

MODULAZIONE DI FREQUENZA (FM = Frequency Modulation)

Inventata da **Armstrong** nel **1935**, ma regolamentata solo nel **1961** in **Europa** all'interno delle radiodiffusioni stereofoniche, costituisce un considerevole miglioramento rispetto alla **AM** sia per immunità ai disturbi cui è invece molto soggetta la **AM**, che per numero di canali effettivamente disponibili, che per l'alta fedeltà delle trasmissioni.

È usata anche per la parte audio del segnale televisivo, trasmesso via etere, per la televisione satellitare analogica, per i cellulari di tipo **ETACS**, oltre che per alcune trasmissioni dei radioamatori.

Per le trasmissioni stereofoniche sono riservate in Italia le frequenze da **88** a **108 MHz** all'interno delle **VHF**.

Questo è un altro motivo che determina la bontà delle trasmissioni in **stereofonia**, in quanto la maggior parte dei disturbi, interferenze, rumori, ecc. hanno spettro che si estende fino a circa **50 MHz** e non oltre.

Ha lo svantaggio di avere una banda molto maggiore della **AM**, per cui è stato necessario attribuirle una gamma di frequenze di cento volte più alta per consentire di usare larghezze di banda molto maggiori.

Ha anche lo svantaggio di richiedere circuiti alquanto più complessi della **AM** sia in trasmissione che in ricezione.

Nella modulazione di frequenza, la **frequenza** della **portante** viene fatta variare secondo l'**ampiezza** della **modulante**, mentre l'ampiezza della **portante** rimane invariata (figura 1).

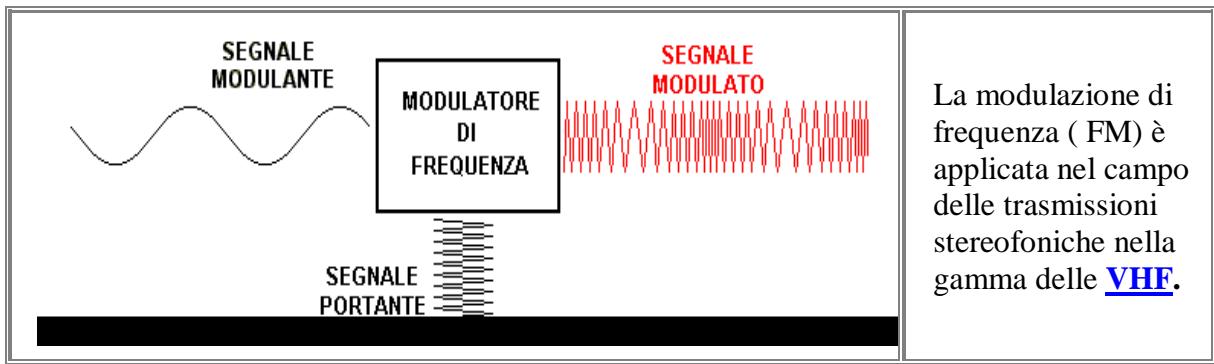


Figura 1. La modulazione FM

GENERALITÀ

Le radiodiffusioni in **stereofonia** attualmente usano la **FM** (Frequency Modulation).

L'insieme delle frequenze che il microfono della camera di regia registra, è costituito dalla banda stereofonica, che è stata normalizzata già nel **1961** dalla F.C.C. (Federal Communications Commission):

$$B = 30 \text{ Hz} - 15 \text{ KHz}$$

Questa banda coincide quasi con la banda di sensibilità dell'orecchio umano che è, mediamente:

$$B = 20 \text{ Hz} - 20 \text{ KHz}$$

in modo che questo sistema stereofonico consente praticamente di trasmettere tutto quello che l'orecchio umano può sentire.

Diversamente avveniva per le trasmissioni in **AM**, attualmente attive ma in disuso, che avendo una banda di **5.000 Hz** sono molto più simili alla banda telefonica che è:

$$B = 300 \text{ Hz} - 3.400 \text{ Hz}$$

Nella **AM**, infatti, si trasmette la voce umana, ma non la musica, o meglio, non fedelmente, visto che i violini, ad esempio, hanno uno spettro che supera i **9.000 Hz** e che quindi è ben trasmesso dalla **FM** che arriva a **15.000 Hz** ma mal trasmesso dalla **AM** che arriva appena a **5.000 Hz**.

