

## Statystyka

### Lista 4

#### Zadanie 1.

Podaj przedział ufności dla różnicy dwóch średnich w modelu normalnym o znanych wariancjach na poziomie ufności  $1 - \alpha$ . Uzasadnij jego postać.

#### Zadanie 2.

Wygeneruj  $n_1 = 50$  i  $n_2 = 50$  obserwacji z rozkładu

- (a) normalnego z parametrem przesunięcia  $\mu_1$  i  $\mu_2$  oraz skali  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$ , odpowiednio,
  - (i)  $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 0, \sigma_2 = 1,$
  - (ii)  $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 1, \sigma_2 = 1,$
  - (iii)  $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 0, \sigma_2 = 2,$
  - (iv)  $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 1, \sigma_2 = 2,$
- (b) logistycznego z parametrem przesunięcia  $\mu_1$  i  $\mu_2$  oraz skali  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$ , odpowiednio,
  - (i)  $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 0, \sigma_2 = 1,$
  - (ii)  $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 1, \sigma_2 = 1,$
  - (iii)  $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 0, \sigma_2 = 2,$
  - (iv)  $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 1, \sigma_2 = 2,$
- (c) Cauchy'ego z parametrem przesunięcia  $\mu_1$  i  $\mu_2$  oraz skali  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$ , odpowiednio,
  - (i)  $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 0, \sigma_2 = 1,$
  - (ii)  $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 1, \sigma_2 = 1,$
  - (iii)  $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 0, \sigma_2 = 2,$
  - (iv)  $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 1, \sigma_2 = 2.$

Na tej podstawie wyznacz przedział ufności z zadania 1 dla parametru  $\mu_1 - \mu_2$  na poziomie ufności  $1 - \alpha = 0.95$  oraz jego długość. Doświadczenie powtórz 10 000 razy. Oszacuj prawdopodobieństwo pokrycia nieznanego parametru przez przedział ufności oraz jego długość. Przedyskutuj uzyskane wyniki.

#### Zadanie 3.

Podaj przedział ufności dla różnicy dwóch średnich w modelu normalnym o nieznanach równych wariancjach na poziomie ufności  $1 - \alpha$ . Uzasadnij jego postać.

#### Zadanie 4.

Powtórz eksperyment numeryczny z zadania 2 dla wybranych konfiguracji. Na jego podstawie oszacuj prawdopodobieństwo pokrycia nieznanego parametru przez przedział ufności z zadania 3 na poziomie ufności 0.95 oraz jego długość. Przedyskutuj uzyskane rezultaty.

#### Zadanie 5.

Podaj przedział ufności dla różnicy dwóch średnich w modelu normalnym o nieznanach różnych wariancjach na poziomie ufności  $1 - \alpha$ . Uzasadnij jego postać.

**Zadanie 6.**

Powtórz eksperyment numeryczny z zadania 2 dla wybranych konfiguracji. Na jego podstawie oszacuj prawdopodobieństwo pokrycia nieznanego parametru przez przedział ufności z zadania 5 na poziomie ufności 0.95 oraz jego długość. Przedyskutuj uzyskane rezultaty.

**Zadanie 7.**

Podaj przedział ufności dla ilorazu dwóch wariancji w modelu normalnym o znanych średnich na poziomie ufności  $1 - \alpha$ . Uzasadnij jego postać.

**Zadanie 8.**

Powtórz eksperyment numeryczny z zadania 2. Na jego podstawie oszacuj prawdopodobieństwo pokrycia nieznanego parametru przez przedział ufności z zadania 7 na poziomie ufności 0.95 oraz jego długość. Przedyskutuj uzyskane wyniki.

**Zadanie 9.**

Podaj przedział ufności dla ilorazu dwóch wariancji w modelu normalnym o nieznanach średnich na poziomie ufności  $1 - \alpha$ . Uzasadnij jego postać.

**Zadanie 10.**

Powtórz eksperyment numeryczny z zadania 2. Na jego podstawie oszacuj prawdopodobieństwo pokrycia nieznanego parametru przez przedział ufności z zadania 9 na poziomie ufności 0.95 oraz jego długość. Przedyskutuj uzyskane wyniki.

**Zadanie 11.**

Powtórz eksperyment numeryczny z zadań 2, 4, 6, 8, 10, dla  $n_1 = n_2 = 20$  i  $n_1 = n_2 = 100$ . Przedyskutuj uzyskane rezultaty w nawiązaniu do wcześniejszych wyników.

**Zadanie 12.**

Omów Metodę Delta [Patrz np. rozdział 4.3.2 i Twierdzenie 4.3.9 w Hogg i inni (2005)] oraz jej potencjalne zastosowanie do konstrukcji przedziałów ufności [Patrz np. str 328 w Hogg i inni (2005)].

**Literatura**

Hogg, R. V., McKean, J. W., Craig, A. T. (2005). *Introduction to Mathematical Statistics*. Pearson Education International, London.

Koronacki, J., Mielniczuk, J. (2009). *Statystyka dla studentów kierunków technicznych i przyrodniczych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.