



Carrera	Clave de la Asignatura	Nombre de la Asignatura	Curso
Ingeniería en Computación	36284	Sistemas de Control	2022-1
<b>Práctica #4: Sistemas de Segundo orden</b>			

### Objetivo:

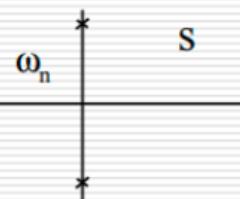
El alumno conocerá y aplicará bloques básicos para la construcción de modelos en Simulink, además de distinguir distintos tipos de sistemas de segundo orden. Identificar conceptos de respuesta Sobre-amortiguada, sub-amortiguada, Oscilatoria y Críticamente amortiguada, así como el concepto de tiempo muerto.

### Introducción:

#### *Sistema oscilatorio:*

Un oscilador es un sistema capaz de crear perturbaciones o cambios periódicos o quasi periódicos en un medio, ya sea un medio material (sonido) o un campo electromagnético (ondas de radio, microondas, infrarrojo, luz visible, rayos X, rayos gamma, rayos cósmicos).

- **Oscilador ( $\zeta = 0$ )**



$$s = \pm j\omega_n$$

- **Oscilador ( $\zeta = 0$ )  $\Rightarrow$  Polos imaginarios puros**



### Sistema subamortiguado:

Un sistema subamortiguado es aquel que posee un par de polos complejos conjugados dentro de un sistema de segundo orden. Analizando el sistema ante una entrada escalón, Cuando  $0 < \zeta < 1$ :

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$$

Dónde, podemos llamar el segundo miembro de la ecuación anterior como:

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$$

$\omega_d$  es conocida como la frecuencia natural amortiguada del sistema de segundo orden. Así, podemos resumir los polos del sistema de segundo orden subamortiguado como:

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_d$$

### Sistema críticamente amortiguado:

Un sistema críticamente amortiguado es aquel que posee dos polos iguales (polos con multiplicidad) ubicados en el mismo punto del plano complejo para un sistema de segundo grado. Analizando el sistema ante una entrada escalón, Cuando  $\zeta=1$ :

- Críticamente amortiguado ( $\zeta = 1$ )  $\Rightarrow$  Polo doble real negativo
- Críticamente amortiguado ( $\zeta = 1$ )





### Sistema sobre amortiguado:

Un sistema sobreamortiguado es aquel que posee dos polos reales dentro de un sistema de segundo orden, donde ya no existen oscilaciones. Analizando el sistema ante una entrada escalón, Cuando  $\zeta > 1$

- Sobreamortiguado ( $\zeta > 1$ )

$$\begin{aligned} s = -\zeta \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1} \\ \text{Sistemas de ecuaciones:} \\ \begin{cases} s_1 = -\zeta \omega_n + \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1} \\ s_2 = -\zeta \omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1} \end{cases} \end{aligned}$$

- Sobreamortiguado ( $\zeta > 1$ )  $\Rightarrow$  Polos reales negativos

### Material:

- Lápiz y papel para cálculos
- Equipo utilizado Equipo de cómputo con software Matlab/Simulink para simulación

### Desarrollo de la Práctica:

1. Construya un diagrama de bloques en Simulink para la implementación de un lazo de control; formado por un proceso y controlador, dados por  $G_p(s)$ ,  $G_d(s)$  y  $G_c(s)$ , como se muestra en la figura 3.1.

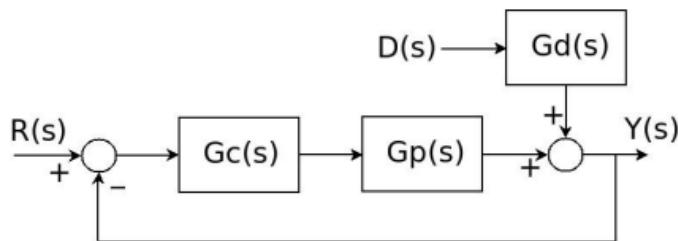


Figura 3.1 Diagrama de Bloques de lazo realimentado

En donde:

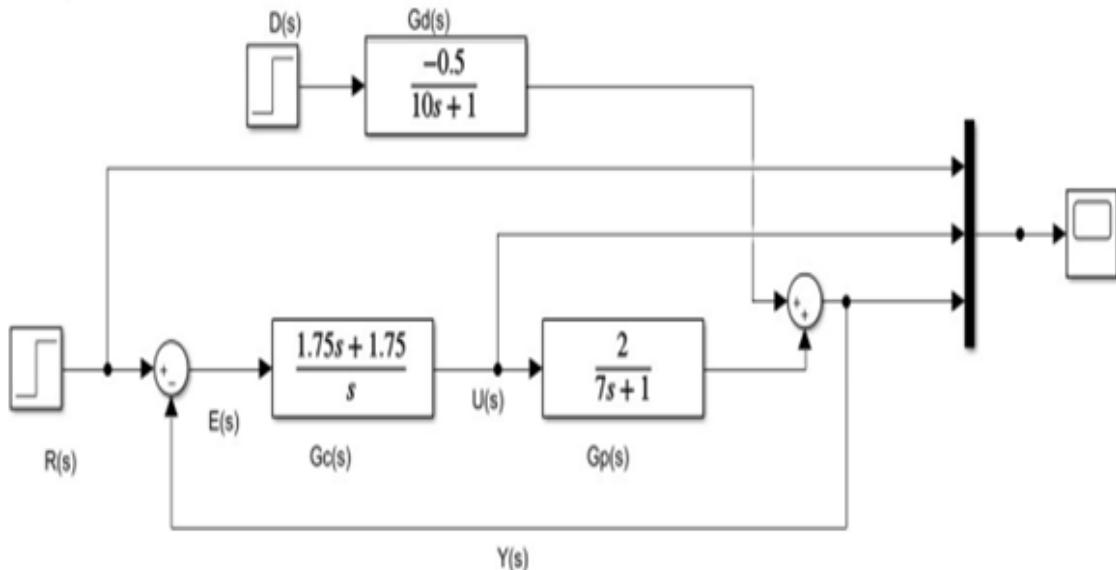
$$G_d(s) = \frac{2}{7s+1}$$

$$G_c(s) = \frac{-0.5}{10s+1}$$



$$G_p(s) = \frac{1.75s+1.75}{s}$$

La figura 3.2 muestra la implementación en Simulink del sistema de control mostrado previamente:



**Figura 3.2 Implementación del diagrama en Simulink, haciendo uso de señal “Escalón Unitario”**

2. Simule un cambio de referencia  $R(s)$  de 0 a 1 iniciando en  $t=1$ , además de la presencia de una perturbación  $D(s)$  de 0 a 1 en  $t=5$ . Esto se hace cambiando las propiedades del bloque de **STEP**, como se muestra a continuación:



Source Block Parameters: Step

Step

Output a step.

