

# 形式语言与自动机理论

## 下推自动机

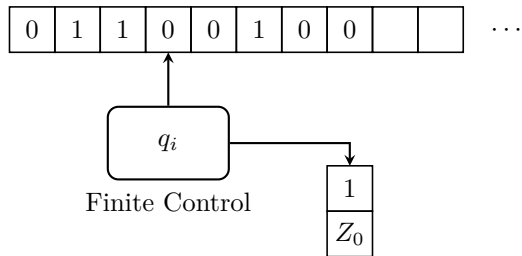
王春宇

计算机科学与技术学院  
哈尔滨工业大学

# 下推自动机

- 下推自动机
  - 形式定义
  - 瞬时描述和转移符号
- 下推自动机接受的语言
- 下推自动机与文法的等价性
- 确定型下推自动机

# 下推自动机



# 下推自动机的形式定义

f + 2

## 定义

下推自动机(PDA, Pushdown Automata)  $P$  为七元组

$$P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$$

- ①  $Q$ , 有穷状态集;
- ②  $\Sigma$ , 有穷输入符号集;
- ③  $\Gamma$ , 有穷栈符号集;
- ④  $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \rightarrow 2^{Q \times \Gamma^*}$ , 状态转移函数;
- ⑤  $q_0 \in Q$ , 初始状态;
- ⑥  $Z_0 \in \Gamma - \Sigma$ , 栈底符号;
- ⑦  $F \subseteq Q$ , 接收状态集或终态集.

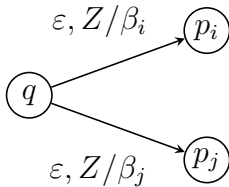
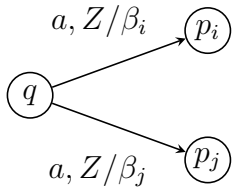
$Z_0$

## PDA 的动作和状态转移图

如果  $q, p_i \in Q$  ( $1 \leq i \leq m$ ),  $a \in \Sigma$ ,  $Z \in \Gamma$ ,  $\beta_i \in \Gamma^*$ ,  
可以有动作:

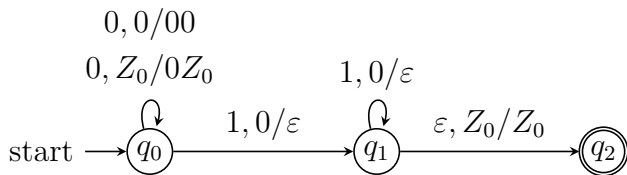
$$\delta(q, a, Z) = \{(p_1, \beta_1), (p_2, \beta_2), \dots, (p_m, \beta_m)\}, \text{ 或}$$

$$\delta(q, \varepsilon, Z) = \{(p_1, \beta_1), (p_2, \beta_2), \dots, (p_m, \beta_m)\}.$$

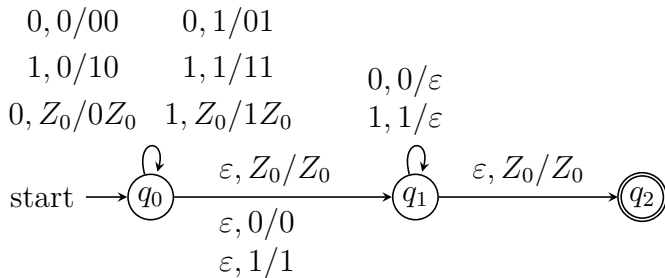


例 1. 设计识别  $L_{01} = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$  的 PDA.

---



例 2. 设计识别  $L_{ww^R} = \{ww^R \mid w \in (0+1)^*\}$  的 PDA.



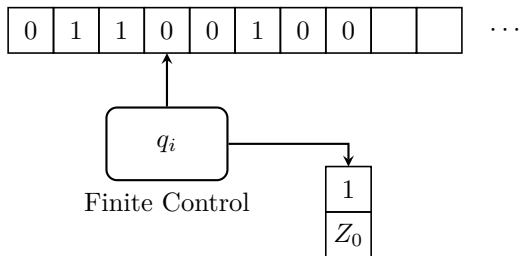
# 瞬时描述

## 定义

为描述  $PDA$  瞬间的格局, 定义  $Q \times \Sigma^* \times \Gamma^*$  中三元组

$$(q, w, \gamma)$$

为**瞬时描述**(*ID*, *Instantaneous Description*), 表示此时  $PDA$  处于状态  $q$ , 剩余输入串  $w$ , 栈为  $\gamma$ .





# 转移符号

## 定义

在 PDA  $P$  中如果  $(p, \beta) \in \delta(q, a, Z)$ , 由  $(q, aw, Z\alpha)$  到  $(p, w, \beta\alpha)$  的变化, 称为  $ID$  的转移  $\vdash_P$ , 记为

$$(q, aw, Z\alpha) \vdash_P (p, w, \beta\alpha)$$

其中  $w \in \Sigma^*$ ,  $\alpha \in \Gamma^*$ .

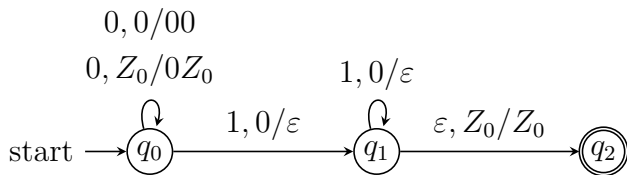
若有  $ID$   $I, J$  和  $K$ , 递归定义  $\vdash_P^*$  为:

①  $I \vdash_P^* I$ ;

② 若  $I \vdash_P J$ ,  $J \vdash_P^* K$ , 则  $I \vdash_P^* K$ .

若  $P$  已知, 可省略, 记为  $\vdash$  和  $\vdash^*$ .

续例 1. 语言  $L_{01} = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$  的 PDA, 识别 0011 时的 ID 序列.



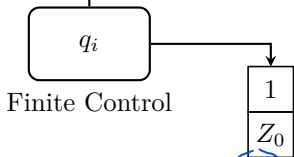
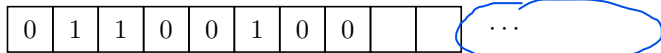
## 定理 23

对  $\forall w \in \Sigma^*, \forall \gamma \in \Gamma^*$ , 如果

$$(q, x, \alpha) \vdash_P^* (p, y, \beta),$$

那么

$$(q, x\underline{w}, \alpha\underline{\gamma}) \vdash_P^* (p, y\underline{w}, \beta\underline{\gamma}).$$



加法

推上

7-88 1050  
F0 部分

## 定理 24

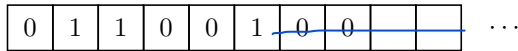
对  $\forall w \in \Sigma^*$ , 如果

$$(q, \underline{x}w, \alpha) \vdash_P^* (p, \underline{y}w, \beta),$$

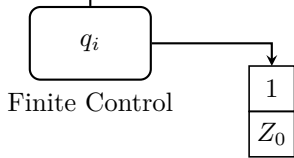
那么

$$(q, x, \underline{\alpha}) \vdash_P^* (p, y, \underline{\beta}).$$

不可以删子字  
不可回



删子字



减法