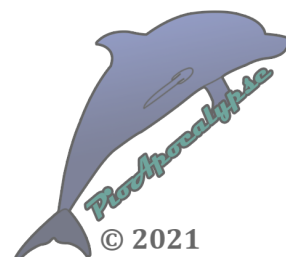


# **Appunti di Scienza delle Costruzioni**

## **Capitolo 04b**

### **Tensioni generalizzate**



I contenuti del seguente documento sono protetti sotto licenza [Creative Commons BY-NC-SA 4.0](#): sono quindi ammesse la **condivisione**, la **ridistribuzione** e la **modifica** del materiale ivi contenuto, sotto le seguenti condizioni:

- **Attribuzione**: nel documento originale e nelle sue modifiche deve sempre figurare il nome reale o lo pseudonimo dell'autore, nonché la bibliografia originale;
- **Non-Commerciale**: è vietato qualsiasi utilizzo del presente documento e dei suoi contenuti a scopo commerciale e/o pubblicitario; ciò include la rivendita dello stesso o di parte dei suoi contenuti, ma è permessa la vendita a prezzo di stampa;
- **Share-Alike**: (it: "*Condividi allo stesso modo*") qualsiasi ridistribuzione del documento modificato o di parte di esso deve essere reso disponibile sotto la stessa licenza dell'originale, o sotto licenza ad essa compatibile.

Si chiede inoltre, anche se non è espressamente vietato, di non ridistribuire tale documento o parte dello stesso su piattaforme cloud private per pubblicizzare associazioni o eventi.

#### **DISCLAIMER GENERALE:**

L'autore - [PioApocalypse](#) - non si assume alcuna responsabilità per l'uso improprio dei contenuti di questo documento, né si ritiene responsabile della performance - positiva o negativa che sia - dello studente in sede d'esame.

Il materiale didattico qui fornito è da considerarsi come un supplemento al materiale indicato dal docente della materia, e trova le sue utilità principali nel riepilogo di lunghi segmenti del programma e nella spiegazione di determinati argomenti in cui lo studente potrebbe aver riscontrato difficoltà. Alcuni termini e semplificazioni qui utilizzati potrebbero non essere idonei durante la discussione degli argomenti del corso con il docente in sede d'esame, e sono proposti solo al fine di aiutare lo studente con la comprensione della materia.

Si prega, infine, di segnalare eventuali errori trovati all'interno del documento all'indirizzo e-mail indicato sulla [repository ufficiale](#), presso la quale è anche possibile trovare un link per chiunque desiderasse fare una piccola donazione all'autore.

Si ringrazia in anticipo per la cooperazione.

- PioApocalypse

# TENSIONI GENERALIZZATE



Consideriamo la generica sezione retta  $\Sigma(z)$ , che divide la trave in due parti:



Dal th. di Cauchy:  $\underline{t}(x, \hat{n}) = \underline{T}(x) \cdot \hat{n}$

$$\begin{matrix} \Sigma^+ \rightarrow \hat{n}^+ \\ \Sigma^- \rightarrow \hat{n}^- \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} \underline{t}(\Sigma^+) = \underline{T}(x) \cdot \hat{n}^+ = \underline{T}(x) \cdot \hat{z} \\ \underline{t}(\Sigma^-) = \underline{T}(x) \cdot \hat{n}^- = -\underline{T}(x) \cdot \hat{z} \end{cases} \quad \text{Dunque } \underline{t}^+ = -\underline{t}^- \text{ come già dimostrato}$$

Dalle tensioni locali nella trave possiamo passare ad uno studio globale delle tensioni tramite la definizione di TENSIONE GENERALIZZATA.

Siano dati:

- $\underline{t}$ : Vettore delle tensioni
- $\underline{x}$ : Posizione di un p.to generico della sezione retta
- $\underline{x}_0$ : Posizione del polo (baricentro)

I° TENS. GEN.

$$\underline{V}(z) = \int_{\Sigma(z)} \underline{t}(x, \hat{n}) \cdot d\Sigma \quad [N]$$

II° TENS. GEN.

$$\underline{\mu}^0(z) = \int_{\Sigma(z)} (\underline{x} - \underline{x}_0) \wedge \underline{t}(x, \hat{n}) \cdot d\Sigma \quad [N \cdot m]$$

Però  $\hat{n}$  è parallela a  $\hat{z}$ , ossia  $\hat{i}_3$  (ovvia  $\hat{e}_3$  in caso di trave dritta), ergo:

$$\underline{t}(\Sigma(z)) = \underline{T} \cdot \hat{i}_3 = [\tau_{13}, \tau_{23}, \sigma_3]$$

Da cui:

$$\begin{aligned} V_1(z) &= \int \tau_{13} \cdot d\Sigma \rightarrow \text{TAGLIO LUNGO L'ASSE 1} & T_x \\ V_2(z) &= \int \tau_{23} \cdot d\Sigma \rightarrow \text{TAGLIO LUNGO L'ASSE 2} & T_y \\ V_3(z) &= \int \sigma_3 \cdot d\Sigma \rightarrow \text{SFORZO NORMALE LUNGO L'ASSE 3} & N \end{aligned}$$

E I MOMENTI?

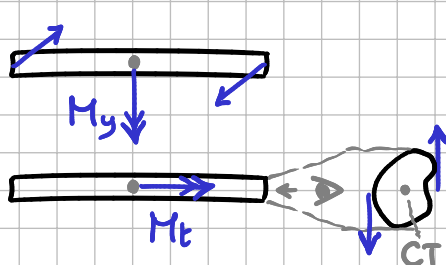
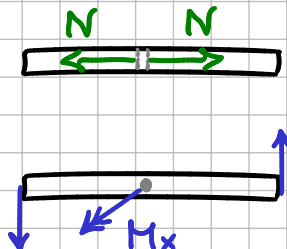
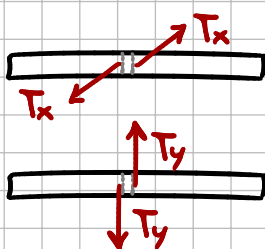
$$\text{Siccome } (\underline{x} - \underline{x}_0) \wedge \underline{t} = \begin{vmatrix} \hat{e}_1 & \hat{e}_2 & \hat{e}_3 \\ x_1 & x_2 & 0 \\ \tau_{13} & \tau_{23} & \sigma_3 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_3 x_2 \\ -\sigma_3 x_1 \\ \tau_{23} x_1 - \tau_{13} x_2 \end{bmatrix}$$

QUINDI:

$$\mu_1^0(z) = \int \sigma_3 x_2 \cdot d\Sigma \rightarrow \text{MOMENTO FLETTENTE ATTORNO ALL'ASSE 1} \quad M_x$$

$$\mu_2^0(z) = \int -\sigma_3 x_1 \cdot d\Sigma \rightarrow \text{MOMENTO FLETTENTE ATTORNO ALL'ASSE 2} \quad M_y$$

$$\mu_3^0(z) = \int (\tau_{23} x_1 - \tau_{13} x_2) \cdot d\Sigma \rightarrow \text{MOMENTO TORCENTE ATTORNO ALL'ASSE 3} \quad M_t$$



Queste formule saranno utili in seguito per lo studio della teoria di de Saint-Venant.