Come si trasmette il calore
Il calore si trasmette simultaneamente in tre modi, anche se ingegneristicamente capita di poter considerare un solo metodo di trasmissione alla volta, trascurando gli altri due. I modi sono:
- **Conduzione**, ossia trasmissione del calore attraverso un mezzo stazionario, che può essere un solido o un fluido; tipicamente, i solidi conducono il calore meglio dei liquidi;
- **Convezione**, ossia trasmissione del calore tra una superficie ed un fluido in movimento;
- **Irraggiamento**, ossia trasmissione del calore tramite onde elettromagnetiche, che non necessita di un mezzo di propagazione solido o fluido ma può avvenire, ad esempio, anche nel vuoto.

Conduzione termica
Parliamo di conduzione in presenza di un gradiente di temperatura in un mezzo stazionario, e possiamo vedere la diffusione del calore per conduzione come il trasferimento di energia cinetica (di traslazione, rotazione e/o vibrazione) da una molecola più energetica ad un'altra più "scarica". Parliamo di conduzione tipicamente quando il calore si propaga in un solido, poiché i fluidi scambiano calore molto più efficacemente per convezione, e in generale scambiano per conduzione in modo meno efficace rispetto ai solidi.
La capacità di trasmettere calore per conduzione è chiamata **conducibilità termica**, ed è definita dal postulato di Fourier a regime stazionario:

$$\dot{Q} = -\lambda\, A\, |\overline{\nabla} T|$$

Dove:
- λ è la conducibilità termica del mezzo $[W/(m\, K)]$;
- $\overline{\nabla} T$ è il gradiente di temperatura lungo la direzione di trasmissione $[K/m]$;
- A è la superficie di trasmissione $[m^2]$;
- Q è il flusso termico $[W]$.

Se avessimo usato il gradiente anziché il suo modulo, parleremmo di *flusso termico vettore*.
La conducibilità termica è una proprietà *termofisica* del corpo e dipende dallo stato fisico del materiale e da altre sue proprietà atomico-molecolari. Tipicamente, infatti, i solidi conducono meglio dei liquidi e questi meglio dei gas; inoltre un determinato materiale si dice *isolante termico* se la sua conducibilità termica è piccola, o viceversa si dice *buon conduttore termico* se la conducibilità è elevata.

Convezione termica
Il calore può essere trasmesso attraverso fluidi come l'acqua e l'aria in condizioni non-stazionarie attraverso un ben più complesso meccanismo che prende il nome di convezione.
La convezione termica può essere definita come una sovrapposizione degli effetti di conduzione e di trasporto della materia, che dipende quindi sia dal campo di moto del fluido che dal campo di temperatura.
In primis distinguiamo convezione termica **naturale** e **forzata**: nel primo caso il moto del fluido è determinato dalla sola distribuzione di temperatura – ad esempio quando l'aria calda si sposta verso l'alto – mentre nel secondo caso il moto del fluido è imposto esternamente, ad esempio da una pompa o da una ventola. Una successiva ma importante distinzione sarà fatta tra moto laminare e turbolento del fluido.
Per descrivere la trasmissione per convezione, utilizziamo la semplice ed efficace legge di Newton:

$$\dot{Q} = h\, A\, \left(T_w - T_f\right)$$

Dove:
- h è il coefficiente di convezione termica $[W/(m^2\, K)]$;
- A è la superficie di scambio termico $[m^2]$;
- T_w è la temperatura della parete ("T wall") $[K]$;
- T_f è la temperatura del fluido $[K]$.

Il coefficiente di convezione termica non è invece una proprietà termofisica dei fluidi, in quanto dipende anche dalla tipologia dello scambio termico, oltre che dalle proprietà termofisiche quali densità, viscosità e conducibilità termica. Ad esempio, un piano orizzontale con temperatura di parete maggiore di quella del fluido innesca un moto convettivo se posto in basso rispetto al fluido e non se posto in alto. Nel caso di parete inclinata, si presume che lo scambio sia meno efficiente in alto, dove si muove spontaneamente il fluido caldo.
Si dimostra che la convezione termica è pienamente descritta da un insieme di equazioni differenziali delle derivate parziali dette **equazioni di Navier-Stokes** per il campo di moto, di cui ancora oggi non si conoscono le soluzioni esatte, e dalle **equazioni dell'energia** per il campo di temperatura. Si tratta delle formulazioni matematiche più complesse della Scienza e della Tecnica ad oggi, la risoluzione manuale delle quali è possibile solo per casi particolarmente semplici di geometria bidimensionale, mentre per casi più generali è necessario l'impiego di complessi software di calcolo che richiedono notevoli risorse computazionali.

