12/23演算法作業NP問題介紹

1. 選定問題:

分團問題介紹

1. 屬於哪種?(NP,NP-complete,NP-hard)

屬於NP-complete

1. 定義/解釋:

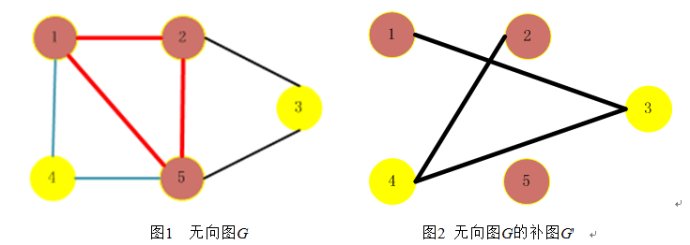
[1]是問一個圖裡面的所有點可否分成*k*個[分團](https://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=%E5%88%86%E5%9C%98_(%E5%9C%96%E8%AB%96)&action=edit&redlink=1" \o "分團 (圖論)（頁面不存在）)。一旦給定了這個圖該怎麼分成*k*個分團，我們可以在[多項式時間](https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%A4%9A%E9%A0%85%E5%BC%8F%E6%99%82%E9%96%93)裡面檢證這個答案是否正確，因此我們可以知道這個問題屬於[NP](https://zh.wikipedia.org/wiki/NP_(%E8%A4%87%E9%9B%9C%E5%BA%A6))。

1. 假設是NP-C=>如何證明?

為了證明是NP-C，要先證明一個是NP問題，若給定一個點集，只需檢查每個點是否與其他點相連，可驗證的正確性，而此驗證步驟是可以在多項式時間內完成的，**所以分團問題是NP-C**。

1. 目前已有的解法=>透過甚麼演算法?=>程式

[2]目前已有的解法

如圖1所示，給定無向圖G ={ V , E }，其中V ={1,2,3,4,5}，E ={(1,2), (1,4), ( 1,5), (2,3), (2,5), (3,5), (4,5)}。根據MCP定義，子集{1,2}是圖G的一個大小為2的完全子圖，但不是一個團，因為它包含於G的更大的完全子圖{1,2,5}之中。{1,2,5}是G的一個最大團。{1,4,5}和{2,3,5}也是G的最大團。圖2是無向圖G的補圖G '。根據最大獨立集定義，{2,4}是G的一個空子圖，同時也是G的一個最大獨立集。雖然{1,2}也是G '的空子圖，但它不是G '的獨立集，因為它包含在G '的空子圖{1,2,5}中。{1,2,5}是G '的最大獨立集。{1,4,5}和{2,3,5}也是G '的最大獨立集。

以圖1為例，利用回溯法搜索其空間樹，具體搜索過程（見圖3所示）如下：假設我們按照1®2®3®4®5的順序深度搜索。開始時，根結點R是唯一活結點，也是當前擴展結點，位於第1層，此時當前團的頂點數cn =0，最大團的頂點數bestn =0。在這個擴展結點處，我們假定R和第二層的頂點1之間有邊相連，則沿縱深方向移至頂點1處。此時結點R和頂點1都是活結點，頂點1成為當前的擴展結點。此時當前團的頂點數cn =1，最大團的頂點數bestn =0。繼續深度搜索至第3層頂點2處，此時頂點1和2有邊相連，都是活結點，頂點2成為當前擴展結點。此時當前團的頂點數cn =2，最大團的頂點數bestn =0。再深度搜索至第4層頂點3處，由於頂點3和2有邊相連但與頂點1無邊相連，則利用剪枝函數剪去該枝，此時由於cn+ni =2+5-4=3 > bestn =0，則回溯到結點2處進入右子樹，開始搜索。此時當前團的頂點數cn =2，最大團的頂點數bestn =0。再深度搜索至第5層頂點4處，由於頂點3和4無邊相連，剪去該枝，回溯到結點3處進入右子樹，此時當前團的頂點數cn =2，最大團的頂點數bestn =0。繼續深度搜索至第6層頂點5處，由於頂點5和4有邊相連，且與頂點1和2都有邊相連，則進入左子樹搜索。由於結點5是一個葉結點，故我們得到一個可行解，此時當前團的頂點數cn =3，最大團的頂點數bestn =3。v i的取值由頂點1至頂點5所唯一確定，即v =(1, 2, 5)。此時頂點5已不能再縱深擴展，成為死結點，我們返回到結點4處。由於此時cn+ni =3+5-6=2< bestn =3，不能在右子樹中找到更大的團，利用剪枝函數可將結點4的右結點剪去。以此回溯，直至根結點R再次成為當前的擴展結點，沿著右子樹的縱深方向移動，直至遍歷整個解空間。最後得到圖1的按照1®2®3®4®5的順序深度搜索的最大團為U ={1,2,5}。當然{1,4,5}和{2,3,5}也是其最大團。

* 演算法設計:

無向圖G的最大團和最大獨立集問題都可以用回溯法在O(n2^n)的時間內解決。圖G的最大團和最大獨立集問題都可以看做是圖G的**頂點集V的子集選取**問題。因此可以用**子集樹**來表示問題的解空間。

首先設最大團為一個空團，往其中加入一個頂點，然後依次考慮每個頂點，檢視該頂點加入團之後仍然構成一個團，如果可以，考慮將該頂點加入團或者捨棄兩種情況，如果不行，直接捨棄，然後遞迴判斷下一頂點。對於無連線或者直接捨棄兩種情況，在遞迴前，可採用剪枝策略來避免無效搜尋。為了判斷當前頂點加入團之後是否仍是一個團，只需要考慮**該頂點和團中頂點是否都有連線**。**如果剩餘未考慮的頂點數加上團中頂點數不大於當前解的頂點數**，可停止繼續深度搜索，否則繼續深度遞迴當搜尋到一個葉結點時，即可停止搜尋，此時更新最優解和最優值。

參考文獻:

[1]<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%88%86%E5%9C%98%E8%A6%86%E8%93%8B%E5%95%8F%E9%A1%8C>

[2]<https://www.cnblogs.com/wkfvawl/p/11923848.html>

[3]<https://www.itread01.com/content/1544325737.html>