NOZIONI TEORICHE

Nella **FM** sono presenti: una **modulante** di tipo **analogico**, ed una **portante sinusoidale**.

Ma, un segnale periodico può essere pensato come sviluppo in serie di **Fourier**, cioè costituito dalla somma di infinite sinusoidi e questa serie può essere troncata a quella armonica la cui ampiezza ha valore trascurabile per gli strumenti e per i sensi dell'uomo.

Pertanto, è sempre lecito considerare il segnale modulante come costituito da singole sinusoidi. Per semplicità esaminiamo una sola di queste armoniche la cui funzione matematica si può esprimere indifferentemente sia in seno che in coseno.

Ad esempio:

PORTANTE:	MODULANTE:	con: $\omega_p \gg \omega_m$
$v_p(t) = V_p \cos(\omega_p t)$	$v_m(t) = V_m \cos(\omega_m t)$	

Nella modulazione di frequenza (**FM**), l'ampiezza del segnale modulato è mantenuta costante ed eguale al valore della portante a riposo V_p .

La frequenza invece varia, proporzionalmente all'ampiezza istantanea del segnale modulante ed il massimo scarto di frequenza, rispetto alla frequenza portante a riposo si chiama Δf e, in Europa, è uguale a **75 KHz** essendo stato normalizzato nel **1961**.

La rapidità con cui avviene tale variazione è determinata dalla rapidità della legge di variazione nel tempo del segnale modulante stesso, ω_m

Pertanto, mentre nella portante a riposo: $v_p(t) = V_p \cos \omega_p t$

la pulsazione ω_p ha valore costante, nel segnale modulato la nuova pulsazione deve essere proporzionale, secondo una costante K_F caratteristica del modulatore, all'ampiezza del segnale modulante:

$$v_m(t) = V_m \cos \omega_m t$$

Dunque la pulsazione istantanea del segnale modulato in FM deve avere la forma:

$$\omega_{FM}(t) = \omega_p + K_F V_m \cos \omega_m t = 2\pi \left(f_p + \frac{K_F V_m}{2\pi} \cos \omega_m t \right) = 2\pi (f_p + \Delta f \cos \omega_m t)$$

$$\Delta f = \frac{K_F V_m}{2\pi}$$

$$\omega(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}$$

$$d\phi(t) = \omega(t) dt$$

$$\phi(t) = \int (\omega_p + K_F V_m \cos \omega_m t) dt = \omega_p t + \frac{K_F V_m}{\omega_m} \sin \omega_m t$$

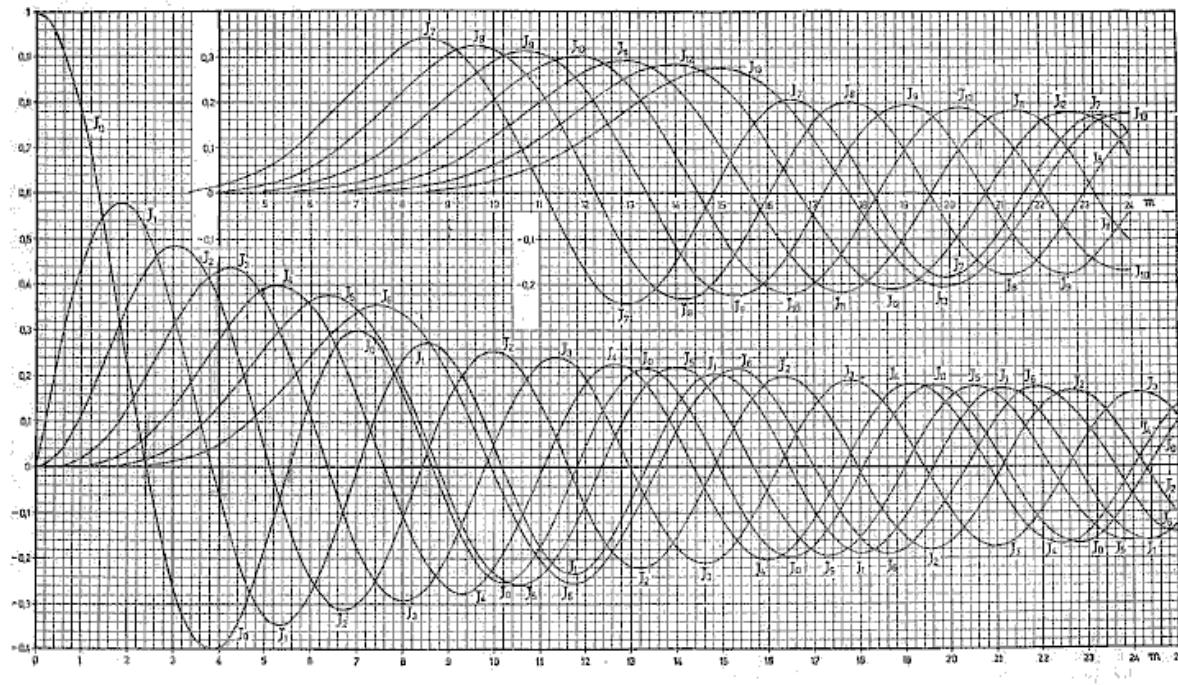
$$v_{FM}(t) = V_p \cos \left(\omega_p t + \frac{K_F V_m}{\omega_m} \sin \omega_m t \right) = V_p \cos(\omega_p t + m \sin \omega_m t)$$