Parameters

Step time:

Initial value:

Final value:

Sample time:

Interpret vector parameters as 1-D

Enable zero-crossing detection

OK Cancel Help Apply

Source Block Parameters: Step

Step

Output a step.

Parameters

Step time:

Initial value:

Final value:

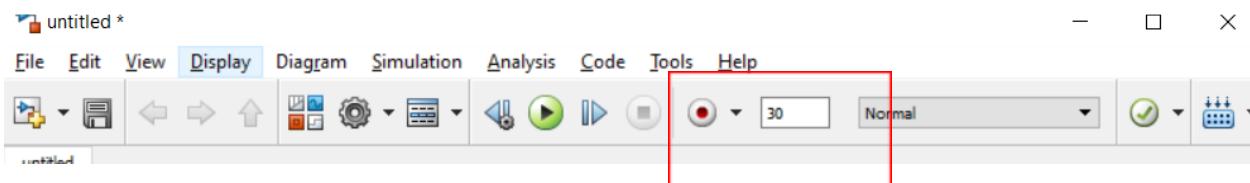
Sample time:

Interpret vector parameters as 1-D

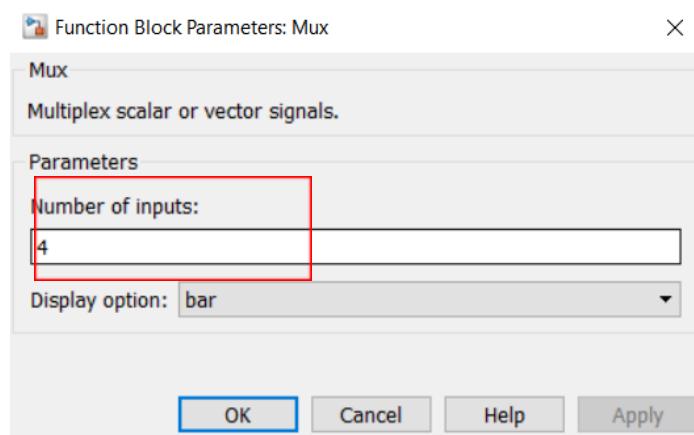
Enable zero-crossing detection

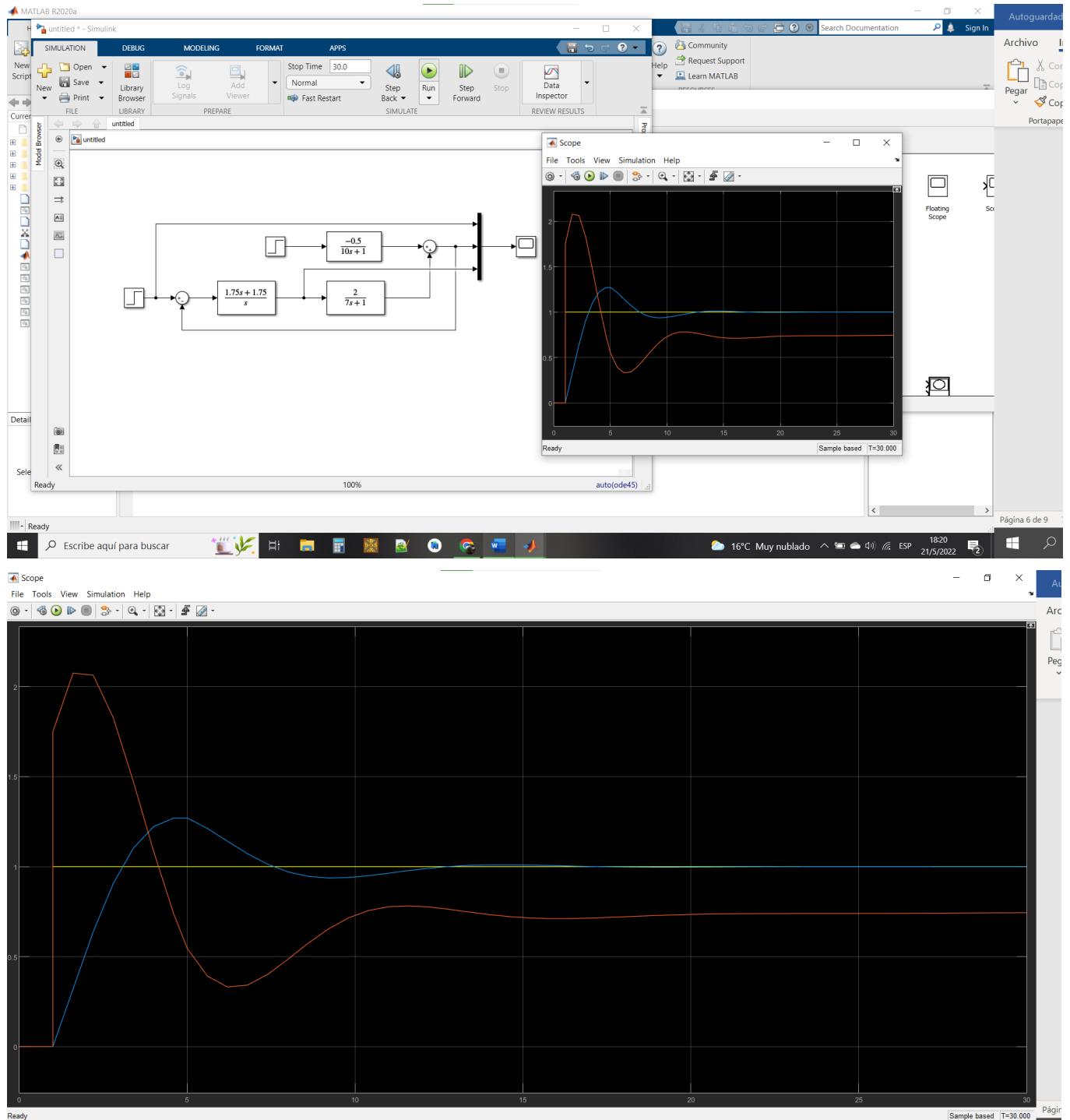
OK Cancel Help Apply

3. El tiempo total de simulación del sistema de control deberá ser de 30 segundos.  
Grafique los resultados de simulación en Matlab.