Un approccio più semplice è quello dell'applicazione del teorema di Buckingham, che porta alla definizione di numeri adimensionali opportunamente correlati.
Il **numero di Prandtl** è il rapporto tra diffusività cinematica e diffusività termica:

$$Pr = \frac{c_p\, \mu}{\lambda}$$

Dove:
- λ è la conducibilità termica;
- c_p è il calore specifico a pressione costante $[kJ/(kg\ K)]$;
- μ è la viscosità dinamica $[Pa\ s]$.

Il **numero di Reynolds** è il rapporto tra le forze d'inerzia e le forze viscose:

$$Re = \frac{\rho\, u\, L}{\mu} = \frac{u\, L}{\nu}$$

Dove:
- u è la velocità del fluido $[m/s]$;
- L è una dimensione di riferimento, ad esempio il diametro di un cilindro investito da un flusso, oppure la lunghezza di un tubo, ecc… $[m]$;
- μ è la viscosità dinamica;
- ρ è la densità del fluido $[kg/m^3]$;
- ν è la viscosità cinematica $[m^2/s]$.

Il **numero di Nusselt** è il rapporto tra il flusso di calore scambiato per convezione e il flusso di calore scambiato per conduzione; è determinato in maniera completamente diversa se la convezione è forzata o naturale:

$$Nu = \frac{h\, L}{\lambda}$$

Nel caso di convezione forzata: $Nu = C\ Re^n\ Pr^m$

Esempio, relazione di Dittus-Boelter: $Nu = 0.23\ Re^{0.8}\ Pr^{0.4}$

Nel caso di convezione naturale: $Nu = C\ Gr^n\ Pr^m$

Il **numero di Grashoff** è il rapporto tra le forze di galleggiamento e le forze viscose:

$$Gr = \frac{\rho\, g\, \beta\, \Delta T\, L^3}{\mu^2}$$

Dove:
- L è la dimensione di riferimento;
- μ è la viscosità dinamica, ρ è la densità del fluido;
- g è l'accelerazione di gravita ($\approx 9.81\ m/s^2$);
- ΔT è la differenza di temperatura tra la parete (T_w) e l'ambiente (T_∞);
- β è il coefficiente di dilatazione cubica $[m^2/N]$.

Trasmittanza e resistenza termica

Nel caso di trasmissione in regime stazionario è importante definire una grandezza fondamentale detta **trasmittanza termica**. Si consideri, a titolo d'esempio, una situazione di scambio termico tra due fluidi separati da un muro. Supponendo di essere a regime stazionario e che tutti gli elementi siano disposti in *serie* (cioè attraversati da un unico flusso termico), si ha che il *flusso termico specifico* $\dot{q} = Q/A\ [W/m^2]$ è costante nel fluido (1), negli strati della parete e nel fluido (2). Si può scrivere la relazione:

$$\dot{q} = \frac{T_1 - T_{p1}}{h_1^{-1}} = \frac{T_{p1} - T_{p2}}{\frac{s_1}{\lambda_1}} = \frac{T_{p2} - T_{p3}}{\frac{s_2}{\lambda_2}} = \frac{T_{p3} - T_2}{h_2^{-1}}$$

Applicando la *regola del componendo* ai secondi membri si ottiene la relazione:

$$\dot{q}\left(\frac{1}{h_1} + \frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h_2}\right) = T_1 - T_2 + \left(T_{p1} - T_{p1} + T_{p2} - T_{p2} + T_{p3} - T_{p3}\right) \quad \rightarrow$$

$$\dot{q} = \frac{T_1 - T_2}{\left(\frac{1}{h_1} + \frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h_2}\right)}$$

Definiamo **trasmittanza termica** il termine U – matematicamente definito di seguito – che quantifica la tendenza allo scambio energetico di un elemento composto da uno o più $(\mathrm{N} = \mathrm{n} + \mathrm{m})$ corpi.

$$U = \frac{1}{\sum_i^n \frac{1}{h_i} + \sum_j^m \frac{s_j}{\lambda_j}} \quad \left[\frac{W}{m^2\ K}\right]$$

Il termine inverso, la **resistenza termica**, indica invece la capacità isolante, ossia la tendenza ad opporsi ai flussi termici, di un elemento composto da uno o più (N) corpi.

$$R = \sum_i^n \frac{1}{h_i} + \sum_j^m \frac{s_j}{\lambda_j} \quad \left[\frac{m^2\ K}{W}\right]$$

Questi risultati costituiscono la base della cosiddetta **analogia elettro-termica**, ossia un'analogia tra la legge di Ohm sulla resistenza elettrica e il caso della resistenza termica.

$$I \rightarrow q, \qquad V \rightarrow \Delta T, \qquad R \rightarrow R_t, \qquad R_t\ \dot{q} = \frac{\dot{q}}{U} = \Delta T \quad \rightarrow \quad \dot{q} = U\ \Delta T$$

> Basta ricordare che il gradiente termico è ciò che causa spontaneamente un trasferimento di energia termica, così come la tensione tra due punti genera una corrente elettrica, e quanto maggiore sarà la resistenza termica, tanto minore sarà il passaggio di energia termica.