$$m = \frac{K_F V_m}{\omega_m} = \frac{K_F V_m}{2\pi f_m} = \frac{\Delta f}{f_m}$$

$$v_{FM}(t) = V_p \cos(\omega_p t + m \sin \omega_m t)$$

In base alla serie di **Bessel** si dimostra che v_{FM} è un segnale in modulazione in frequenza di una **portante sinusoidale** con una **modulante sinusoidale** ed è formato da **infinte sinusoidi** secondo la seguente espressione matematica:

$$\begin{aligned} v_{FM}(t) &= V_p J_0(m) \cos \omega_p t + V_p J_1(m) [\cos(\omega_p + \omega_m)t - \cos(\omega_p - \omega_m)t] + \\ &\quad + V_p J_2(m) [\cos(\omega_p + 2\omega_m)t + \cos(\omega_p - 2\omega_m)t] + \\ &\quad + V_p J_3(m) [\cos(\omega_p + 3\omega_m)t - \cos(\omega_p - 3\omega_m)t] + \\ &\quad + V_p J_4(m) [\cos(\omega_p + 4\omega_m)t + \cos(\omega_p - 4\omega_m)t] + \dots \end{aligned}$$



Sull'asse delle ascisse vi è l'indice di modulazione **m**, e sulle ordinate le funzioni di **Bessel J_0, J_1, J_2, \dots** .

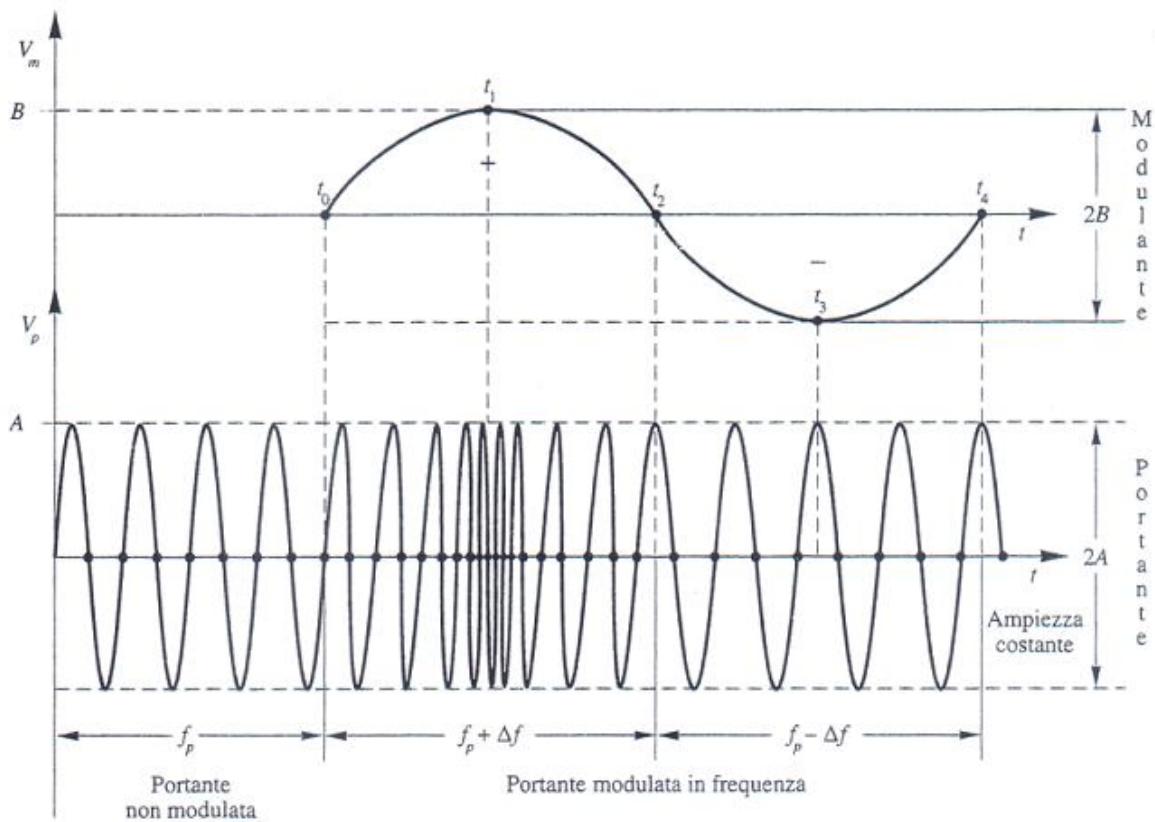
Le funzioni di **Bessel** possono assumere valori inferiori a **1** in modulo ed anche il valore **0**.