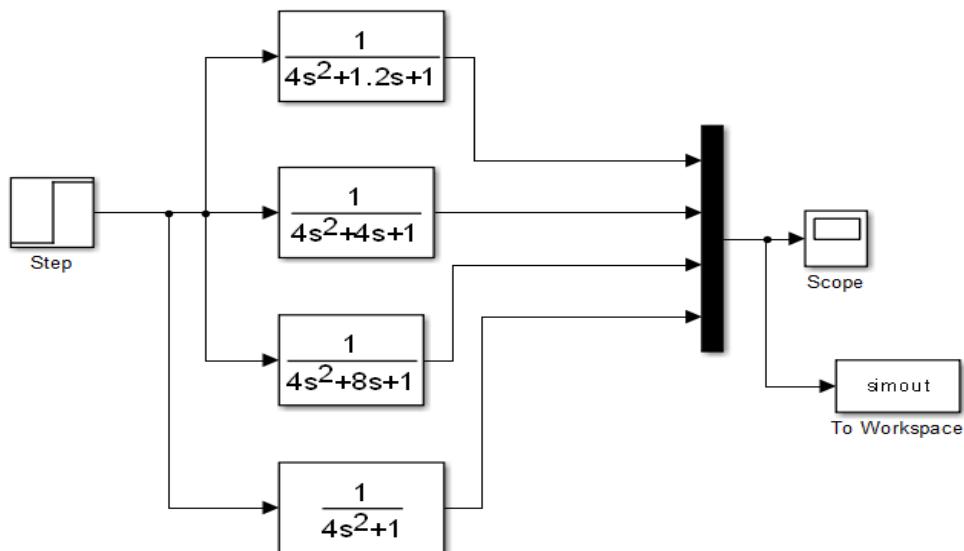
4. NOTA: la cantidad de entradas del **MUX** se puede modificar dando doble click al icono







5. Construya el modelo descrito en la figura 3.3, en Simulink, alimentado por un Escalón Unitario que parte del Origen (step time=0). Puede dejar el tiempo de simulación en 30 segundos, no olvide modificar las propiedades del MUX, dándole doble click para obtener 4 entradas.



**Figura 3.3 Diagramas de Simulink para comparar sistemas de segundo orden**

6. Utilice el diagrama de Simulink descrito en el punto anterior para comparar la respuesta de los tres tipos de sistemas de segundo orden ante una entrada escalón unitario , Calcula los **POLOS**, Calcule el “**Z**” el factor de amortiguamiento y la frecuencia natural **Wn**, e identifique si es que corresponde a una respuesta:

Sub-amortiguada, Sobre-amortiguada, Oscilatoria o Críticamente amortiguada, identificando cada sistema del inciso anterior en la gráfica del SCOPE de Simulink.

\*Anexe cálculos con resultados de los discriminantes



Materia: Sistemas de Control

Tema: Sistemas de 2<sup>do</sup> Orden Práctica 4

Fecha: 27 / Mayo / 2022

I.E. Araiza Medrano Lizette.

Ejercicio 1:  $\frac{1}{4s^2 + 12s + 1}$  Luis Angel López Valencia

Calcular los polos

$$-1.2 \pm \sqrt{1.2^2 - 4(4)(1)} / 2$$

Calcular la  $Z$ :

$$\frac{x(s)}{f(s)} = \frac{K w_n^2}{s^2 + 2Zw_n s + w_n^2}$$

$$S_1 \text{ y } S_2 = -\frac{3}{20} \pm \frac{\sqrt{91}}{20} i$$

POLOS

$$\frac{4}{s^2 + 3/10 s + 1/4}$$

$$2Zw_n s = \frac{3}{10} \Rightarrow Z = \frac{3}{10} \frac{1}{\sqrt{1/4}} = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{3}{20} - \frac{\sqrt{91}}{20} i$$

$$w_n = \sqrt{1/4}$$

$$Z = \frac{3}{10}$$

Factor de Amortig.

$$w_n = \sqrt{1/4}$$

Frecuencia Natural

Ejercicio 2:  $\frac{1}{4s^2 + 4s + 1}$  Calcular los

Polos

$$-4 \pm \sqrt{16 - 4(4)(1)} / 2$$

$$S_1 = -\frac{1}{2}$$

Polos

$$S_2 = -\frac{1}{2}$$

Factor Amortig.

$$w_n^2 s = \frac{1}{2} \Rightarrow w_n = \sqrt{1/2}$$

Frecuencia Natural

Ejercicio 3:  $\frac{1}{4s^2 + 8s + 1}$ 

$$-3 \pm \sqrt{64 - 4(4)(1)} / 2(4)$$

$$S_1 = -2 + \sqrt{3}i$$

Polos

$$S_2 = -2 - \sqrt{3}i$$

$$Z = 2$$

F. Amortiguador

$$w_n s = \frac{1}{4} \Rightarrow w_n = \sqrt{1/4}$$

$$w_n = \sqrt{1/4}$$

Frecuencia Natural.



