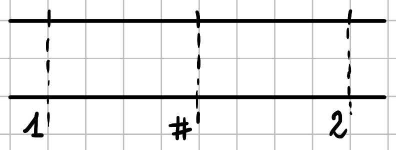
ONDE D'URTO NORMALI



Condotto a sezione costante, ipotesi di flusso adiabatico, monodimensionale, stazionario.

Legge di conservazione della...

MASSA: $\rho_1 c_1 = \rho_2 c_2$ ①

QTÀ DI MOTO*: $p_1 + \rho_1 c_1^2 = p_2 + \rho_2 c_2^2$ ②

ENERGIA: $h_1 + \frac{c_1^2}{2} = h_2 + \frac{c_2^2}{2}$ ③

(*Dall'equaz. dell'impulso:

$$F = A(p_1 - p_2) = \dot{m}(c_2 - c_1) = A(\rho_2 c_2^2 - \rho_1 c_1^2) \longrightarrow p_1 + \rho_1 c_1^2 = p_2 + \rho_2 c_2^2 \text{ cvd})$$

Dividendo la seconda per la prima:

$$\frac{p_1}{\rho_1 c_1} + \frac{\rho_1 c_1^2}{\rho_1 c_1} = \frac{p_2}{\rho_2 c_2} + \frac{\rho_2 c_2^2}{\rho_2 c_2} \longrightarrow \frac{p_1}{\rho_1 c_1} + c_1 = \frac{p_2}{\rho_2 c_2} + c_2$$

da cui:

$$\boxed{c_1 - c_2 = \frac{a_2^2}{k c_2} - \frac{a_1^2}{k c_2}} \quad ④$$

Scriviamo la ③ in funzione di a:

$$\frac{a_1^2}{k-1} + \frac{c_1^2}{2} = \frac{a_2^2}{k-1} + \frac{c_2^2}{2} = a_\#^2 \frac{k+1}{2(k-1)}$$

(# indica la sez. critica)

$$\hookrightarrow a_1^2 = a_\#^2 \frac{(k+1)}{2} - \frac{c_1^2}{2}(k-1), \qquad a_2^2 = a_\#^2 \frac{(k+1)}{2} - \frac{c_2^2}{2}(k-1)$$

Mettendo a sistema ③ e ④:

$$c_1\left(1 - \cancel{\frac{k-1}{2k}}\right) - c_2\left(1 - \cancel{\frac{k-1}{2k}}\right) = a_\#^2 \cancel{\frac{k+1}{2k}}\left(\frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_1}\right)$$

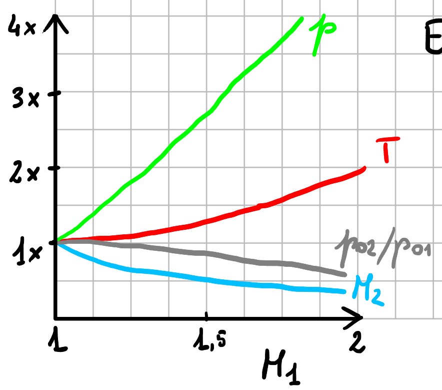
$$\hookrightarrow \boxed{c_1 - c_2 = a_\#^2 \frac{c_1 - c_2}{c_1 \cdot c_2}}$$

$\longrightarrow c_1 = c_2$ (SOLUZ. BANALE)

$\longrightarrow \begin{cases} a_\#^2 = c_1 \cdot c_2 \\ c_1 \neq c_2 \end{cases}$ (PASSAGGIO DA SUBSONICO A SUPERSONICO O VICEVERSA)

Passando da supersonico a subsonico

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2k}{k+1} M_1^2 - \frac{k-1}{k+1} \qquad \frac{p_{02}}{p_{01}} = \left(\frac{\frac{k+1}{2} M_1^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2}\right)^{\frac{k}{k-1}} \left(\frac{2k}{k-1} M_1^2 - \frac{k-1}{k+1}\right)^{\frac{1}{1-k}}$$



E L'ENTROPIA?

$$S_2 - S_1 = R \ln\left(\frac{p_{01}}{p_{02}}\right)$$

$\Delta s > 0$ da supers. a subs.

$\Delta s < 0$ da subs. a supers. ⟷ VIOLA IL 2° PRINCIPIO!

Dietro le ipotesi di cui sopra, il flusso non può passare spontaneamente dal subsonico al supersonico.