Si deduce che per alcuni valori dell'indice di modulazione **m**, alcune righe dello spettro del segnale modulato in **FM** possono sparire.

Si chiamano zeri di **Bessel** quei valori dell'indice di modulazione **m** (2,4; 5,5; 8,7; 11,8; ecc.) che annullano **J_0** , per cui la trasmissione avviene in assenza di portante, e quindi con rendimento del **50%**.

Deviazione di frequenza

Il processo della FM può essere rappresentato come in figura seguente.



Dalla figura si nota che in assenza di modulazione (assenza del segnale di informazione) la frequenza della portante è costante per cui i punti corrispondenti al passaggio per lo zero sono fra loro equidistanti.

In presenza del segnale della modulante, supposta sinusoidale, la frequenza della portante inizia a variare.

All'intervallo di tempo t_0 , t_2 corrisponde la semionda positiva della modulante, mentre all'intervallo t_2 , t_4 corrisponde quella negativa. La massima e la minima ampiezza si hanno all'istante t_1 ed all'istante t_3 rispettivamente.

La variazione quindi della frequenza della portante avviene nel modo seguente: la frequenza della portante inizia ad aumentare all'istante t_0 e raggiunge la massima variazione all'istante in cui la semionda positiva della tensione della modulante raggiunge il massimo valore B (istante t_1); entro questo intervallo la distanza tra i punti corrispondenti al passaggio per lo zero va diminuendo. Da t_1 a t_2 la tensione della modulante torna a diminuire e quindi anche la frequenza della portante diminuisce in modo proporzionale: entro l'intervallo t_1 e t_2 la distanza tra i punti di zero aumenta ed all'istante t_2 riacquista la distanza nominale corrispondente all'assenza di modulazione. Nell'intervallo seguente t_2 , t_3 in cui la tensione della modulante raggiunge il massimo valore negativo la frequenza della portante continua a diminuire e raggiunge la variazione minima all'istante t_3 ; in questo istante la distanza tra i punti di zero è massima. Infine, terminando il ciclo, tra l'istante t_3 e t_4 la frequenza della portante riprende ad aumentare, perché così si comporta la tensione del segnale a bassa frequenza; la distanza tra i punti di zero diminuisce fino a riacquistare la distanza nominale.

Pertanto osservando la figura si nota che la frequenza della portante raggiunge il massimo valore dove la distanza dei punti di zero è minima (istante t_1) e raggiunge il minimo valore nel punto in cui la distanza dei punti di zero diventa massima (istante t_3). È ovvio che per poter determinare tale variazione in più o in meno rispetto al valore della frequenza non modulata bisogna assumere come riferimento l'istante intermedio in cui la frequenza del segnale a RF passa da una variazione massima ad una variazione minima, cioè l'istante t_2 .

Tale variazione prende il nome di *deviazione di frequenza Δf* e rappresenta il massimo spostamento di frequenza del segnale modulato sopra o sotto la frequenza della portante.

Il contenuto dell'informazione pertanto va attribuito nelle differenti distanze fra i punti di zero (variazioni di frequenza) e non nell'ampiezza della portante come accadeva nella modulazione AM.

