Multi-Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP)

Ayudante: Pablo Estobar
pablo.estobar@usm.cl

INTRODUCCIÓN - VEHICLE ROUTING PROBLEMS

En el ámbito de la logística y la distribución, los **Vehicle Routing Problems (VRP)** son un conjunto de problemas que se centran en la **optimización de rutas** para vehículos de transporte con el objetivo de satisfacer la **demanda** de un conjunto de **clientes** o ubicaciones. Estos problemas surgen en una variedad de contextos, como la distribución de mercancías, la recolección de residuos, la gestión de conjuntos de vehículos, entre otros.

Los **VRP** implican determinar las rutas óptimas para un conjunto de vehículos, teniendo en cuenta factores como la capacidad de los vehículos, las restricciones de **tiempo**, la **distancia** y el **costo de transporte**, así como también **minimizar el tiempo de viaje** total o la **distancia recorrida**. El objetivo es **optimizar la eficiencia operativa** y **minimizar los costos asociados** con la distribución de bienes o la prestación de servicios.

EJEMPLOS - VEHICLE ROUTING PROBLEMS

Algunos ejemplos de variantes de los **VRP** incluyen:

- **Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)**: Consiste en **VRP**, pero agregando vehículos con restricciones de capacidad.
- **Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW)**: Consiste en **VRP**, pero agregando vehículos con restricciones de capacidad y ventanas de tiempo en la cual los clientes deben ser atendidos.
- **Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery (VRPPD)**: Consiste en **VRP**, pero agregando la condición de que los vehículos también deben recoger pedidos/paquetes en ciertas ubicaciones.

El objetivo en este tipo de problemas es **minimizar el tiempo** y **distancia total recorrida**, considerando las **restricciones impuestas** (que varían entre problemas).

DEFINICIÓN – MDVRP

El Multi-Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP) se trata de encontrar las mejores rutas para que **m** vehículos que parten desde **t** depósitos, cubran las necesidades de una serie de **n** clientes.

Entonces, cada depósito tiene **m** vehículos con las mismas capacidades, los cuales pueden llevar una carga máxima de **Q** y deben respetar una distancia máxima de viaje **D**. Por otro lado, cada cliente tiene su propio tiempo de servicio **d**, demanda **q**, y frecuencia del servicio **f**, con diferentes combinaciones de visita posibles **a** y un listado del orden de visita, que está relacionado con **a**.

El objetivo de este problema es organizar todo de manera eficiente, que se consigue al **minimizar la distancia total recorrida**, satisfaciendo todas las **restricciones** de los clientes y depósitos.

FORMATO INSTANCIAS - INPUT

El formato de las instancias de entradas es el siguiente:

$$
\begin{array}{cccccccc}
type & M & N & T & & & & \\
D_1 & Q_1 & & & & & & \\
\vdots & \vdots & & & & & & \\
D_T & Q_T & & & & & & \\
1 & x_1 & y_1 & d_1 & q_1 & f_1 & a_1 & list_1 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
N & x_N & y_N & d_N & q_N & f_N & a_N & list_N \\
N+1 & x_{N+1} & y_{N+1} & d_{N+1} & q_{N+1} & f_{N+1} & a_{N+1} & \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\
N+T & x_{N+T} & y_{N+T} & d_{N+T} & q_{N+T} & f_{N+T} & a_{N+T} &
\end{array}
$$

Donde cada constante consiste en:

- $type$: Tipo de problema, donde en particular para MDVRP $type \equiv 2$.
- M: Cantidad de vehículos por cada depósito.
- N: Cantidad de clientes.
- T: Cantidad de depósitos.
- D_t: Duración máxima de una ruta desde un depósito i. En este caso se contabiliza el tiempo es igual a la distancia más la duración del servicio por cliente.
- Q_t: Capacidad máxima que puede llevar un vehículo desde un depósito i.
- i: Identificador de un cliente o depósito. En este caso se presentan desde $i \in [1, N]$ a los clientes y desde $i \in [N+1, N+T]$ a los depósitos.

FORMATO INSTANCIAS - INPUT

- x_i: Coordenada en el eje de las abscisas de un cliente o depósito i.
- y_i: Coordenada en el eje de las ordenadas de un cliente o depósito i.
- d_i: Tiempo de duración del servicio para un cliente i. En este caso, los depósitos no presentan tiempo de servicio.
- q_i: Demanda de un cliente i. En este caso, los depósitos no presentan demanda.
- f_i: Frecuencia de visita de un cliente i, que consiste en las veces mínimas que se debe visitar a un cliente. En este caso, los depósitos no presentan frecuencia de visita.
- a_i: Combinaciones de visita a un cliente i. En este caso, los depósitos no presentan combinaciones de visita.
- $list_i$: Lista del orden de visita posible para un cliente i en una ruta. En este caso, los depósitos no presentan combinaciones de visita.

Y los valores posibles para cada constante son:

- $type \equiv 2$
- $M, N, T, i \in \mathbb{N}$
- $D_i, Q_i \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}, i \in [1, T]$
- $x_i, y_i \in \mathbb{R}, i \in [1, N+T]$
- $d_i, q_i \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}, i \in [1, N]$
- $f_i \in \mathbb{N} \cup \{0\}, i \in [1, N]$
- $a_i \in \mathbb{N}, i \in [1, N]$
- $d_i, q_i, f_i, a_i \equiv 0, i \in [N+1, N+T]$

Considerando que las combinaciones de visita de los clientes son siempre iguales al número de depósitos y que para los depósitos, el tiempo de servicio, demanda, frecuencia de visita y combinaciones de visita son siempre cero.

FORMATO SALIDA - OUTPUT

El archivo de salida debe tener el nombre **INSTANCIA_SEMILLA.out**, donde **INSTANCIA** es el nombre de la instancia utilizada y **SEMILLA** es la *seed* utilizada para la aleatoriedad.

