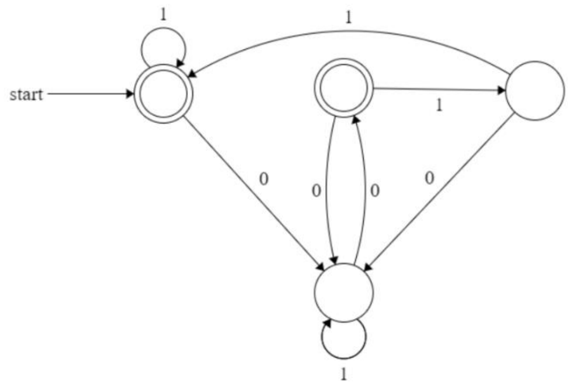
2022 形式语言自动机期末模拟试卷

****题型仅供参考，与期末考试不一定相同，**

1. Give a DFA accepting the language that meets the following requirements over the alphabet {0, 1}.

   The number of 0s is even and don’t end in 01

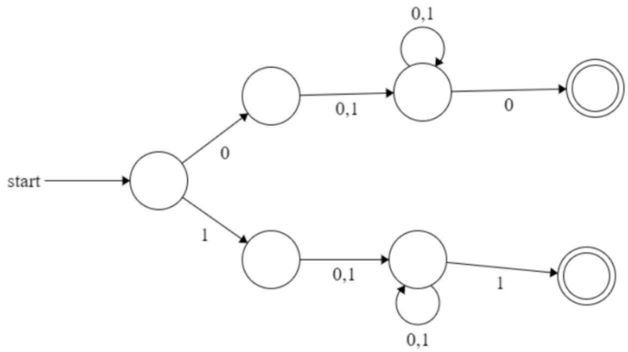


2. Give a NFA accepting the following language. $\{xwx^R | x, w \in \{0,1\}^+\}$

ε ✗
1 ✓
0 ✓

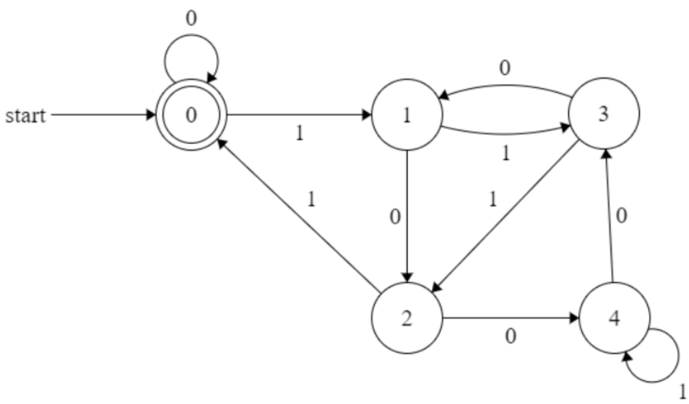
首尾相同

但不接收ε.