Il concetto di resistenza termica è importante nello studio dell'*isolamento termico*: a parità di flusso termico trasmesso, una resistenza termica maggiore implica una differenza di temperatura altrettanto maggiore.

In condizioni non-stazionarie – è bene precisarlo – quanto detto finora non si può scrivere perché cade l'ipotesi di eguaglianza del flusso termico entrante e di quello uscente da ogni strato della parete. Dovremmo in tal caso tenere conto di quanto detto a proposito dei sistemi termodinamici aperti [Termodinamica] e scrivere per ciascuno strato un'equazione di bilancio che tenga conto anche dell'accumulo termico. Tale osservazione risulterà di grande importanza per il calcolo della certificazione energetica degli edifici. Norme di riferimento: UNI EN 6946, UNI EN 1745, UNI EN 13370, UNI EN 10007, UNI EN 673.

Irraggiamento termico
Terzo e ultimo metodo di trasmissione del calore è l'irraggiamento termico, ossia lo scambio di calore mediante radiazioni elettromagnetiche. Queste ultime, in qualità di onde, possiedono una frequenza e una lunghezza d'onda, non stiamo a ripetere cosa significa.
La relazione tra frequenza e lunghezza d'onda è la seguente [Chimica I]:
$$\lambda f = c/n$$
Dove:
- λ è questa volta la lunghezza d'onda, espressa in sottomultipli del metro;
- f è la frequenza, espressa in multipli di Hertz;
- c è la velocità della luce nel vuoto, pari circa a $2.998 \cdot 10^8\ m/s$;
- n è l'*indice di diffrazione* del mezzo; vale 1 nel vuoto e si assume $n \approx 1$ nell'aria.

L'**emissione radiativa** tra due corpi è stabilita secondo la **legge di Boltzmann**:
$$E = \sigma_0\, A_1\, (T_1^4 - T_2^4)\, F_{1\to 2}$$
Dove:
- E è l'emissione radiativa totale $[W]$;
- $\sigma_0 = 5.67 \ldots \cdot 10^{-8}\ W/(m^2\ K^4)$ è la costante di Boltzmann;
- A_1 è la superficie di emissione del corpo 1 $[m^2]$;
- T_1 e T_2 sono le temperature assolute dei corpi 1 e 2; si presuppone $T_1 > T_2$;
- $F_{1\to 2}$ è chiamato *fattore di vista tra il corpo 1 e il corpo 2*, e rappresenta la frazione di energia emessa dal corpo 1 che effettivamente raggiunge il corpo 2, ovvero la quantità di fotoni radiata da 1 e assorbita da 2 sul totale dei fotoni radiati da 1; è di complessa formulazione matematica, ma vale la legge di reciprocità per il prodotto tra esso e la superficie.
$$F_{1\to 2}\, A_1 = F_{2\to 1}\, A_2$$

Per superfici piane parallele, il fattore di vista vale:
$$F_{1\to 2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$
Dove ε è l'emissività termica di ciascuna superficie, ossia il rapporto tra l'emissione radiativa reale e quella del modello corpo nero ($E_{BB} = \sigma_0\, A\, T^4$).

Legge di Wien
La lunghezza d'onda di massima emissione è legata alla temperatura assoluta di un corpo: tale relazione prende il nome di **legge di Wien** e afferma che
$$\lambda_{max}\, T = 2898\sim\ [\mu m\ K]$$
Si dimostra che per un corpo a comportamento ideale (*corpo nero*), il 95% dell'energia emessa in tutto lo spettro si ha per lunghezze d'onda $0 < \lambda < 5\, \lambda_{max}$. Ad esempio, per una parete a 20°C la lunghezza d'onda di massima emissione è pari a:
$$\lambda_{max} = \frac{2898\ \mu m\ K}{293.15\ K}[m] \approx 9.89\ \mu m$$
…Corrispondente ad una radiazione infrarossa.
Un esempio dal risultato ricorrente è la radiazione solare, che per una temperatura apparente del disco solare di circa 5777 K ha una $\lambda_{max} \approx 0.5\ \mu m$ (luce gialla).
La regola generale è che al crescere della temperatura diminuisce la λ_{max}, pertanto le radiazioni emesse dal corpo umano ($\sim 37°C$) e dagli edifici (temp. ambiente) appartengono tipicamente al campo dell'infrarosso (non visibile).
Tra l'altro, quanto detto sulla legge di Wien è utile per comprendere l'*effetto serra* negli edifici:
- La radiazione solare attraversa i vetri delle finestre che sono trasparenti per lunghezze d'onda comprese tra 0.3 e 3 μm; tale radiazione è quindi assorbita da corpi e pareti interni all'edificio, che di conseguenza si riscaldano (solitamente, di qualche decina di gradi Celsius);