El formato de las salidas es:

$$
\begin{array}{lllll}
Z & & & & \\
1 & 1 & d_{1,1} & q_{1,1} & route_{1,1} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
1 & M & d_{M,1} & q_{M,1} & route_{M,1} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
t & k_t & d_{k_t,t} & q_{k_t,t} & route_{k_t,t} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
T & 1 & d_{1,T} & q_{1,T} & route_{1,T} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
T & M & d_{M,T} & q_{M,T} & route_{M,T}
\end{array}
$$

Donde cada variable consiste en:

- Z: Distancia total recorrida por todos los vehículos de todos los depósitos (valor a minimizar).
- t: Depósito t.
- k_t: Vehículo de un depósito t.
- $d_{k_t,t}$: Tiempo del recorrido de un vehículo k_t de un depósito t.
- $q_{k_t,t}$: Carga de un vehículo k_t de un depósito t.
- $route_{k_t,t}$: Ruta de un vehículo k_t de un depósito t.

FORMATO SALIDA - OUTPUT

Y los valores posibles para cada variable son:

- $Z \in \mathbb{R}^+$
- $t \in \mathbb{N}, t \in [1, T]$
- $k_t \in \mathbb{N}, k_t \in [1, M]$
- $d_{k_t,t}, q_{k_t,t} \in \mathbb{R}^+$
- $route_{k_t,t,j} \in \mathbb{N}, j \in [1, N]$

Es importante destacar que para las lrutas de las salidas existen dos opciones, dado que un vehículo debe salir de un depósito y volver al mismo.

- Se puede iniciar y terminar la ruta con el valor 0, para indicar el depósito.
- Se puede iniciar y terminar la ruta con el valor del índice del depósito, como por ejemplo si hay 9 clientes y 3 depósitos, iniciar y terminar la ruta del vehículo 1 del segundo depósito con 11.

EJEMPLO - INSTANCIA

Dada la siguiente instancia:

2	2	4	2				
0	20						
0	20						
1	−1	−1	2	14	1	2	1 2
2	−2,5	2,5	0	3,5	1	2	1 2
3	3,5	7	0	17	1	2	1 2
4	2	10	0	5	1	2	1 2
5	0	0	0	0	0	0	
6	2	2	0	0	0	0	

Se sabe sobre las constantes que:

- $type = 2 \wedge M = 2 \wedge N = 4 \wedge T = 2$
- $D_1, D_2 = 0 \wedge Q_1 = Q_2 = 20$
- $(X_i, Y_i) = [(-1,-1), (-2{,}5, 2{,}5), (3{,}5, 7), (2, 10), (0,0), (2,2)]$
- $d_1 = 2 \wedge d_2 = d_3 = d_4 = d_5 = d_6 = 0$
- $q_1 = 14 \wedge q_2 = 3{,}5 \wedge q_3 = 17 \wedge q_4 = 5 \wedge q_5 = q_6 = 0$
- $f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = 1 \wedge f_5 = f_6 = 0$
- $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 2 \wedge a_5 = a_6 = 0$
- $list_1 = list_2 = list_3 = list_4 = [1, 2]$

EJEMPLO - DATOS

Entonces interpretando esta instancia, se debe cumplir la demanda de **4** clientes, desde **2** depósitos, con **2** vehículos cada uno, desde los cuales cada vehículo puede salir con hasta **20** de carga y no existe una restricción de longitud por depósito.

Los **4** clientes tienen una frecuencia de de visita de **1**, por lo que deben ser visitados una sola vez.

Las posibles combinaciones de visita de los clientes indican que pueden ser visitados por cualquiera de los dos depósitos, dado que en la lista **1** representa el primer depósito y **2** el segundo.

Finalmente, el primer cliente tiene tiempo de servicio de **2**, por lo que el vehículo que vaya a satisfacer su demanda, tardará **2** segundos además del viaje, pero recordando que estos dos segundos no se contabilizan en la solución final, dado que ***Z*** es la distancia total, no el tiempo.

EJEMPLO - POSIBLES SOLUCIONES

Solución con 0 representando los depósitos:

36,339

1	1	4,828	14	0 1 0
1	2	7,071	3,5	0 2 0
2	1	16	5	0 4 0
2	2	10,440	17	0 3 0

Solución con índice representando los depósitos:

35,197

1	1	10,757	17,5	5 1 2 5
1	2	0	0	5 5
2	1	10,440	17	6 3 6
2	2	16	5	6 4 6

En este caso, en la segunda solución se pudo haber omitido el vehículo 2 del depósito 1, puesto que no aporta al valor total calculado.

REFERENCIAS

Wan, F., Guo, H., Pan, W., Hou, J., & Chen, S. (2023). A mathematical method for solving multi-depot vehicle routing problem. Soft Computing, 27(21), 15699-15717.

Cordeau, J. F., Gendreau, M., & Laporte, G. (1997). A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems. Networks: An International Journal, 30(2), 105-119.

Christofides, N., & Eilon, S. (1969). An algorithm for the vehicle-dispatching problem. Journal of the Operational Research Society, 20, 309-318.

REFERENCIAS

Galindres-Guancha, L., Toro-Ocampo, E., & Rendón, R. (2018). Multi-objective MDVRP solution considering route balance and cost using the ILS metaheuristic. International Journal of Industrial Engineering Computations, 9(1), 33-46.

Cerdeira, J. O. (1992). On the Multi-Depot Vehicle Routing Problem. In Operations Research'91: Extended Abstracts of the 16th Symposium on Operations Research held at the University of Trier at September 9–11, 1991 (pp. 144-147). Physica-Verlag HD.