SPESSO DEL SEGNALE MODULATO FM

Per lo studio dello spettro, cioè dell'insieme di tutte le sinusoidi che rappresentano nel dominio della frequenza il segnale modulato, è più semplice fare un esempio.

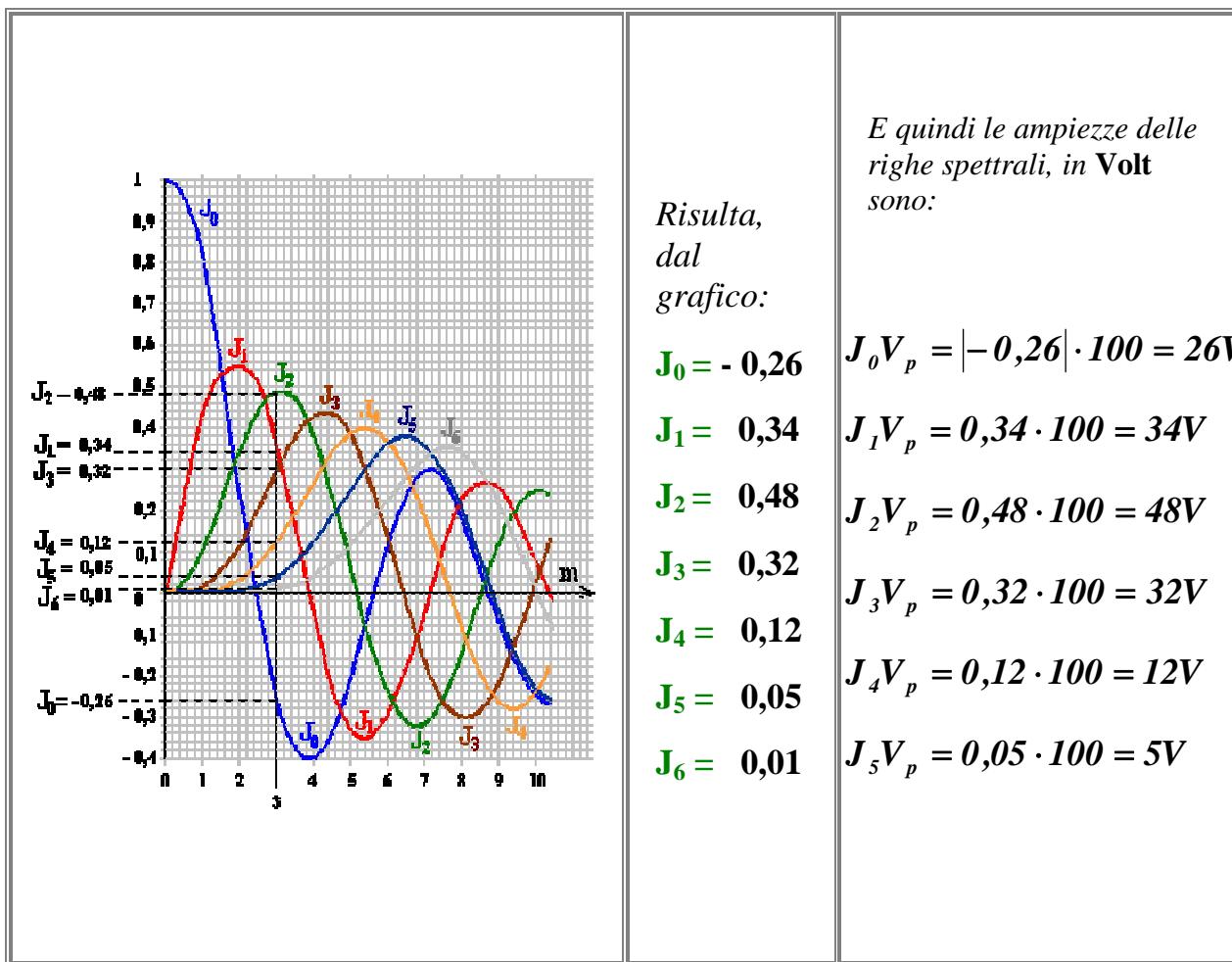
Esercizio: Tracciare lo spettro di un segnale in modulazione di frequenza (FM) con:

- $f_p = 100 \text{ MHz}$
- $f_m = 15 \text{ KHz}$
- $\Delta f = 45 \text{ KHz}$
- $V_p = 100 \text{ V}$

$$m = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{45.000}{15.000} = 3$$

Si determina il valore di m in base alla formula:

Si traccia, sul diagramma delle funzioni di **Bessel**, un segmento parallelo all'asse delle ordinate in corrispondenza del valore $m = 3$ dell'indice di modulazione e, dall'intersezione con tutte le curve **J₀**, **J₁**, **J₂**, ..., si determinano i valori che queste funzioni **J₀**, **J₁**, **J₂**, ..., assumono come è schematicamente indicato nella figura sotto.

