Appunti di Scienza delle Costruzioni

Capitolo 04b

Tensioni generalizzate

DISCLAMER GENERALE:

L'autore - PioApocalypse - non si assume alcuna responsabilità per l'uso improprio dei contenuti di questo documento, né si ritiene responsabile della performance - positiva o negativa che sia - dello studente in sede d'esame.

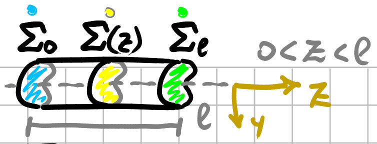
Il materiale didattico qui fornito è da considerarsi come un supplemento al materiale indicato dal docente della materia, e trova le sue utilità principali nel riepilogo di lunghi segmenti del programma e nella spiegazione di determinati argomenti in cui lo studente potrebbe aver riscontrato difficoltà. Alcuni termini e semplificazioni qui utilizzati potrebbero non essere idonei durante la discussione degli argomenti del corso con il docente in sede d'esame, e sono proposti solo al fine di aiutare lo studente con la comprensione della materia.

Si prega, infine, di segnalare eventuali errori trovati all'interno del documento all'indirizzo e-mail indicato sulla repository ufficiale, presso la quale è anche possibile trovare un link per chiunque desiderasse fare una piccola donazione all'autore.

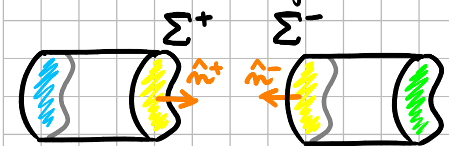
Si ringrazia in anticipo per la cooperazione.

- PioApocalypse

TENSIONI GENERALIZZATE



Consideriamo la generica sezione retta $\Sigma(z)$, che divide la trave in due parti:



Dal th. di Cauchy: $\underset{\sim}{t}(\underset{\sim}{x},\hat{n}) = \underset{\approx}{T}(\underset{\sim}{x})\cdot\hat{n}$

$$\begin{matrix}\Sigma^+ \rightarrow \hat{n}^+ \\ \Sigma^- \rightarrow \hat{n}^-\end{matrix} \;\Bigg|\!\!\longrightarrow \begin{cases} \underset{\sim}{t}(\Sigma^+) = \underset{\approx}{T}(\underset{\sim}{x})\cdot\hat{n}^+ = \underset{\approx}{T}(\underset{\sim}{x})\cdot\hat{z} \\ \underset{\sim}{t}(\Sigma^-) = \underset{\approx}{T}(\underset{\sim}{x})\cdot\hat{n}^- = -\underset{\approx}{T}(\underset{\sim}{x})\cdot\hat{z}\end{cases}$$

Dunque $\underset{\sim}{t}^+ = -\underset{\sim}{t}^-$ come già dimostrato

Dalle tensioni locali nella trave possiamo passare ad uno studio globale delle tensioni tramite la definizione di TENSIONE GENERALIZZATA.

Siano dati:

- $\underset{\sim}{t}$: Vettore delle tensioni
- $\underset{\sim}{x}$: Posizione di un p.to generico della sezione retta
- $\underset{\sim}{x}_0$: Posizione del polo (baricentro)

I^a TENS. GEN.

$$\underset{\sim}{\nu}(z) = \int_{\Sigma(z)} \underset{\sim}{t}(\underset{\sim}{x},\hat{n})\cdot d\Sigma \qquad [N]$$

II^a TENS. GEN.

$$\underset{\sim}{\mu}^o(z) = \int_{\Sigma(z)} (\underset{\sim}{x}-\underset{\sim}{x}_0)\wedge \underset{\sim}{t}(\underset{\sim}{x},\hat{n})\cdot d\Sigma \qquad [N\cdot m]$$

Però $\hat{n}$ è parallela a $\hat{z}$, ossia $\hat{i}_3$ (ossia $\hat{e}_3$ in caso di trave dritta), ergo:

$$\underset{\sim}{t}\big(\Sigma(z)\big) = \underset{\approx}{T}\cdot\hat{i}_3 = [\tau_{13}, \tau_{23}, \sigma_3]$$

Da cui:

$\nu_1(z) = \int \tau_{13}\cdot d\Sigma \;\rightarrow$ TAGLIO LUNGO L'ASSE 1 $\quad T_x$

$\nu_2(z) = \int \tau_{23}\cdot d\Sigma \;\rightarrow$ TAGLIO LUNGO L'ASSE 2 $\quad T_y$

$\nu_3(z) = \int \sigma_3\cdot d\Sigma \;\rightarrow$ SFORZO NORMALE LUNGO L'ASSE 3 $\quad N$

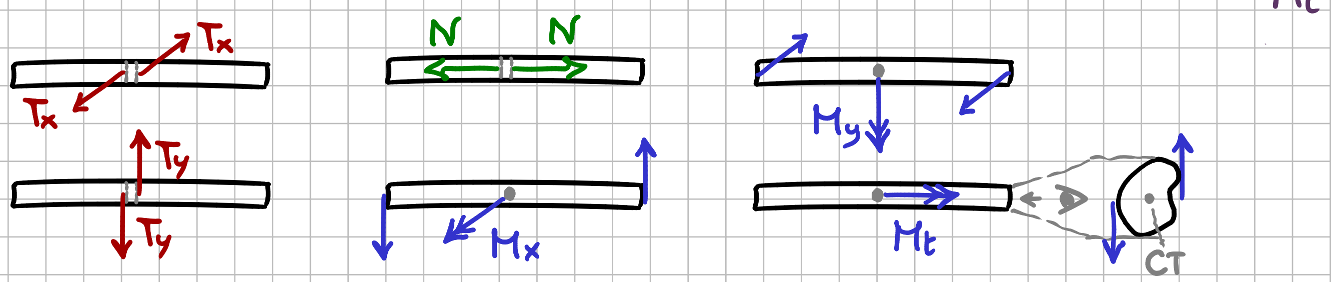
E I MOMENTI? Siccome $\underbrace{(\underset{\sim}{x}-\underset{\sim}{x}_0)}_{\in\,\pi(x,y)}\wedge\underset{\sim}{t} = \begin{vmatrix}\hat{e}_1 & \hat{e}_2 & \hat{e}_3 \\ \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & 0 \\ \tau_{13} & \tau_{23} & \sigma_3\end{vmatrix} = \begin{bmatrix}\sigma_3\varepsilon_2 \\ -\sigma_3\varepsilon_1 \\ \tau_{23}\varepsilon_1 - \tau_{13}\varepsilon_2\end{bmatrix}$

QUINDI:

$\mu_1^o(z) = \int \sigma_3\varepsilon_2\cdot d\Sigma \;\rightarrow$ MOMENTO FLETTENTE ATTORNO ALL'ASSE 1 $\quad M_x$

$\mu_2^o(z) = \int -\sigma_3\varepsilon_1\cdot d\Sigma \;\rightarrow$ MOMENTO FLETTENTE ATTORNO ALL'ASSE 2 $\quad M_y$

$\mu_3^o(z) = \int (\tau_{23}\varepsilon_1 - \tau_{13}\varepsilon_2)\cdot d\Sigma \;\rightarrow$ MOMENTO TORCENTE ATTORNO ALL'ASSE $\quad M_t$



Queste formule saranno utili in seguito per lo studio della teoria di de Saint-Venant.