3. Write a regular expression accepting the strings that represent a number divisible by 5 in binary.

思路：设计 dfa，再转 re



$$(0 + 1(10)^*(0+11).(01^*01+01^*00(10)^*(0+11))^*.1)^+.$$

$$(0 + 1(10+(0+11)(01^*01)^*0100)^*.(0+11).(01^*01)^*1)^+$$

4. Prove that the language $\{a^m b^n c^{2k} d^{2z} | z \neq m+n+k\}$ is not regular with pumping lemma.

思路一.直接使用泵引理

可取$m=N$，$n=N$，$k=N$，$z=3N+N!$,

则分为xyz后，$y=a^s$，$1<s<n$，

则对于$xy^f z$，$m=N+(f-1)s, n=N$，$k=N$，$z=3N+N!$,

取$(f-1)=\frac{N!}{s}$即可

思路二.利用封闭性和泵引理

$L1=\{a^m b^n c^{2k} d^{2z} | z、m、n、k \text{ 非负}\}$

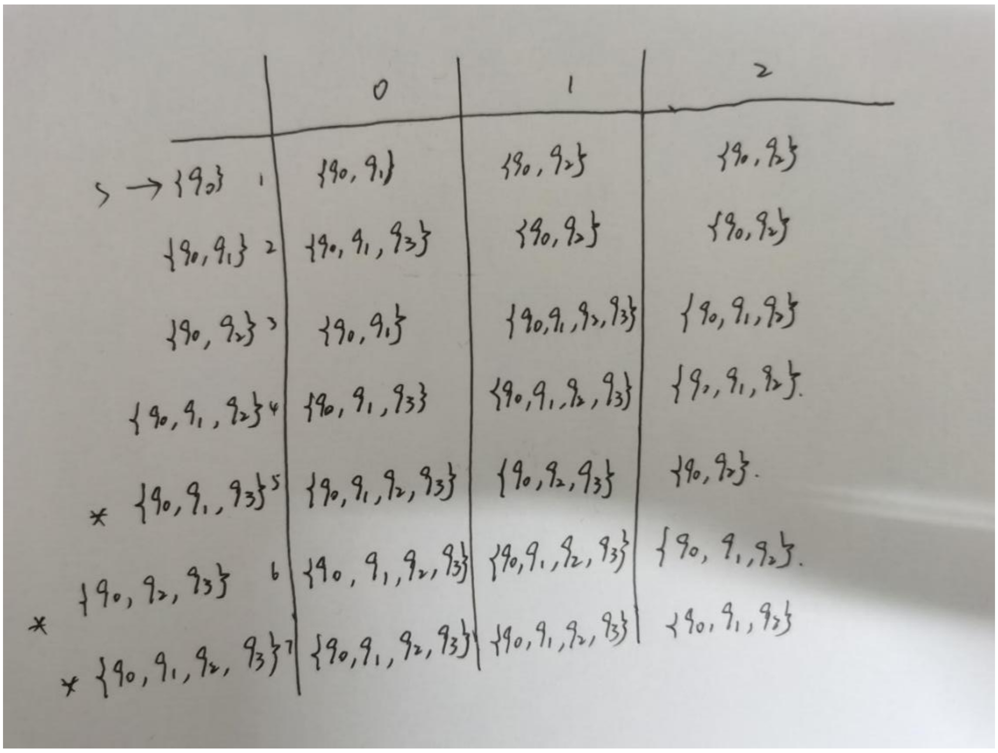
$L2=\{a^m b^n c^{2k} d^{2z} | z=m+n+k\}$

$L3=\{a^m b^n c^{2k} d^{2z} | z\neq m+n+k\}$

由泵引理易证 L2 非正则，则若 L3 正则，由 L1-L3=L2 可知 L2 为正则，矛盾！所以 L3 非正则

5. Convert to a DFA the following NFA:

		0	1	2
Start	q0	{q0, q1}	{q0, q2}	{q0, q2}
	q1	{q0, q3}	∅	{q2}
	q2	∅	{q1, q3}	{q1, q2}
*	q3	{q2, q3}	{q3}	{q0}



		0	1	2
$S \to \{q_0\}$	1	$\{q_0,q_1\}$	$\{q_0,q_2\}$	$\{q_0,q_2\}$
$\{q_0,q_1\}$	2	$\{q_0,q_1,q_3\}$	$\{q_0,q_2\}$	$\{q_0,q_2\}$
$\{q_0,q_2\}$	3	$\{q_0,q_1\}$	$\{q_0,q_1,q_2,q_3\}$	$\{q_0,q_1,q_3\}$
$\{q_0,q_1,q_2\}$	4	$\{q_0,q_1,q_3\}$	$\{q_0,q_1,q_2,q_3\}$	$\{q_0,q_1,q_2\}$
$*\ \{q_0,q_1,q_3\}$	5	$\{q_0,q_1,q_2,q_3\}$	$\{q_0,q_2,q_3\}$	$\{q_0,q_2\}$
$*\ \{q_0,q_2,q_3\}$	6	$\{q_0,q_1,q_2,q_3\}$	$\{q_0,q_1,q_2,q_3\}$	$\{q_0,q_1,q_2\}$
$*\ \{q_0,q_1,q_2,q_3\}$	7	$\{q_0,q_1,q_2,q_3\}$	$\{q_0,q_1,q_2,q_3\}$	$\{q_0,q_1,q_2\}$

6. Give a context-free grammar over $\{1,2,3,+,{}^*,(,),\emptyset,\varepsilon\}$ for all regular expressions over alphabet {1,2,3}.