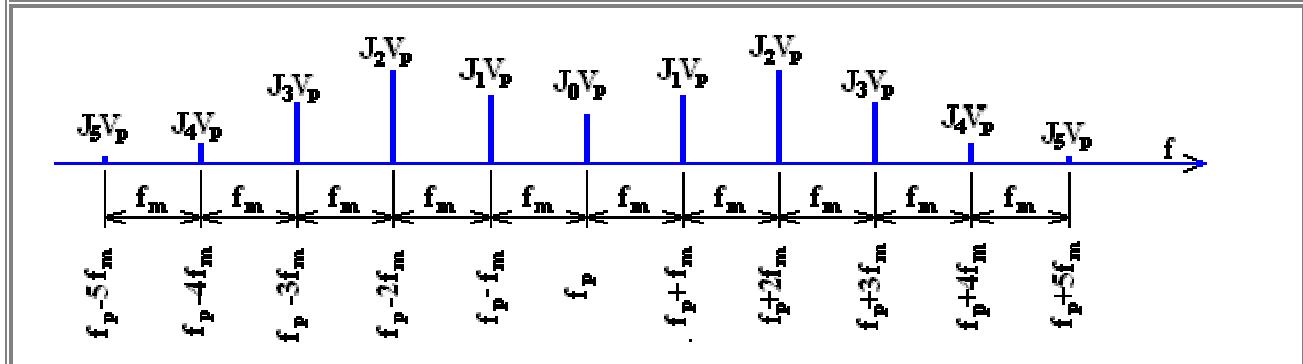


Si definisce **BANDA** di un segnale l'insieme delle frequenze di valore significativo che lo costituiscono e cioè, nel caso in esame, di ampiezza superiore all'**1%** della portante non modulata.

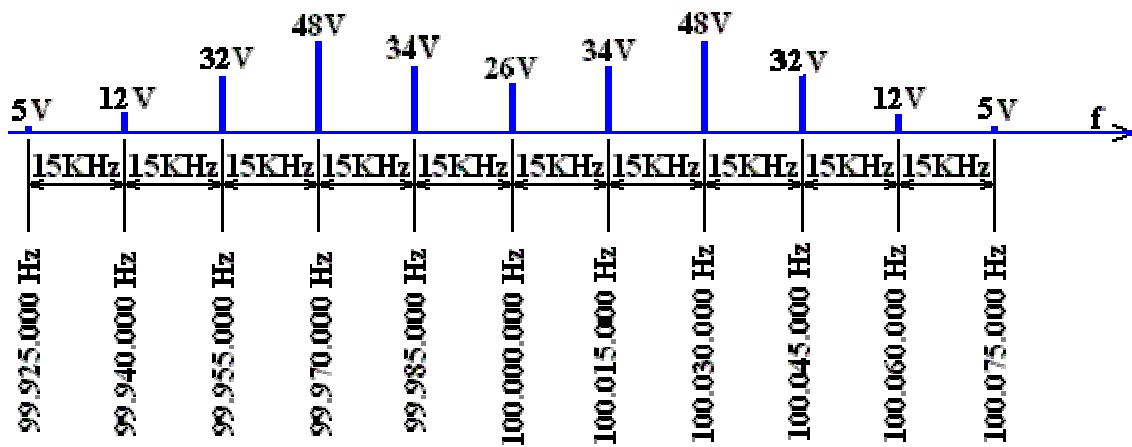
Nel caso in esame, osservando che nelle funzioni di **Bessel** il valore di riferimento della portante non modulata, cioè J_0 con $m=0$ è uguale a **1**, si stabilisce di considerare come facenti parte integrante della **banda** del segnale modulato in **FM** soltanto quelle funzioni di **Bessel** il cui valore in corrispondenza al valore di m prescelto, sia superiore, in modulo, a **0,01**.

Ecco perché nel nostro esempio abbiamo escluso J_6 , sesta funzione di **Bessel** e le successive.