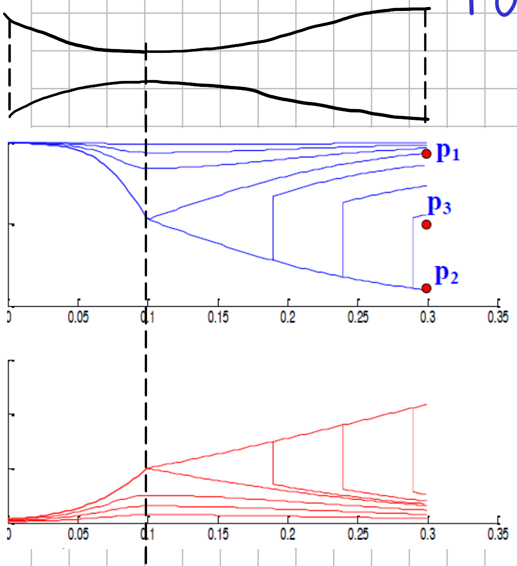
Abbiamo appena affermato che in un condotto a sezione costante, dietro ipotesi di flusso 1-D, adiabatico e stazionario, la transizione dal moto subsonico al moto supersonico è fisicamente impossibile in quanto vìola il Secondo Principio della Termodinamica. In un condotto convergente-divergente - e dunque sotto ipotesi differenti - scopriremo che tale passaggio è realizzabile.

Intanto, in questo caso di studio, è perfettamente compatibile con i principi fisici e riscontrabile sperimentalmente un brusco passaggio dal moto supersonico al moto subsonico, provocando una discontinuità che prende il nome di onda d'urto normale.

Possiamo immaginare il flusso, citando l'esempio del professor Gianfranco Rizzo, come un'automobile che viaggia ad una certa velocità in autostrada: per arrivare da ferma a - diciamo - 200 km/h è necessario che la macchina passi anche per tutte le velocità intermedie (come ad esempio v' = 100 km/h); durante il processo inverso, ossia l'arresto della macchina da 200 km/h, questa non deve necessariamente toccare la velocità v', ma può avvenire un repentino salto della velocità da 200 a 0, qualora questa incontrasse un muro durante il suo percorso. Dedichiamo un minuto di silenzio al povero autista che ha sacrificato la propria vita in nome dell'ingegneria. Fallen but not forgotten.

A valle dell'onda d'urto abbiamo un incremento di pressione ed entropia, ma una riduzione della velocità e della pressione di ristagno. Le variazioni di proprietà, come abbiamo potuto osservare, sono tanto più marcate quanto maggiore è il numero di Mach a monte - e quindi minore quello a valle.

FUNZIONAMENTO DEGLI UGELLI CON ONDE D'URTO NORMALI



In condizioni supersoniche può instaurarsi un'onda d'urto normale nell'ugello. Il flusso a valle dell'onda diventa subsonico, con aumento di pressione, in linea con quanto visto poc'anzi. È possibile così raggiungere all'uscita pressioni minori di p_1, ma maggiori di p_2.

Al crescere della distanza dell'onda d'urto dalla gola, aumenta l'entità dell'urto e diminuisce la pressione a valle. Quando l'urto avviene alla sezione d'uscita, otteniamo il valore minimo di pressione possibile, che chiamiamo p_3.

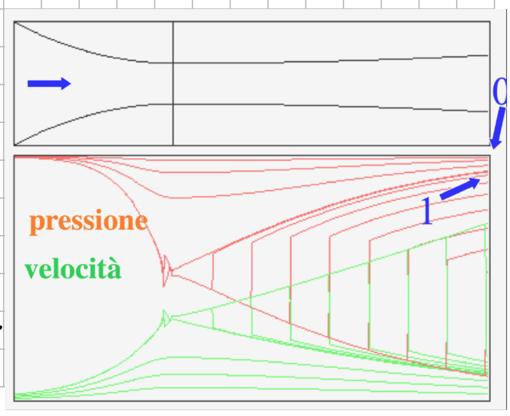
Possiamo avere pressioni all'uscita minori di p_3, ma diverse da p_2?

DEFINIZIONE: G, "FLUSSO DI MASSA" $\longrightarrow G = \frac{\dot m}{A} = \frac{c\rho A}{A} = c\rho$

$\dot m$ cost, mentre G e A variano; nella sez. di gola: $\begin{cases} A \text{ min} \\ G \text{ max} \end{cases}$

REGIME SUBSONICO

Se la pressione a valle é compresa tra p_0 e p_1, il flusso é sempre subsonico.