*Criticares ve Amortig.*

Ejercicio 2:  $\frac{1}{4s^2 + 4s + 1}$  Calcular los Polos  $-4 \pm \sqrt{16 - 4(4)(1)} / 8$   
 $S_1 = -\frac{1}{2}$  Polos  
 $S_2 = -\frac{3}{2}$  Polos  
 $Z = \frac{1}{2}$  Factor Amortiguador  
 $w_n = \sqrt{\frac{1}{4}}$  Frecuencia Natural

*Sobre Amortig.*

Ejercicio 3:  $\frac{1}{4s^2 + 8s + 1}$   $-8 \pm \sqrt{64 - 4(4)(1)} / 2(4)$   
 $S_1 = \frac{-2 + \sqrt{3}i}{2}$  Polos  
 $S_2 = \frac{-2 - \sqrt{3}i}{2}$  Polos  
 $Z = 2$  F. Amortiguador  
 $w_n = \sqrt{\frac{1}{4}}$  Frecuencia Natural

*Oscilatorio*

Ejercicio 4:  $\frac{1}{4s^2 + 1}$  Polos  $S_1 = \frac{1}{2}i$   
 $S_2 = -\frac{1}{2}i$  Polos  
 $2Zw_n s = 0$   
 $Z = \frac{0}{2(w_n)} \therefore Z = 0$  Fact. Amortiguador.  
 $w_n s = \sqrt{\frac{1}{4}}$  Frecuencia Natural



Ejercicio 1:

$$\frac{\frac{4}{S^2 + \frac{3}{4}S + \frac{1}{4}}}{\frac{X(s)}{T(s)}} = \frac{X_{W_n}^2}{Z^2}$$

$$S^2 + \frac{3}{4}S + \frac{1}{4} = S^2 + 3S/4 + 1/4$$

$$S^2 + 3S/4 + 1/4 = 0 \Rightarrow S_1 = -3/2 + \sqrt{(-3/2)^2 - 4(1)(1)/4} = -3/2 + \sqrt{25/16} = -3/2 + 5/4 = 1/4$$

$$S_2 = -3/2 - \sqrt{(-3/2)^2 - 4(1)(1)/4} = -3/2 - \sqrt{25/16} = -3/2 - 5/4 = -5/4 = -1.25$$

$$Z = \frac{3}{10} \Rightarrow Z = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{\sqrt{1/4}} = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{1/2} = \frac{3}{10} \cdot 2 = \frac{3}{5}$$

$$Z = \frac{3}{5} \Rightarrow Z = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{10} = \frac{3}{50}$$

$$U_n = \sqrt{1/4} = \frac{1}{2}$$

Ejercicio 2:

$$\frac{1}{4S^2 + 4S + 1} \quad \text{Calcular los poles}$$

$$4S^2 + 4S + 1 = 0 \Rightarrow S_1 = -1/2 + \sqrt{(-1/2)^2 - 4(1)(1)/4} = -1/2 + \sqrt{1/16 - 4(1)(1)/4} = -1/2 + \sqrt{1/16 - 1/4} = -1/2 + \sqrt{-3/16} = -1/2 + \sqrt{3}/4 = -1/2 + \sqrt{3}/4 = \frac{-2 + \sqrt{3}}{4}$$

$$S_2 = -1/2 - \sqrt{(-1/2)^2 - 4(1)(1)/4} = -1/2 - \sqrt{1/16 - 1/4} = -1/2 - \sqrt{1/16 - 1/4} = -1/2 - \sqrt{-3/16} = -1/2 - \sqrt{3}/4 = -1/2 - \sqrt{3}/4 = \frac{-2 - \sqrt{3}}{4}$$

$$U_n^2 S = \frac{1}{4} \Rightarrow U_n = \frac{1}{2\sqrt{1/4}} = \frac{1}{2 \cdot 1/2} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{Ejercicio 2: } \frac{1}{4s^2 + 4s + 1} \quad \begin{array}{l} \text{Calcular los} \\ \text{polos} \end{array}$$

$$\text{Ejercicio 3: } \frac{1}{4s^2 + 8s + 1} - \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4(4)(1)}}{2(4)} = \frac{s_1 = -2 + \sqrt{5}}{2} \quad \frac{s_2 = -2 - \sqrt{5}}{2}$$

$s_1 = \frac{2}{2} \quad s_2 = \frac{-2}{2}$

$\omega_{ns} = \sqrt{\frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$

$$\begin{aligned}
 & \text{Ejercicio 4} \quad \frac{1}{4s^2 + 1} \\
 & \text{Poles } s_1 = \frac{1}{2} \quad \text{Poles } s_2 = -\frac{1}{2} \\
 & Z = \frac{1}{2} \quad \text{Z} = -\frac{1}{2} \\
 & V_{in} = \sqrt{\frac{1}{4}} \quad V_{out} = \sqrt{\frac{1}{4}}
 \end{aligned}$$

0501/1990  
one/100



Materia: Sistemas de Realización  
Prof. Dr. López Valencia  
Sistemas de Los Polos

-1.2 ± √1.2² - 4(1)(1)

POLOS

SE

$$\text{1. } \frac{1}{s^2 + 1.2s + 1} = \frac{Kw_n^2}{s^2 + 2\zeta_1 s + \omega_n^2}$$

$$\zeta_1 = \frac{1}{2} \quad \omega_n = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\text{2. } \frac{2\zeta_1 s + 1}{s^2 + 2\zeta_1 s + \omega_n^2} = \frac{2}{10} \Rightarrow \frac{2}{10} = \frac{3}{10} \frac{1}{4}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\zeta_1 = \frac{3}{10} \quad \text{Factor de Amortig.$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

Frecuencia Natural

$$\text{3. } \frac{1}{s^2 + 1.2s + 1} = \frac{1}{s^2 + 2\zeta_1 s + \omega_n^2}$$

$$\zeta_1 = -\frac{1}{2} \quad \omega_n = \frac{1}{2}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

Factor Amortig.

Frecuencia Natural

$$\text{4. } \frac{1}{s^2 + 1.2s + 1} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$\omega_n = \frac{-2 + \sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\omega_n = \frac{-2 - \sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}$$

