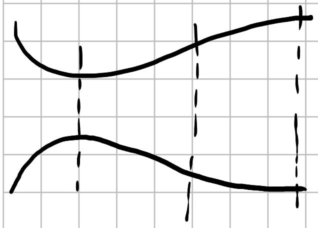
Equazioni del flusso isoentropico



- Flusso adiab. isoentropico: $Q = \emptyset$, $L_{ATR} = \emptyset$
- Condotto fisso: $L = \emptyset$
- Gas perfetto: $pv = RT$
- Sezione variabile: $A_1 \neq A_2$
- Flusso stazionario: $\dot{m} = A\rho c = \text{cost.}$

$$\hookrightarrow \frac{dA}{A} + \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dc}{c} = 0$$

Da queste ipotesi, l'equaz. dell'energia (forma mecc.) sarà:

$$L = -\int_1^2 v\,dp + \left(\frac{c_1^2}{2} - \frac{c_2^2}{2}\right) - \cancel{L_{ATR}}^{\,0}$$

$$\hookrightarrow -v\,dp - c\,dc = \emptyset \rightarrow \frac{dp}{\rho} + c\,dc = 0$$

poiché:
$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \int_1^2 c\,dc = \int_1^2 v\,dp + \left(\frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2}\right)$$

Ma:
$$\frac{dp}{\rho} + c\,dc = \frac{dp}{d\rho}\frac{d\rho}{\rho} + c^2\frac{dc}{c} = a^2\left(\frac{d\rho}{\rho} + M^2\frac{dc}{c}\right) = 0$$

da cui:
$$\boxed{\frac{d\rho}{\rho} = -M^2\frac{dc}{c}}$$

- Le variazioni relative di densità sono sempre di segno opposto rispetto alle variazioni relative di velocità, e concordi con le variazioni relative di pressione.
- Le variazioni di densità sono trascurabili per piccoli valori del Mach ($M < 0{,}1$). È opportuno - in tal caso - parlare di flusso incomprimibile, piuttosto che di fluido incomprimibile.
- In caso di flussi subsonici, le variazioni relative di densità sono minori (in valore assoluto) delle variazioni relative di velocità.
- In caso di flussi supersonici, le variazioni relative di densità sono maggiori (in valore assoluto) delle variazioni relative di velocità.

Relazione di Hugoniot

$$\begin{cases} \dfrac{d\rho}{\rho} = -M^2\dfrac{dc}{c} \\ \rho A c = \text{cost} \end{cases} \rightarrow \frac{dA}{A} + \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dc}{c} = 0, \qquad \boxed{\frac{dA}{A} = (M^2 - 1)\frac{dc}{c}}$$

Per $M^2 \simeq \emptyset$, $dA \propto -dc$, $\rho \simeq \text{cost}$, $\dot{Q} \simeq \text{cost}$

Per $M < 1$, $dA \propto -dc$

Per $M > 1$, $dA \propto dc$

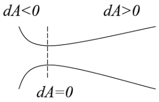
$M = 1$ solo in sezione di gola ($dA = 0$)

Nella sez. di gola: $\begin{cases} dc = 0, \text{ qualsiasi } M \\ \text{oppure} \\ M = 1,\ dc \text{ indeterminato} \end{cases}$

Riepilogo delle soluzioni possibili

$$\boxed{\frac{d\rho}{\rho} = -M^2\frac{dc}{c}}$$

$$\boxed{\frac{dA}{A} = (M^2 - 1)\frac{dc}{c}}$$



Flusso	Riduzione di sezione dA<0	Sezione di gola dA=0	Aumento di sezione dA>0
Subsonico	dc>0 dp<0 dρ<0	dc=0 dp=0 dρ=0	dc<0 dp>0 dρ>0
Sonico	non possibile	dc<0 dc=0 dc>0 dp>0 dp=0 dp<0 dρ>0 dρ=0 dρ<0	non possibile
Supersonico	dc<0 dp>0 dρ>0	dc=0 dp=0 dρ=0	dc>0 dp<0 dρ<0