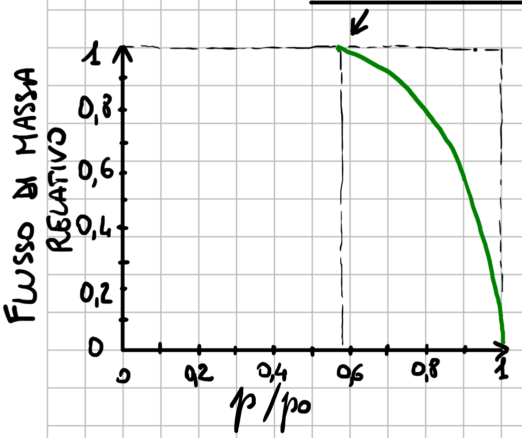


La portata:

- Raggiunge il massimo per $p_S = p_1$;
- É nulla per $p_S = p_0$;
- Dipende anche dalle condizioni a monte.

REGIME SONICO E SUPERSONICO

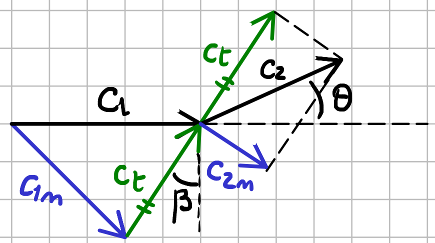
Per valori della pressione a valle uguali o minori di p_1, il flusso in gola è sempre di tipo sonico, implicando una portata costante, funzione solo delle condizioni a monte.
Le condizioni a valle non possono influenzare il comportamento dell'ugello nel tratto convergente perché l'informazione fisica sulla variazione di pressione viaggia con velocità relativa pari ad a e non può risalire il condotto in presenza di flusso sonico o supersonico per ovvi motivi (la velocità del flusso "sovrasta" quella a cui viaggia l'informazione fisica sulla pressione).
Si verifica quindi il bloccaggio della portata.



Al ridursi della pressione a valle la portata aumenta, finché non arriva al valore per il quale il numero di Mach in gola raggiunge l'unità. Ulteriori riduzioni della pressione a valle non corrispondono ad incrementi della portata. Parliamo così di "bloccaggio".

ONDE D'URTO OBLIQUE

Le onde d'urto possono incidere con il moto formando un angolo β con il vettore c_1. In questo caso, è ridotta la sola componente normale, che passa da supers. a subs., mentre resta invariata la componente tangenziale c_t.



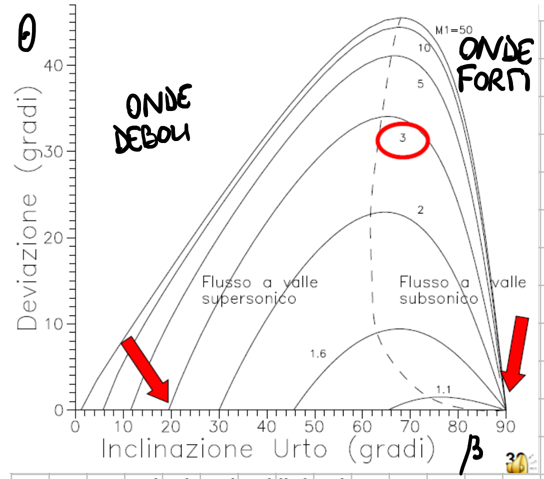
$\|\underline{c_2}\| < \|\underline{c_1}\|$, $\underline{c_2}$ devia di un angolo θ, $c_2 < a$?

La somma vettoriale delle componenti del vettore velocità a valle può dar luogo ad una velocità subsonica (parliamo di deviazione forte), o tal volta ad una velocità supersonica (parliamo di deviazione debole). Questo è possibile perché solo la componente normale del vettore velocità deve passare a regime subsonico, e un'eventuale componente tangenziale abbastanza grande può risultare in un vettore velocità a valle sì ridotto, ma pur sempre supersonico.