F. Amortig.

F. Amortig.

$$\text{5. } \frac{1}{s^2 + 1.2s + 1} = \frac{2}{2(\frac{1}{2})}$$

$$\omega_n = \frac{1}{2}$$

$$\omega_n = \frac{1}{2}$$

F. Amortig.

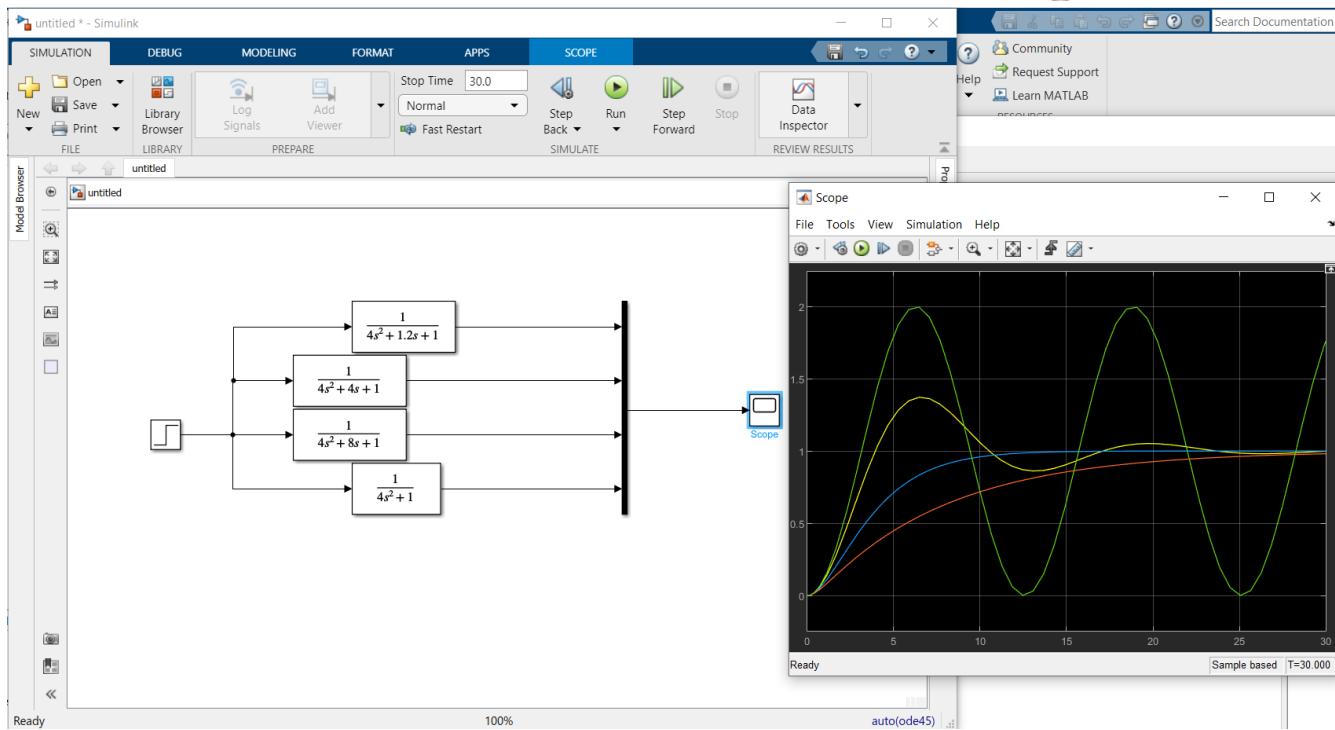
F. Amortig.

