r-й строке симплекс-таблицы.

Для симплекс-таблицы А.5, согласно (А.8), можно записать такую систему:

$$\begin{cases} 0{,}286 + 0{,}71 \cdot \delta_{C_1} - 0{,}43 \cdot \delta_{C_2} \geq 0, \\ 0{,}143 - 0{,}14 \cdot \delta_{C_1} + 0{,}286 \cdot \delta_{C_2} \geq 0. \end{cases} \tag{А.9}$$

Для случая, когда изменяется первый коэффициент функции цели, система (9) примет вид

$$\begin{cases} 0{,}286 + 0{,}71 \cdot \delta_{C_1} \geq 0, \\ 0{,}143 - 0{,}14 \cdot \delta_{C_1} \geq 0, \end{cases} \tag{А.10}$$

а когда изменяется второй её коэффициент то

$$\begin{cases} 0{,}286 - 0{,}43 \cdot \delta_{C_2} \geq 0, \\ 0{,}143 + 0{,}286 \cdot \delta_{C_2} \geq 0. \end{cases} \tag{А.11}$$

Решение систем ограничений (10) и (11) даст следующие диапазоны приращений

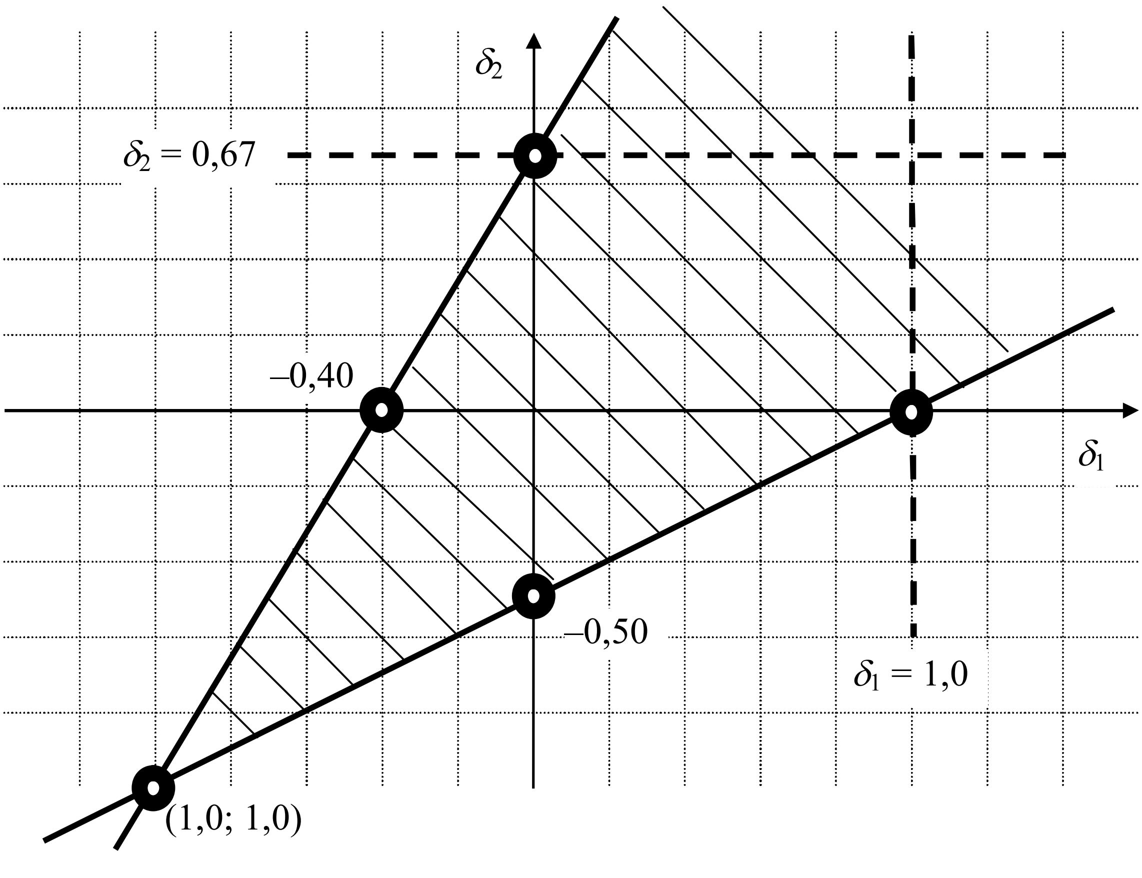

Рисунок А.2 – Область устойчивости модели по функции цели

$$\begin{cases} -0{,}6 \le \delta_{c_1} \le 1{,}0; \\ -0{,}5 \le \delta_{c_2} \le 0{,}67 \end{cases}$$ или с учётом не убывания функции цели $$\begin{cases} 0 \le \delta_{c_1} \le 1{,}0; \\ 0 \le \delta_{c_2} \le 0{,}67. \end{cases}$$

Решение (А.9) представим в графоаналитическом виде на рисунке А.2 выше.

Пунктиром показаны верхние границы областей допустимых решений систем неравенств (А.10) и (А.11). Таким образом, при величинах изменений коэффициентов функции цели, находящихся между двумя прямыми, структура оптимального решения задачи меняться не будет.

По результатам проведённых исследований можно порекомендовать руководству артели при разработке ценовой политики артели “Босой подбородок” удерживать колебания цен на кремы “Compass” и “Aggression” в рамках коридора, определяемого заштрихованной областью, как бы ни был велик соблазн выйти за её пределы. Получаемая прибыль может быть рассчитана по формуле (А.1) после введения соответствующих корректив в коэффициенты функции цели.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Необходимо отметить, что построение детерминированных математических моделей лишь отчасти отвечает производственно-экономическим задачам. Строго говоря, на практике имеют место, в лучшем случае, параметрические зависимости в моделях. Подавляющее же большинство реальных ситуаций потребуют для моделирования учёта значительного числа параметров, с одной стороны, и учёта вероятностного характера их проявления и взаимодействия с другой.

Известно, что одним из практических подходов к решению задач большой размерности и задач стохастического программирования является их декомпозиция и, в конечном итоге, сведение, с учётом различных допущений, к задачам линейного программирования и их решению, чему, собственно и посвящено приложение.