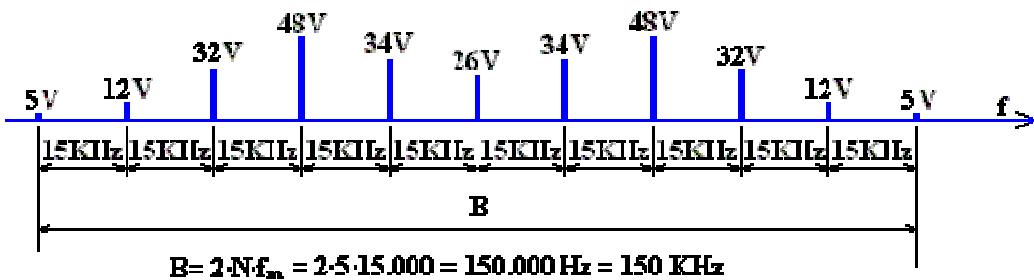
Ottenuti i valori delle funzioni di **Bessel**, si traccia la **banda** del segnale modulato in **FM**:



Lo stesso, con i valori numerici risulta:



Nel nostro esempio la larghezza di banda è la seguente:



La formula per determinare la larghezza di banda in FM è dunque:

$$B = 2 \cdot N \cdot f_m$$

Per determinare però la larghezza di banda occorre conoscere i diagrammi delle funzioni di Bessel, come abbiamo fatto noi, oppure il numero delle righe spettrali, cosa che è possibile solo disponendo di un buon **analizzatore di spettro**.

Si può calcolare la larghezza di banda, sia pure in modo approssimativo, senza disporre né dell'analizzatore di spettro, né delle funzioni di **Bessel**, usando una formula empirica, dovuta a **Carson**:

$$B = 2(\Delta f + f_{m\max})$$

dove Δf è il massimo scarto in frequenza rispetto alla portante a riposo, e $f_{m\max}$ è la massima frequenza modulante.

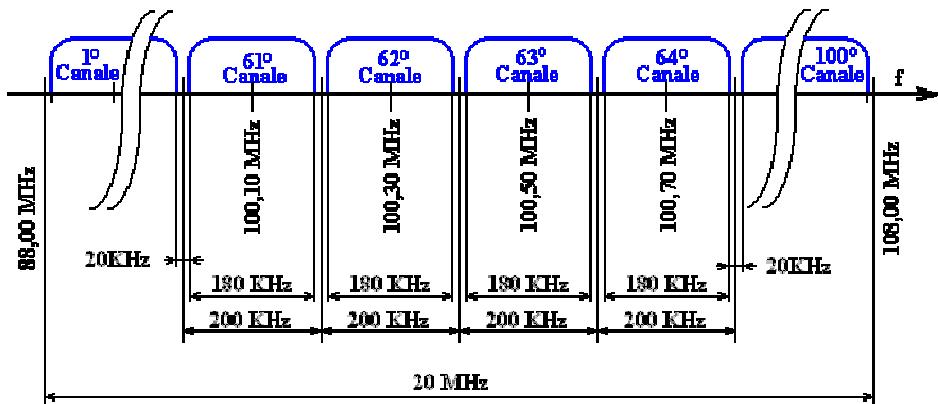
Questa formula è tanto più esatta, quanto più **m** è grande, mentre per **m** piccolo non è molto precisa.

Nel caso dell'esempio precedente avrebbe dato:

$$B = 2(45.000 + 15.000) = 120.000 \text{ Hz}$$

CANALI DELLE TRASMISSIONI IN FM

$\Delta f = 75 \text{ KHz}$



Calcoliamo, per verifica, la larghezza di banda di un canale stereofonico utilizzando la formula di **Carson**.

$$B = 2(\Delta f + f_{m\max}) = 2(75.000 + 15.000) = 180.000 \text{ Hz}$$

POTENZA NELLA MODULAZIONE DI FREQUENZA

Nella modulazione di frequenza il segnale modulato ha ampiezza invariata rispetto alla portante a riposo e poiché la potenza di un segnale sinusoidale dipende dalla sua ampiezza e non dalla sua frequenza, la potenza del segnale modulato è la stessa di quella della portante non modulata.

Avviene dunque che mentre prima della modulazione la potenza è concentrata tutta in una sola sinusoide detta portante, dopo la modulazione la potenza, in parte rimane nella portante, in parte si distribuisce in varie righe spettrali, in proporzione alle funzioni di **Bessel**.

