

Termin: Piątek parzysty godz. 7:30

## Sprawozdanie

### 1. Analiza rekurencyjnej wersji estymatora najmniejszych kwadratów

Estymacja ta polega na obliczaniu wartości estymatora wraz z przybywaniem kolejnych pomiarów.

#### 1.1 Wzory oraz dane

Do wyliczenia estymatora wymagana jest macierz kowariancji, która jest przedstawiona wzorem

$$\mathbf{P}_n = \mathbf{P}_{n-1} - \frac{\mathbf{P}_{n-1} * \boldsymbol{\phi}_n^T * \mathbf{P}_{n-1}}{1 + \boldsymbol{\phi}_n^T * \mathbf{P}_{n-1} * \boldsymbol{\phi}_n}$$

, a sam estymator jest obliczany ze wzoru

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_n = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{n-1} + \mathbf{P}_n * \boldsymbol{\phi}_n * (\mathbf{y}_n - \boldsymbol{\phi}_n^T * \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{n-1})$$

Aktualny pomiar wyjścia obiektu jest wyliczany ze wzoru

$$\mathbf{y}_n = \boldsymbol{\phi}_n^T * \boldsymbol{\theta}^* + \mathbf{Z}_n$$

, gdzie  $\boldsymbol{\theta}^*$  jest wektorem rzeczywistych współczynników równania różnicowego, które opisuje badany obiekt.

$$\boldsymbol{\theta}^* = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.8 \end{bmatrix}$$

#### 1.2 Kod programu

```

skrypt.m
1 - clear all;
2 - close all;
3 - theta_r=[0.6;0.8];
4 - N=1000;
5 - U=rand(N,1)*20;
6 - P=eye(2);
7 - theta=[0;0];
8 - Y=0;
9 - for i=1:1:N
10 -     phi=[Y;U(i)];
11 -     Y=(phi')*theta_r+rand()-0.5;
12 -     P=P-(P*phi*(phi')*P)/(1+(phi')*P*phi);
13 -     theta=theta+P*phi*(Y-(phi')*theta);
14 - end
15 - theta

```

#### 1.3 Wnioski

Po wykorzystaniu wyżej przedstawionego skryptu otrzymujemy, że

$$\boldsymbol{\theta}^* = \begin{bmatrix} 0.5594 \\ 0.8009 \end{bmatrix}$$

Dzięki temu możemy wywnioskować, że dokładniejszy estymator otrzymamy wykorzystując estymację rekurencyjną a nie estymację nierekurencyjną.

## 2. Analiza rekurencyjnej wersji estymatora najmniejszych kwadratów z zapominaniem – wersja ważona

Metoda ta się różni od wcześniejszej metody tym, że wraz z napływem kolejnych pomiarów, wcześniejsze pomiary przestają być brane pod uwagę, więc są zapominane.

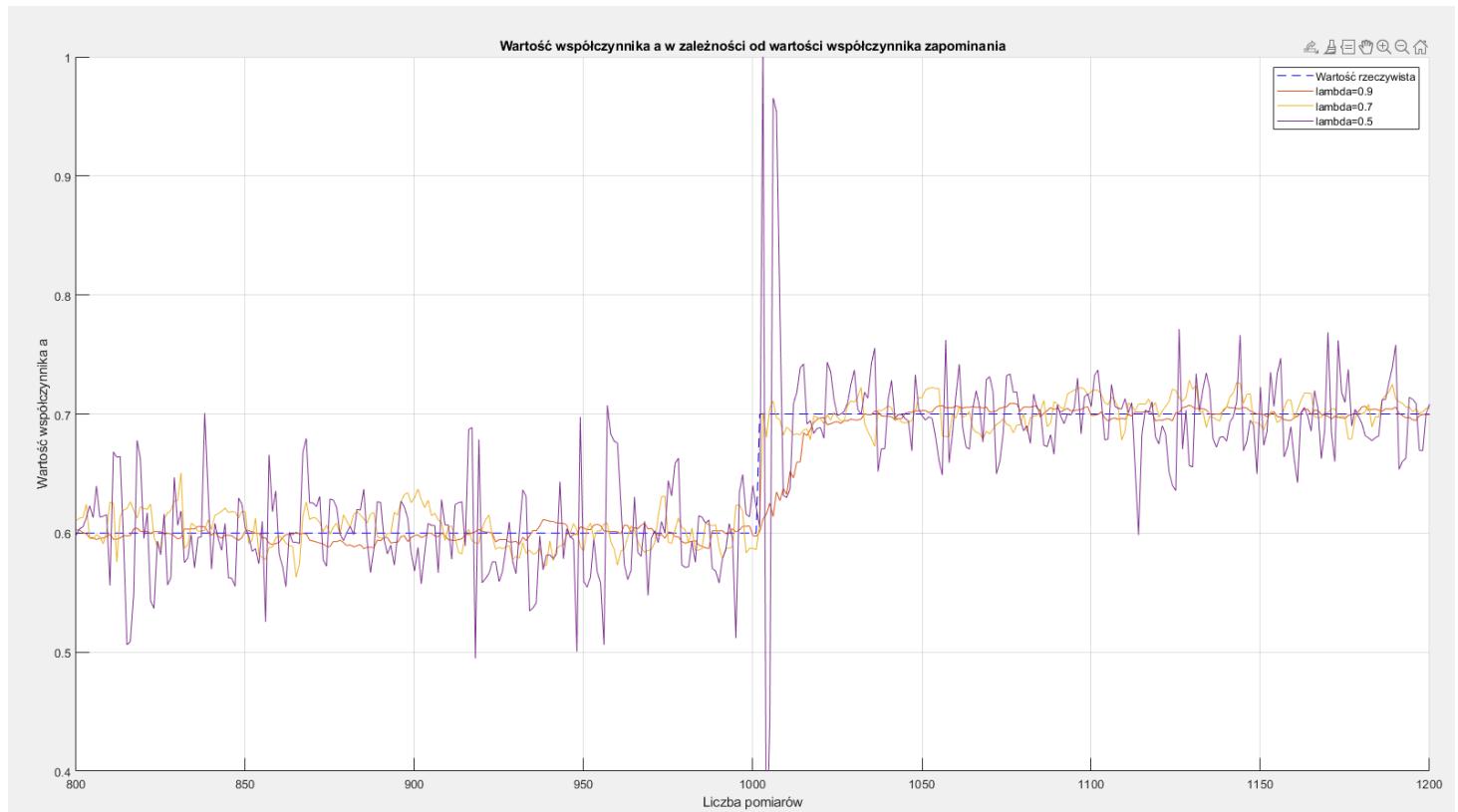
### 2.1 Wzory oraz dane

W tej metodzie, w stosunku do poprzedniej, modyfikowana jest jedynie macierz kowariancji i wygląda ona teraz następująco

$$P_n = \frac{1}{\lambda} * (P_{n-1} - \frac{P_{n-1} * \phi_n^T * P_{n-1}}{1 + \phi_n^T * P_{n-1} * \phi_n})$$

, gdzie  $\lambda$  to współczynnik zapominania.

### 2.2 Wykres



## 3. Wnioski

- Rekurencyjna estymacja jest dokładniejsza od wersji nierekurencyjnej.
- Metoda rekurencyjna jest prostsza do liczenia, ponieważ nie wymaga odwracania macierzy.
- Wraz z spadkiem wartości współczynnika zapominania wzrastają oscylacje w estymacji współczynników równania różnicowego opisującego badany obiekt.