$$\text{6. } \frac{1}{s^2 + 1.2s + 1} = \frac{2}{2(\frac{1}{2})}$$

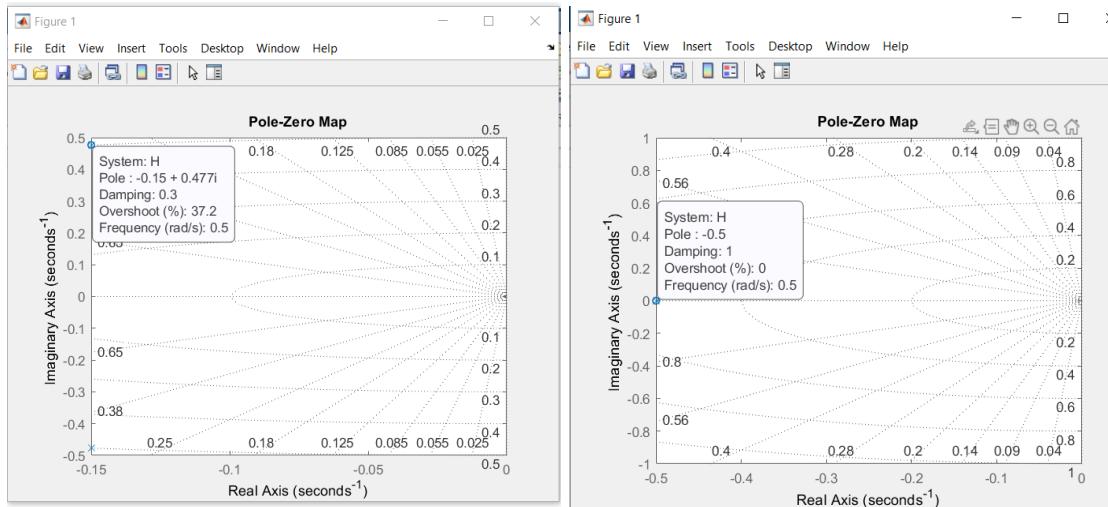
$$\omega_n = \frac{1}{2}$$

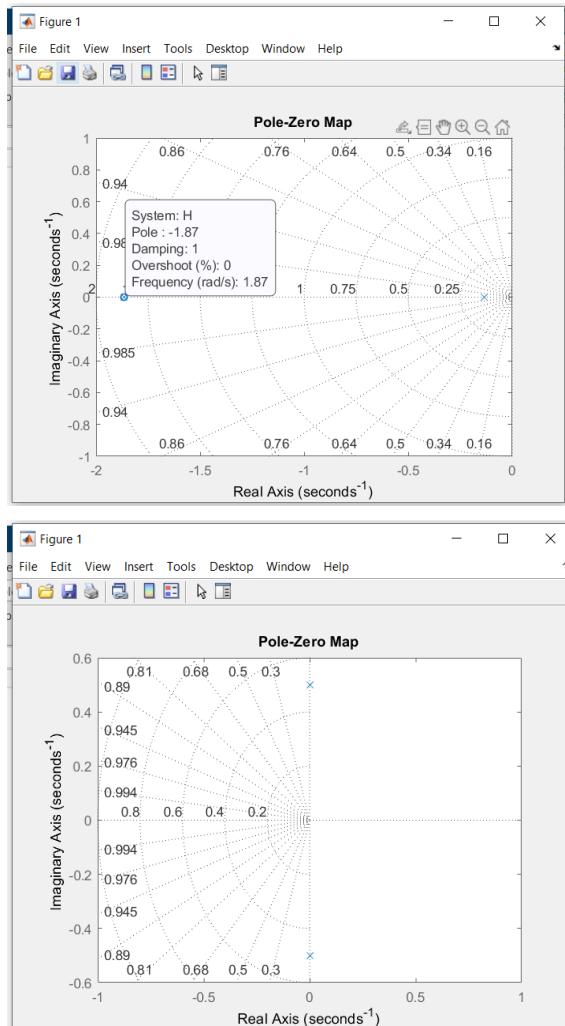
$$\omega_n = \frac{1}{2}$$

F. Amortig.

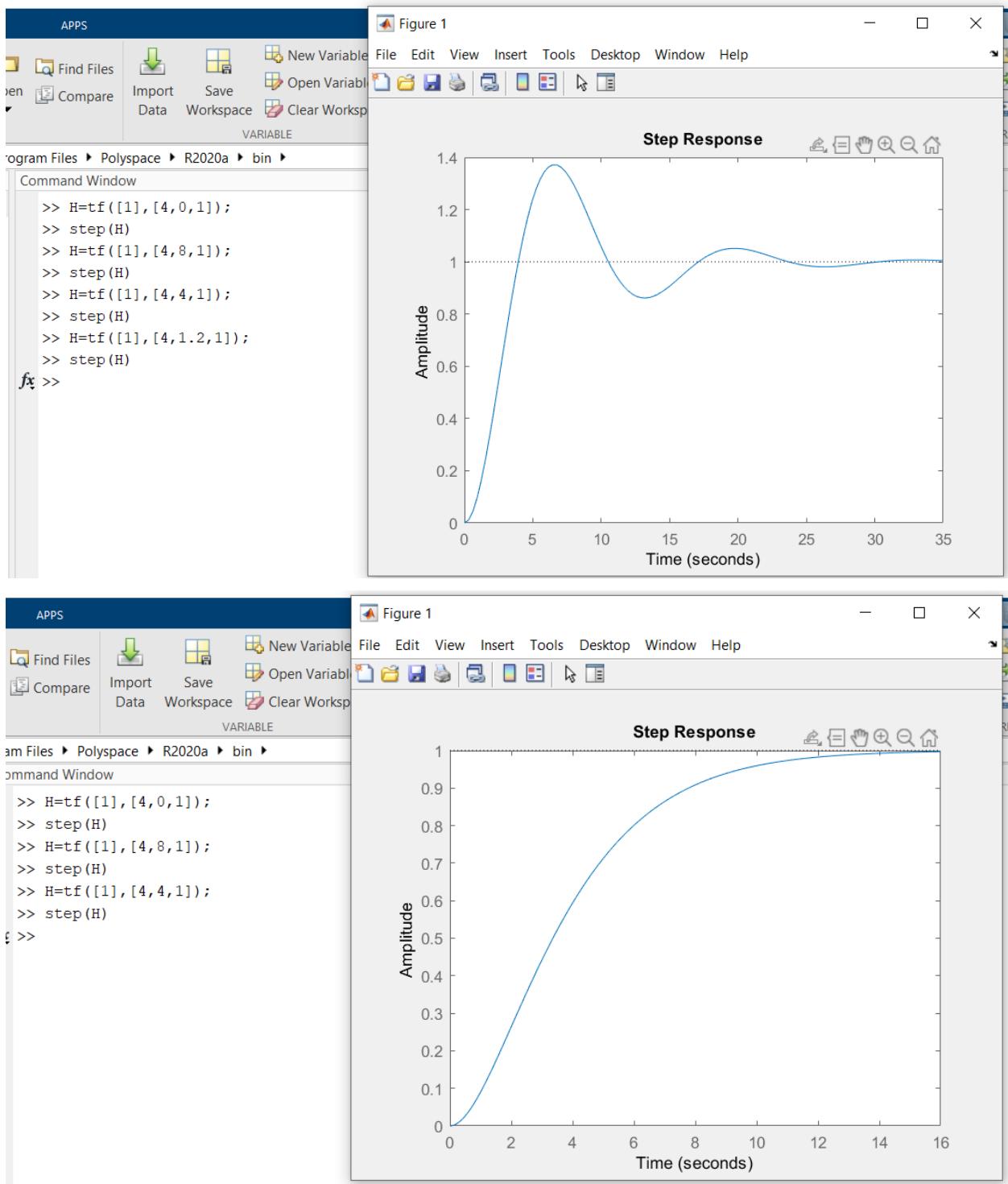


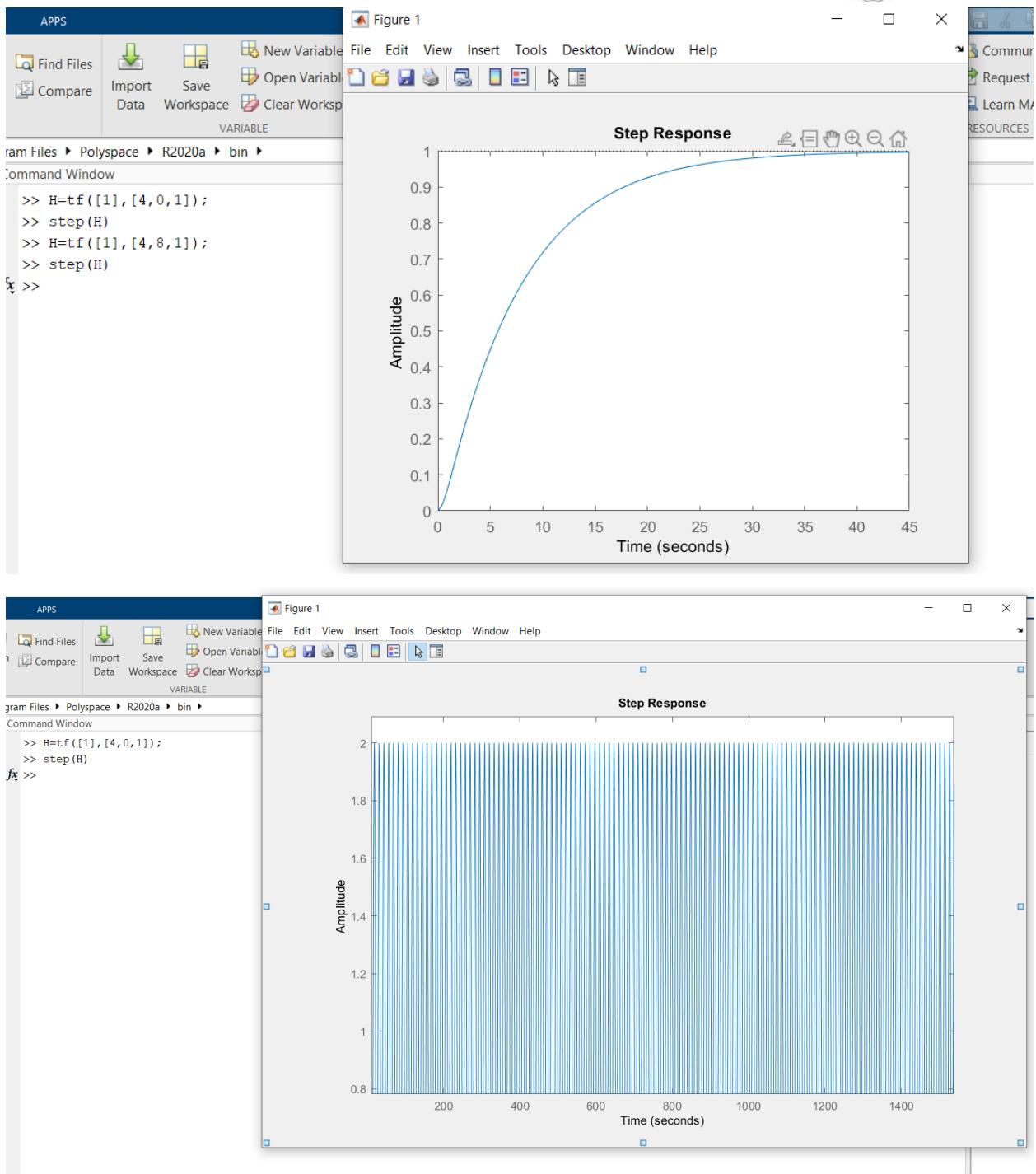
7. Anexe las gráficas utilizando la función ***pzmap()*** de Matlab y compare con sus resultados encontrados. ¿Coinciden los resultados calculados con los simulados? s





8. Utilizando la función **step()**, encuentre la gráfica de Salida con respecto al tiempo para cada uno de los sistemas de la **figura 3.3**





