

Wstęp do informatyki

Lista 3

1. Sprawdź czy zachodzą poniższe zależności. Odpowiedzi uzasadnij!

a. [1] $n^2 = O(2^n)$

Wskazówka: pokaż indukcyjnie, że $n^2 \leq 2^n$.

b. [1] $2^n = O(n^2)$

Wskazówka: pokaż indukcyjnie, że $2^n / n^2 > n$ dla odpowiednio dużych n .

c. [1] $100n^2 + 13n + 10 = O(n^3)$; $100n^2 + 13n + 10 = O(2n^2)$; $100n^2 + 13n + 10 = O(n)$

d. [1] $2^n = O(3^n)$, $3^n = O(2^n)$

e. [1] $\log n = O(n)$

f. [1] $100n \log n + 5n = O(n^2)$

g. [2] $\log(n^n) = O(\log(n!))$ oraz $\log(n!) = O(\log(n^n))$

Uwaga: wszystkie logarytmy w tym zadaniu mają podstawę 2.

2. [1] Ustaw funkcje:

$$f_1(n) = 4^n$$

$$f_2(n) = n^2 + 2^{2n}$$

$$f_3(n) = n \log n$$

$$f_4(n) = \log^2 n$$

$$f_5(n) = n^2 + 2^n$$

$$f_6(n) = n^3$$

w takiej kolejności, że jeśli $f_i(n)$ jest przed $f_j(n)$, to $f_i(n) = O(f_j(n))$. Ponadto, wskaż dwie funkcje $f_i(n)$ i $f_j(n)$ dla $1 \leq i < j \leq 6$ takie, że $f_i(n) = O(f_j(n))$ oraz $f_j(n) = O(f_i(n))$, oraz uzasadnij obie te zależności.

3. [1] Rozważmy następujący problem algorytmiczny

Wejście: a – liczba naturalna;

Wyjście: ciąg bitów $x_k \dots x_1 x_0$ tworzący binarną reprezentację liczby a .

Oszacuj złożoność czasową i pamięciową podanego na wykładzie algorytmu rozwiązującego ten problem.

Wskazówka: Pokaż, że długość reprezentacji binarnej liczby naturalnej a jest nie większa niż $1 + \log_2 a$.

4. [1] Podaj reprezentacje (o ile istnieją) następujących liczb

97; -128; 127; -255; 255; 256;

w kodzie uzupełnień do 2 (kod U2) dla podanych długości słów:

a. 8

b. 16

c. 24

5. [1] Przyjmijmy, że stosujemy reprezentację stałopozycyjną, uzupełnieniową do 2 (U2) na 8 bitach, przy czym 3 bity reprezentują „ułamkową” część liczby. Podaj

a. najmniejszą i największą liczbę, którą można reprezentować w taki sposób

b. reprezentację liczb o zapisie dziesiętnym

- -7,125

- 8,3
- 16,75
- -11,25

Zadania dodatkowe, niedeklarowane (nie wliczają się do puli punktów do zdobycia na ćwiczeniach, punktacja została podana tylko jako informacja o trudności zadań wg wykładowcy)

- [0] Podaj binarną reprezentację liczb o dziesiętnych zapisach:
103,75; 1,125; 1,1; 999,01
Ustal, które z powyższych liczb mają skończoną reprezentację binarną.
- [1,5] Sprawdź czy $\log n = O(n^c)$ dla każdej stałej $c > 0$.
- [2] Udowodnij, że podany na wykładzie sposób wyznaczania liczby przeciwnej w zapisie U2 daje poprawne wyniki.
- [2] Udowodnij, że podany na wykładzie sposób dodawania liczb w zapisie U2 daje poprawne wyniki.
- [1] Wyjaśnij skąd pochodzą nazwy „kod uzupełnień do dwóch” i „kod uzupełnień do jedności”.
- [1] Sformułuj specyfikację i podaj algorytm ją realizujący (w postaci listy kroków lub schematu blokowego) dla następującego problemu: dodaj dwie liczby całkowite podane na wejściu w zapisie U2, jako ciągi cyfr.
- [1] Zmiennopozycyjna reprezentacja liczb podana na wykładzie nie umożliwia reprezentacji liczby 0. Dowiedz się jak ten problem jest rozwiązywany w praktyce, np. w standardach technicznych.