- I corpi interni all'edificio, una volta riscaldati, emettono a loro volta radiazioni termiche di lunghezza d'onda di massima emissione tra 8 e 12 μm, che vengono invece bloccate dai vetri, opachi per tali lunghezze d'onda; ovviamente, tra l'energia "intrappolata" e la radiazione continua del Sole, l'energia interna accumulata aumenta – così come la temperatura interna.

Trasporto di energia

L'energia trasportata da un flusso di fluido di portata $\dot{m}$ è data dalla relazione [Termodinamica]:

$$\dot{Q} = \dot{m}\, \Delta h = \dot{m}\, c_p\, (T_i - T_u)$$

L'energia trasmessa da un dispositivo a regime stazionario, come già detto, è data dalla relazione:

$$\dot{Q} = U\, S\, (T_w - T_\infty)$$

Dove U è la trasmittanza termica, S è la superficie di trasmissione, T_w è la temperatura a parete e infine T_∞ è la temperatura dell'aria.

Nel caso reale si utilizza invece la relazione $\dot{Q} = C\, (T_m - T_\infty)^n$, dove C ed n sono parametri dati dai fornitori e T_m è la *temperatura media* del dispositivo, uguale a T_w nel caso ideale.

Deve valere l'eguaglianza dei flussi termici:

$$\begin{cases} \dot{Q} = \dot{m}\, c_p\, (T_i - T_u) \\ \dot{Q} = U\, S\, (T_m - T_\infty) \end{cases} \text{con } T_m = \frac{T_i + T_u}{2} \quad \rightarrow$$

$$S = \frac{\dot{m}\, c_p\, (T_i - T_u)}{U \left(\frac{T_i + T_u}{2} - T_\infty\right)}$$

Se inseriamo un radiatore (termosifone) in un ambiente (es. un appartamento) abbiamo che:

$$\dot{Q}_{trasportato} = \dot{Q}_{trasmesso} = \dot{Q}_{disperso}$$

Cioè la potenza trasportata dall'acqua nel radiatore è pressoché uguale alla potenza trasmessa dal radiatore all'ambiente, che a sua volta è pressoché uguale alla potenza dispersa verso l'esterno dell'abitazione.

Il bilancio che occorre fare – sempre a regime stazionario (o *on design*, come si suol dire) – è che la potenza richiesta dalle utenze sia bilanciata dalla potenza generata, cioè che si abbia:

$$\dot{Q}_{Gen} = \sum_{Utenze} \dot{Q}_i = \sum_{Utenze} \dot{m}_i\, c_p\, \left(T_{i_i} - T_{u_i}\right) = \dot{Q}_{trasmesso}$$

Nei problemi che vedremo nel corso, sarà necessario agire considerando sempre che il generatore di calore o l'impianto frigorifero dovranno erogare una potenza termica o frigorifera tale che:

$$\text{Potenza erogata} \geq \text{Potenza dispersa/reintegrata}$$

L'uguaglianza è il caso limite, per il quale non vi siano dispersioni termiche tra il generatore e l'utente. Inoltre, poiché nelle ipotesi di regime stazionario tale equazione è sempre valida, il simbolo ">" rappresenterà le durate dei *transitori*, ossia dei tempi che l'ambiente impiegherà per raggiungere la temperatura prefissata (o voluta). Esiste infatti un'*inerzia termica* che fa sì che il condizionamento dell'aria non sia un processo immediato ma graduale, quindi prolungato nel tempo.

L'inerzia termica dell'edificio dipende ovviamente dalla resistenza termica delle pareti, mentre l'inerzia termica dell'impianto dipenderà dalle caratteristiche di emissione dei terminali, dall'estensione delle linee di distribuzione, ma soprattutto dal surplus tra potenza erogata dall'impianto e la potenza richiesta dall'edificio.