θ ("DEVIAZIONE") e M_2 possono essere ricavati dalle seg. relazioni:

$$\begin{cases} \tan(\theta) = 2\cot(\beta)\, \dfrac{M_1^2 \sin^2(\beta) + 1}{M_1^2\left(k + \cos(2\beta)\right) + 2} \\[2ex] M_2^2 \sin^2(\beta - \theta) = \dfrac{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \sin^2(\beta)}{k M_1^2 \sin^2(\beta) - \frac{k-1}{2}} \end{cases}$$

(date per dimostrate ma dimostrabili)



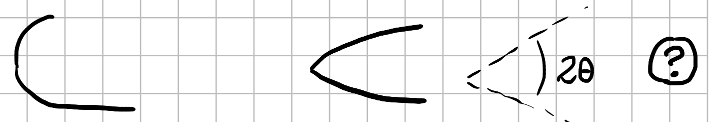
Rappresentazione grafica dei risultati delle formule sopra enunciate

β può variare da $90°$ (urto normale) fino a un valore limite β_{max}, per il quale:

$$\begin{cases} M_{1n} = 1 \\ C_1 = a_\# \end{cases} \longrightarrow \beta_{max} = a\sin\left(\frac{1}{M_1}\right)$$

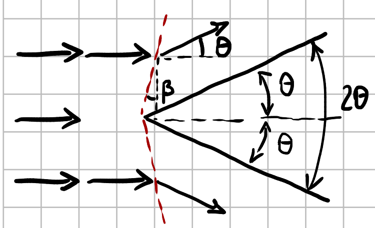
DEVIAZIONE IN REGIME SUPERSONICO

FUSOLIERA AEREO DI LINEA — FUSOLIERA AEREO SUPERSONICO



Cosa succede ad un corpo dal profilo aguzzo quando è investito da un flusso d'aria con $M_1 > 0$; l'angolo di apertura del profilo è 2θ.

Normalmente, il fluido scorrerebbe lungo la superficie deviando il proprio percorso originale, propagando gradualmente la deviazione alle molecole circostanti; l'informazione fisica di questa deviazione dovuta all'ostacolo risalirebbe a monte, rendendo ancora più graduale la deviazione del flusso. Ma a regime supersonico, la deviazione del flusso avviene in maniera brusca, improvvisa.

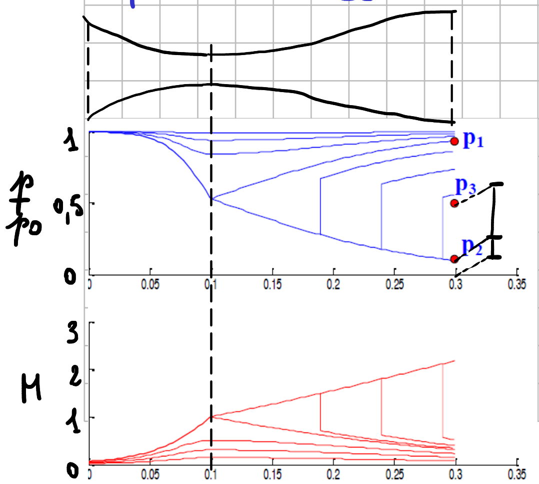


Con un'onda debole di compressione è possibile ottenere un vettore velocità a valle supersonico, per quanto sempre inferiore alla velocità a monte, e deviato dell'angolo θ.

In funzione del Mach a monte, ossia della velocità massima a cui vogliamo si muova il corpo, la deviazione potrà realizzarsi per profili con semiapertura che va da zero ad un valore massimo, θ_{max}, in corrispondenza del quale - con buona approssimazione - il flusso a valle dell'onda obliqua è sonico.
Oltre tale valore, l'onda è forte e il flusso a valle è subsonico.

NOTA: è possibile ottenere una deviazione e compressione infinitesima per onde d'urto molto deboli, con inclinazione prossima a β_{max}, e quindi con deviazione - appunto - infinitesima.
Siccome in tal caso le variazioni di proprietà termodinamiche in seguito all'onda sarebbero a loro volta infinitesime, si può realizzare una deviazione con compressione al limite isoentropica, nella forma di un ventaglio graduale di onde d'urto deboli di compressione, attorno ad un profilo concavo in regime supersonico.
In corrispondenza di β_{max} possono anche realizzarsi onde d'urto infinitesime di espansione, che non comportando una riduzione finita di entropia non sono in conflitto con il Secondo Principio.

UGELLI E ONDE D'URTO OBLIQUE



Per pressioni a valle tra p_3 e p_2, nel tratto divergente si instaurano onde oblique di intensità decrescente (in base a p_v).
Per p_v poco maggiore di p_2 l'onda d'urto sarà infinitesima. Per pressioni inferiori a p_2 si instaura un ventaglio di onde di espansione all'uscita dell'ugello.

In entrambi i casi, il flusso non può essere più schematizzato come mono-dimensionale!