答案:

这题考察通过正则表达式的定义来构造 CFG

$$S \to \emptyset|\varepsilon|1|2|3|S+S|S^*|SS|(S)$$

7. Construct CNF equivalent to the following grammar:

$S \to aBB|bAA$

$B \to aBa|aa|\varepsilon$

$A \to bbA|\varepsilon$

答案:

首先去除空产生式:

观察 A 和 B 是可空的，所以对 A 和 B 进行替换

$S \to a|aB|aBB|b|bA|bAA$

$B \to aBa|aa$

$A \to bbA|bb$

接着将其转化为乔姆斯基范式（$A \to BC$ 或者 $A \to a$ 的形式）

$S \to a|S_1B|S_1S_2|b|S_3A|S_3S_4$

$S_1 \to a$

$S_2 \to BB$

$S_3 \to b$

$S_4 \to AA$

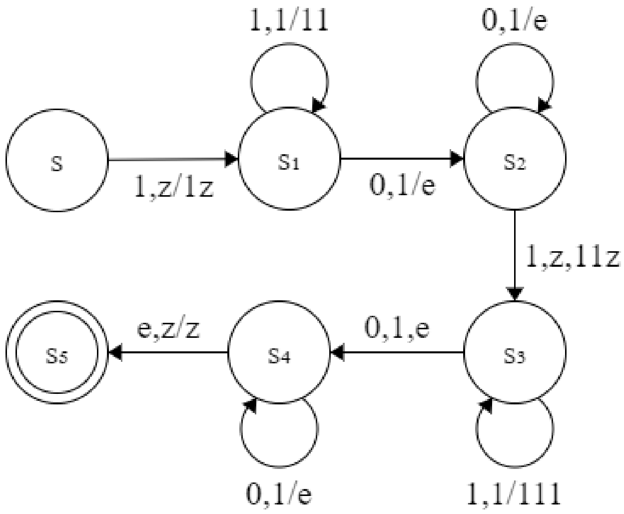
$B \to S_1B_2|S_1S_1$

$B_2 \to BS_1$

$A \to S_3A_2|S_3S_3$

$A_2 \rightarrow S_3A$

8. Design a PDA for L(M) = $\{1^n0^n|n \geq 1\}\{1^n0^{2n}|n \geq 1\}$



答案：

其中，S– S_2是判断$\{1^n0^n|n \geq 1\}$的过程，S_2– S_4是判断$\{1^n0^{2n}|n \geq 1\}$的过程，S_5为判断结束的最终状态。

9. Prove the language L= $\{x\#y|x, y \in \{0,1\}^*\text{and y is a substring of x}\}$ is not CFL with pumping lemma;

答案：

假设 L 是 CFL, N 为泵引理所说的正整数，取字符串 $1^N0^N\#1^N0^N$ 在 L 中

由泵引理存在$z = uvwxy$满足$(1)|vwx| \leq N; (2)|vx| \geq 1(3)\left|vu^iwx^iy\right| \in L, i = 0,1,2, \ldots.$

若vwx在#前取 i=0，显然不成立

若vwx在#后取 i>=2，也不成立

若vwx包含#号

若#在 vx 中，取 i=0 新字符串不包含#显然不成立

若#不在 vx 中取,

若$|x| \neq 0$, 则$x_1 \neq 0$

取 i=0 由于$|vwx| \leq N$字符串变为$1^N0^{N-x1}\#1^{N-x2}0^N$, 此时$1^{N-x2}0^N$不是1^N0^{N-x1}的子串, 也不成立