Prima della modulazione: $P_p = V_p^2 / 2R$

Dopo della modulazione:

$$P_p = \frac{V_p^2}{2R} [J_0^2(m) + 2J_1^2(m) + 2J_2^2(m) + 2J_3^2(m) + 2J_4^2(m) + \dots] = \frac{V_p^2}{2R} \left[J_0^2(m) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_n^2(m) \right]$$

$$J_0^2(m) + 2J_1^2(m) + 2J_2^2(m) + 2J_3^2(m) + 2J_4^2(m) + \dots = J_0^2(m) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_n^2(m) = 1$$

Prima della modulazione:

$$P_p = \frac{V_p^2}{2R} = \frac{100^2}{2 \cdot 1} = 10.000 \text{ W}$$

Dopo della modulazione:

$$P_p = \frac{100}{2 \cdot 1} [26^2 + 2 \cdot 34^2 + 2 \cdot 48^2 + 2 \cdot 32^2 + 2 \cdot 12^2 + 2 \cdot 5^2] = 9.982 \text{ W}$$

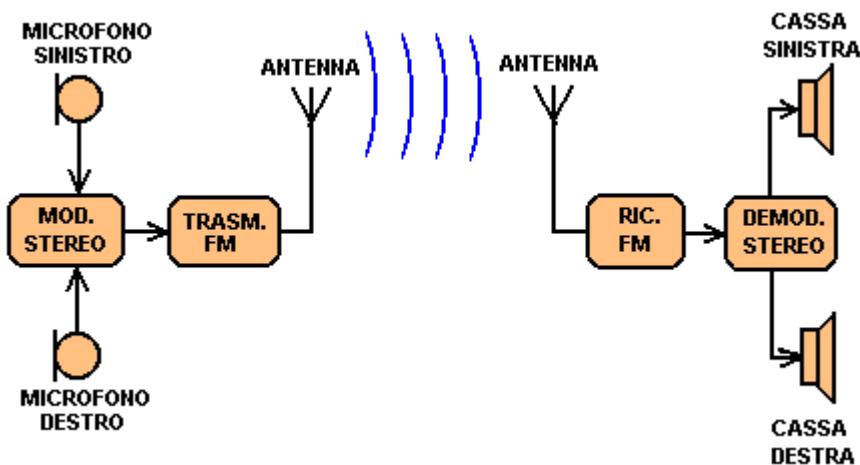
STEREOFONIA

Con il perfezionarsi della tecnica e dei sistemi elettronici, intorno agli anni sessanta, si poté dare più spazio alle esigenze audio - estetiche di una distribuzione spaziale del suono consistente nella sensazione di essere al centro di un'orchestra con i violini a destra e i tamburi a sinistra, oppure nel bel mezzo di una foresta con suoni o rumori di ogni tipo provenienti da direzioni differenti.

Questo effetto prese il nome di **stereofonia** e stereofoniche si chiamarono le trasmissioni radio che riproducevano a distanza questo effetto allorché le direzioni di provenienza dei suoni erano soltanto due, mentre vi furono successivamente numerosi tentativi, spesso falliti, perché troppo complicati, di riproduzioni e trasmissioni tetrafoniche, cioè con quattro direzioni di provenienza del suono.

Quest'ultimo sistema si è successivamente evoluto fino alla più recente tecnica del **Dolby Surround** che produce l'effetto di sentirsi circondati del tutto, avvolti, (surround) dal suono.

La trasmissione radio di tipo stereofonico corrisponde allo schema seguente.



Due microfoni diversi, il **sinistro** ed il **destro**, immettono due diversi segnali elettrici nel **modulatore stereo** che li elabora opportunamente creando un nuovo segnale multiplex stereofonico, che comprende ambedue le informazioni del canale destro e del sinistro.

Questo segnale complesso, perfettamente compatibile sia con i ricevitori stereofonici che con quelli monofonici, andrà a modulare una sola portante a radiofrequenza (**RF**) in modulazione di frequenza (**FM**), trasmessa e ricevuta a distanza, via etere, tramite due antenne opportunamente sintonizzate sulla gamma delle **FM** che in Italia è **88 MHz - 108 MHz**.

Il ricevitore **FM**, riproduce fedelmente il segnale stereo complesso e lo immette nel **demodulatore stereo** che ne separa le componenti originarie, rinviano il segnale **destro** ed il **sinistro** alle rispettive **casse** per la riproduzione come schematicamente indicato nella figura qui sopra.