9. Grafique los resultados de la simulación en Matlab, utilizando el siguiente código, pude copiarlo y pegarlo directamente en la pantalla de **Command Windows** :

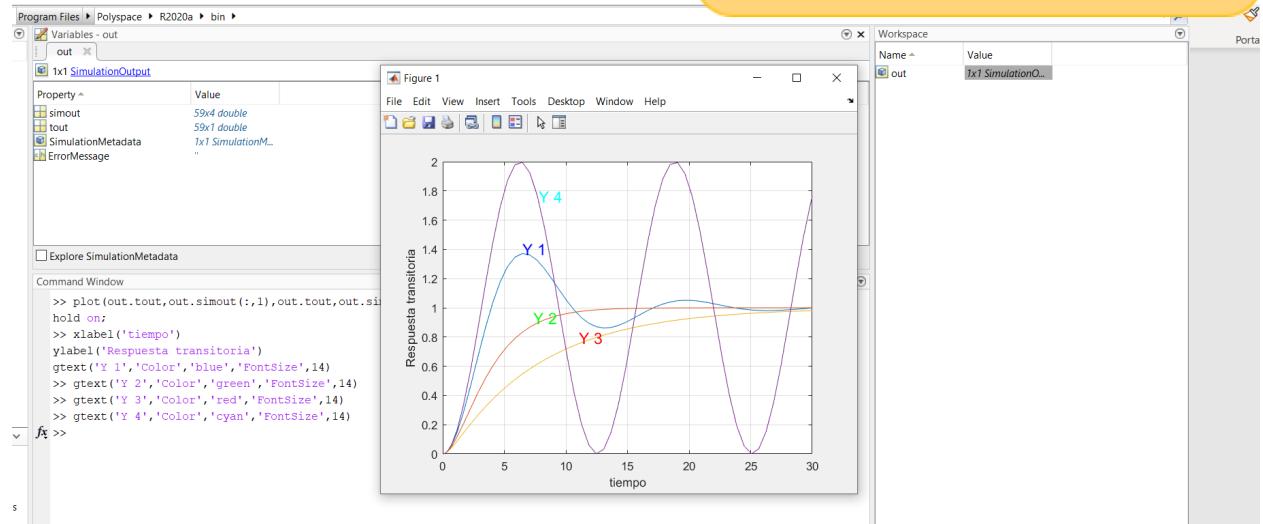
*\*Explique o Indique que es lo que realiza, si es necesario realice los ajustes pertinentes\**



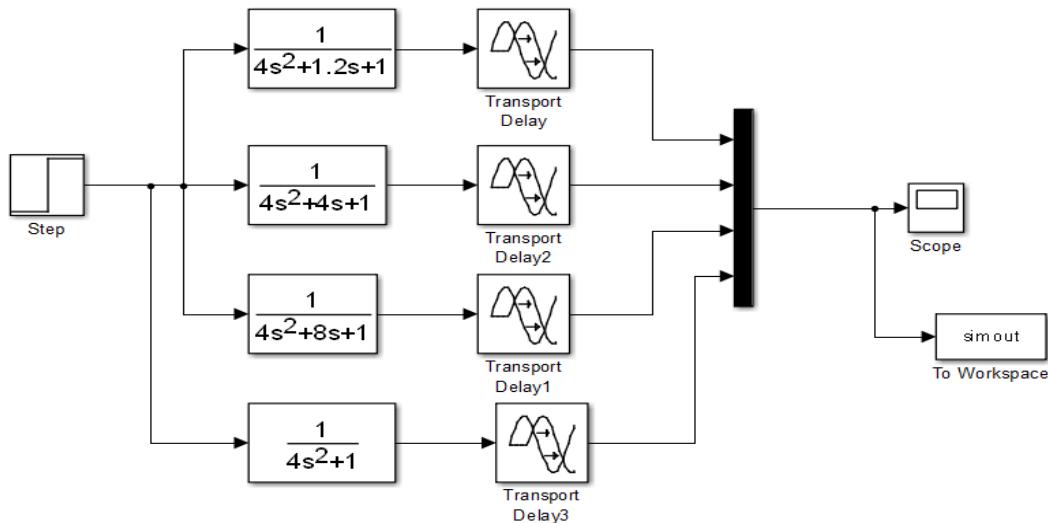
**Asegúrese de cambiar la configuración del bloque de "SIMOUT"  
a grabar en modo ARRAY**

```
>> plot(tout,simout(:,1),tout,simout(:,2),tout,simout(:,3),tout,simout(:,4));
>> grid on;
>> hold on;
>> xlabel('tiempo')
>> ylabel('Respuesta transitoria')
>> gtext('Y 1','Color','blue','FontSize',14)
>> gtext('Y 2','Color','green','FontSize',14)
>> gtext('Y 3','Color','red','FontSize',14)
>> gtext('Y 4','Color','cyan','FontSize',14)
```

