Universidad Nacional de Colombia
Departamento de Física y Matemáticas
Miembros del grupo: Andrés Harker, Cristian Pérez

Semestre 2022-1
G1 Oscilaciones y Ondas

Taller: Semana 1

Respuesta a Problema 1.

a) sea $x(t) = ACos(\omega t + \phi)$ entonces

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -mA\omega^2 Cos(\omega t + \phi) \\ &= -m\frac{k}{m}ACos(\omega t + \phi) \\ &= -kACos(\omega t + \phi) \\ &= -kx \end{aligned}$$

donde $\omega = \sqrt{k/m}$

b) sea $x(t) = BSin(\omega t) + CCos(\omega t)$ entonces

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -mB\omega^2 Sin(\omega t) - mC\omega^2 Cos(\omega t) \\ &= -mB\frac{k}{m}Sin(\omega t) - mC\frac{k}{m}Cos(\omega t) \\ &= -BkSin(\omega t) - CmCos(\omega t) \\ &= -kx \end{aligned}$$

donde $\omega = \sqrt{k/m}$

Respuesta a Problema 2.

Haciendo la expansión del coseno de la suma, tenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} ACos(\omega t + \phi) &= A(Cos(\omega t)Cos(\phi) - Sen(\omega t)Sen(\phi)) \\ &= [ACos(\phi)]Cos(\omega t) + [-ASen(\omega t]Sen(\omega t) \end{aligned} \tag{1}$$

Por tanto, nuestro A y B en la segunda ecuación son determinados por una constante $A = A'$ en la primera, luego la relación es:

$$A = [A'Cos(\phi)]B = [-A'Sen(\omega t] \tag{2}$$

Respuesta a Problema 3.

a) Si $x(t) = ACos(\omega t. + \phi)$ entonces:

$$x(0) = ACos(\phi) = x_0$$

$$v(0) = -A\omega Sin(\phi) = v_0$$

Luego

$$\frac{v_0}{x_0} = -\omega Tan(\phi) \quad \Rightarrow$$

$$-\frac{v_0}{\omega x_0} = Tan(\phi) \quad \Rightarrow$$

$$ArcTan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right) = \phi \quad \Rightarrow$$

Y ademas

$$x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} = A^2Cos^2(\phi) + A^2Sin^2(\phi) \quad \Rightarrow$$

$$x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} = A^2 \quad \Rightarrow$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$$

b) Si $x(t) = BSin(\omega t) + CCos(\omega t)$ entonces:

$$x(0) = C = x_0$$

$$v(0) = B\omega = v_0$$

Luego

$$C = x_0$$
$$B = \frac{v_0}{\omega}$$

Respuesta a Problema 4.

Dado que la fuerza $F = mg$ en algún momento es igual a $F_r = -kx$, existe un punto de equilibrio de tal manera que hay una fuerza equivalente $F_e = F_r - F_g$. Luego la fuerza resultante es equivalente a un sistema de resorte vertical (asumiendo rozamientos y fuerzas externas despreciables).

Respuesta a Problema 5.

Del esquema de fuerzas de la figura 1 obtenemos que:

$$ml\ddot{\theta} = -mgSen(\theta)$$

Luego:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}Sen(\theta) = 0$$

y tomando θ pequeño entonces:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$$

Cuya solucion es de la forma:

$$\theta(t) = ACos(\omega t + \phi)$$

Donde:

$$\dot{\theta} = -\omega ASin(\omega t + \phi)$$

Por lo cual su energia cinetica queda como

$$K = \frac{1}{2}ml^2\omega^2A^2Sin^2(\omega t + \phi)$$

Y ademas como la energia potencial graviatacional es de la forma $U = mgy$ entonces la energia potencial para el caso del pendulo quedara como:

$$U = mglCos(\theta)$$

Respuesta a Problema 6.

Teniendo en cuenta el estado en equilibrio $m = 0{,}1kg$ y $x = 0{,}1m$ con la siguiente ecuación:

$$mg = F_g = F_r = kx = (0{,}1kg)(9{,}8m/s^2) = k(0{,}1m)k = 9{,}8N/m \tag{3}$$

a). Dado que $\omega^2 = k/m$, encontramos que la ecuación diferencial del movimiento resulta:

$$d^2x/dt^2 + 98x = 0$$

b). Dado el estado inicial, por la ecuación armónica:

$$x(t) = ACos(\omega t + \phi)$$

Tenemos $A = 6cm = 0{,}06m$, $\phi = 0$ dado que parte de reposo y $v = 0$. Luego:

$$x(t) = 0{,}06Cos(7\sqrt{2}t)$$

Respuesta a Problema 7.

Dado que el periodo de un pendulo es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Entonces el tiempo requerido para que el pendulo de un metro complete una oscilacion es:

$$12T_1 = 24\pi\sqrt{1/9{,}82} = 24{,}1seg$$

por tanto el tiempo que tarda el pendulo de longuitud desconocida en completar 11 oscilaciones es $24{,}1seg$ luego:

$$11T_2 = 24{,}1 = 22\pi\sqrt{\frac{l_2}{9{,}82}}$$

entonces:

$$l_2 = \left(\frac{24{,}1}{22\pi}\right)^2 (9{,}82) = 1{,}2m$$

Respuesta a 8.

Teniendo en cuenta la energía potencial de la gravedad $U = mgh$ y que la energía del resorte en el punto más alto es $U = 1/2kx^2$. Igualamos la energía:

$$\omega^2 = k/m = gh/x^2 = (9{,}8)(0{,}49)/(0{,}245)^2$$

$$\omega^2 = 80$$

Dado que $\omega = 2\pi f$ tenemos:

$$f = 8{,}94/2\pi = 1{,}423Hz$$

o $T = 0{,}703s$

Respuesta a Problema 9.

De la figura 2 vemos que si la masa esta en equilibrio:

$$ky = mg \quad \Rightarrow$$

$$k = \frac{mg}{y} \quad \Rightarrow$$

$$k = \frac{0{,}1(9{,}82)}{9{,}82} = 0{,}1 \quad \Rightarrow$$

Y por tanto si adiciona una masa de $0{,}2kg$ entonces el resorte se elongara:

$$y = \frac{0{,}3(9,82)}{0{,}1} = 29{,}46m$$

Respuesta a 10).

Dado que la energía se conserva, tenemos (aún no sé hacer gráficas) que el m_2 tiene la energía del sistema, que luego se convierte en un sistema con masa 1 y masa 2 que llamamos masa 3, m_3, que gana una velocidad v'. Así tenemos lo siguiente:

$$1/2m_2v^2 = 1/2m_3v'^2$$

$$v' = 8\sqrt{2}$$

De la misma manera, la energía se conserva de la siguiente forma:

$$1/2mv'^2 = 1/2kx^2$$

$$x = 4\sqrt{2}$$

Así, la amplitud es $A = 4\sqrt{2}$ y la $\omega^2 = k/m$, luego $\omega = 2$. Finalmente, tenemos la ecuación deducida como:

$$x(t) = 4\sqrt{2}Sen(2t)$$