若$|v| \neq 0$, 则$x_2 \neq 0$

取 i=2 由于$|vwx| \leq N$字符串变为$1^N0^{N+x1}\#1^{N+x2}0^N$, 此时$1^{N+x2}0^N$不是1^N0^{N+x1}的子串, 也不成立

所以 L 不是 CFG

10. Design Turing machine to compute n^2. (start from 0^n to 0^{n^2})

答案：起初是 00…00

S0->S1 变为 00…00A

S1->S3 将 A 左边的第一个 0 变成 1 之后返回到 A 的位置，开始一次加 n 操作，

S3,S4,S5 循环是将 A 右边 0 的个数加上 A 左边字符的个数，用 3 暂时代替 1，2 暂时代替 0，代表该数字已经被复制到右边。

变化过程： 00…0011..11A00..00

00…0033..33A00..0000..00（此时 1 已经全部复制到右边）

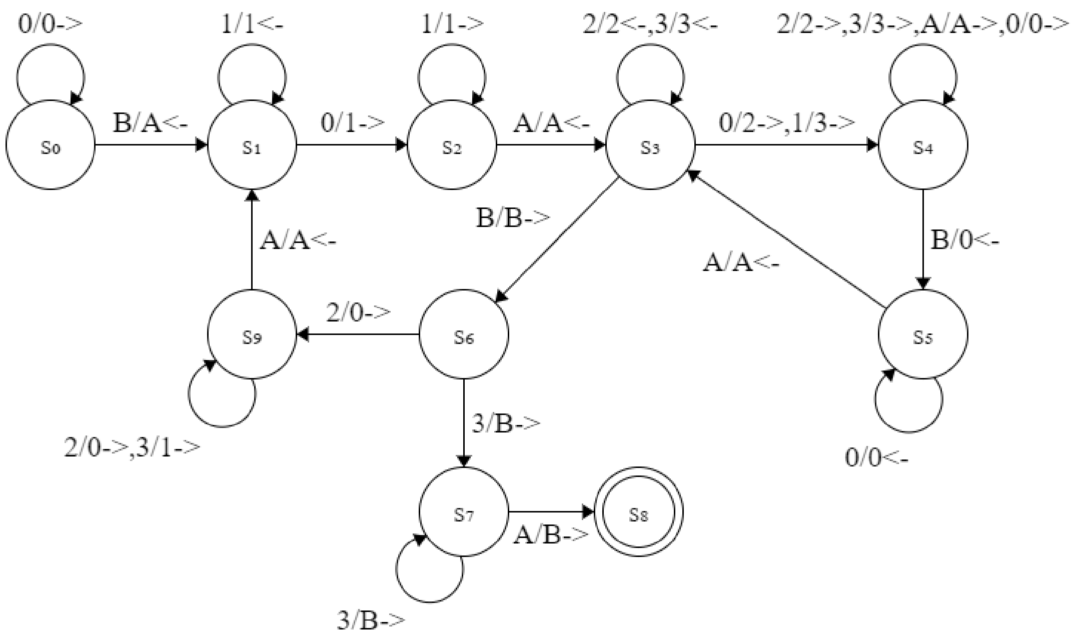
22…2233..33A00..0000..00（此时 A 右边的 0 已经全部复制到右边）

S3->S6 发现 S 右边的 0，1 已经全部被替换为 2，3

S6->S7 发现 串此时为 33…33A00..0，说明右边已经进行了 n 次加 n 的操作，可以结束了，这时把 3 和 A 从串里边删去就行了

S6->S9->S1 把 2，3 还原为 0，1 开始下一轮的加 n 操作

M=({s1,s2,s3,s4,s5,s6,s7,s8,s9},{0},{A,1,2,3}，δ， s0,B,{s8})如下图：



（其实 A 状态是可以省略的，但是为了理解和讨论方便，我还是加上了）

命题人：计算学部讲师团形式语言自动机命题组

命制时间：2022.5.4