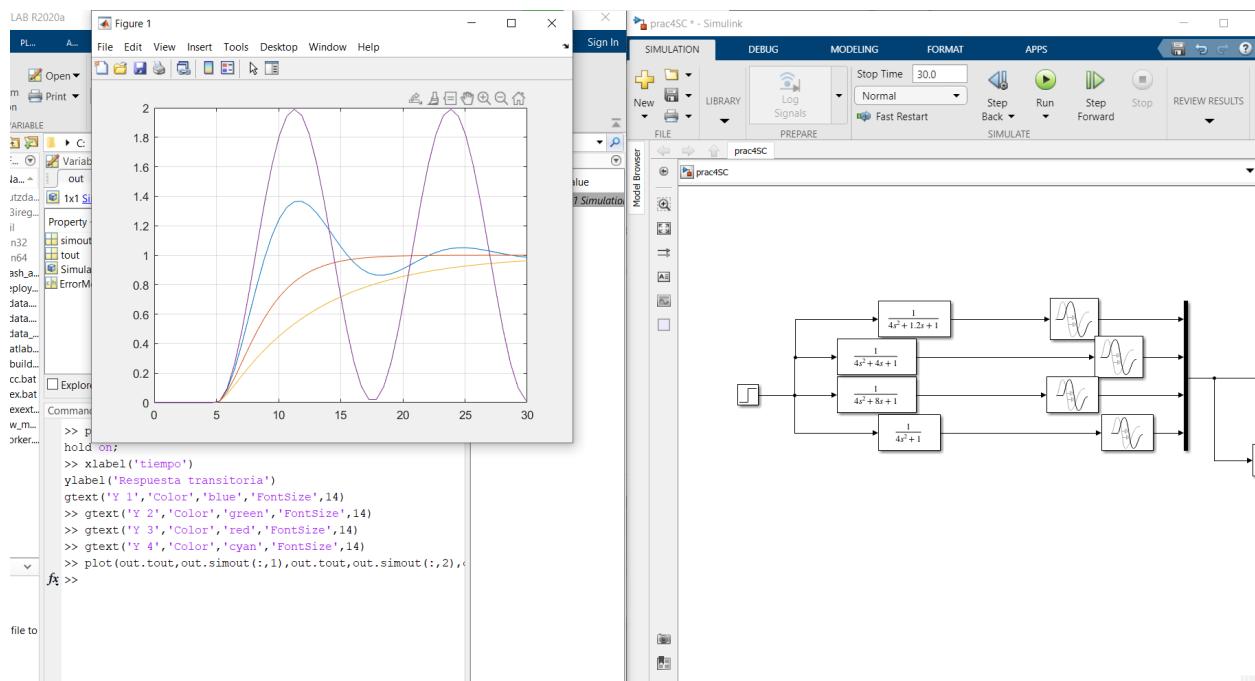
Al usar gtext, Aparecerán unas líneas negras sobre la gráfica, darle click en la posición que quieras que aparezca el texto, de preferencia sobre la gráfica a identificar



10. El diagrama de Simulink de la figura 3.4, muestra la manera de incluir un tiempo muerto a la respuesta del sistema. Compare a respuesta de los sistemas con tiempo muerto de 5 segundos y aumente el tiempo de simulación a 35 o 40 segundos.



**Figura 3.4 Sistema con tiempo muerto**



NOTAS:

 <b>MUX</b> multiplexor	<b>SIMOUT</b>	<b>TRANSPORT DELAY</b>
--	---------------	------------------------



Dentro del menú de los “ <b>USADOS COMÚNMENTE</b> ”  (tu puedes modificar la cantidad de entradas al accesar a las propiedades del MUX, dando doble click al icono )  Multiplexa las señales de entrada en una señal de salida, donde se puede configurar el número de señales de entrada	 simout  To Workspace	 Transport Delay
	Dentro del menú “ <b>SINKS</b> ” Permite transferir los resultados de la simulación al espacio de trabajo de Matlab. Puede configurarse el nombre de la variable y su tipo.  Recuerda cambiar el modo de grabado a “ARREGLO” para que puedas manipular los datos en el WORKSPACE	Dentro del menú de los elementos “ <b>CONTINUOS</b> ”  Aplica un retardo específico a una señal de entrada

## Conclusiones:

Utilizando lo aprendido en clase pude analizar de forma práctica y simulada cómo se comportan las señales de segundo orden, cuales son los elementos que las caracterizan y cómo identificarlas de una forma sencilla a partir de la Función de transferencia que tenga, también es posible calcular sus valores por medio de un diagrama de polos y ceros. Solo se deben de despejar las formulas para obtener los factores de amortiguación, frecuencia natural y los valores de la frecuencia natural amortiguada.

## Bibliografía:

<https://www.mathworks.com/help/simulink/slref/sim.html>

[https://www.mathworks.com/matlabcentral/answers/480272-simout-does-not-produce-the-ti-meseries-data?s\\_tid=ta\\_ans\\_results](https://www.mathworks.com/matlabcentral/answers/480272-simout-does-not-produce-the-ti-meseries-data?s_tid=ta_ans_results)

<https://www.mathworks.com/help/control/ref/lti.step.html>