

## Statystyka

### Lista 3

#### Zadanie 1.

Podaj przedział ufności dla średniej w modelu normalnym o znanej wariancji na poziomie ufności  $1 - \alpha$ . Uzasadnij jego postać.

#### Zadanie 2.

Wygeneruj  $n = 50$  obserwacji z rozkładu

- (a) normalnego z parametrem przesunięcia  $\mu$  i skali  $\sigma$ 
  - (i)  $\mu = 0, \sigma = 1$ ,
  - (ii)  $\mu = 0, \sigma = 2$ ,
  - (iii)  $\mu = 0, \sigma = 3$ ;
- (b) logistycznego z parametrem przesunięcia  $\mu$  i skali  $\sigma$ 
  - (i)  $\mu = 0, \sigma = 1$ ,
  - (ii)  $\mu = 0, \sigma = 2$ ,
  - (iii)  $\mu = 0, \sigma = 3$ ;
- (c) Cauchy'ego z parametrem przesunięcia  $\mu$  i skali  $\sigma$ 
  - (i)  $\mu = 0, \sigma = 1$ ,
  - (ii)  $\mu = 0, \sigma = 2$ ,
  - (iii)  $\mu = 0, \sigma = 3$ ;
- (d) wykładniczego z parametrem  $\lambda$ 
  - (i)  $\lambda = 1$ ,
  - (ii)  $\lambda = 1/2$ ,
  - (iii)  $\lambda = 1/3$ ,
- (e) chi-kwadrat z  $\nu$  stopniami swobody
  - (i)  $\nu = 1$ ,
  - (i)  $\nu = 2$ ,
  - (i)  $\nu = 3$ .

Na tej podstawie wyznacz przedział ufności dla średniej z zadania 1 na poziomie ufności 0.95 oraz jego długość. Doświadczenie powtórz 10 000 razy. Oszacuj prawdopodobieństwo pokrycia nieznanej średniej przez przedział ufności oraz jego długość. Przedyskutuj uzyskane wyniki.

#### Zadanie 3.

Podaj przedział ufności dla średniej w modelu normalnym o nieznanej wariancji na poziomie ufności  $1 - \alpha$ . Uzasadnij jego postać.

#### Zadanie 4.

Powtórz eksperyment numeryczny z zadania 2. Na jego podstawie oszacuj prawdopodobieństwo pokrycia nieznanej średniej przez przedział ufności z zadania 3 na poziomie ufności 0.95 oraz jego długość. Przedyskutuj uzyskane rezultaty.

**Zadanie 5.**

Podaj przedział ufności dla wariancji w modelu normalnym o znanej średniej na poziomie ufności  $1 - \alpha$ . Uzasadnij jego postać.

**Zadanie 6.**

Powtórz eksperyment numeryczny z zadania 2. Na jego podstawie oszacuj prawdopodobieństwo pokrycia nieznanej wariancji przez przedział ufności z zadania 5 na poziomie ufności 0.95 oraz jego długość. Przedyskutuj uzyskane rezultaty.

**Zadanie 7.**

Podaj przedział ufności dla wariancji w modelu normalnym o nieznanej średniej na poziomie ufności  $1 - \alpha$ . Uzasadnij jego postać.

**Zadanie 8.**

Powtórz eksperyment numeryczny z zadania 2. Na jego podstawie oszacuj prawdopodobieństwo pokrycia nieznanej wariancji przez przedział ufności z zadania 7 na poziomie ufności 0.95 oraz jego długość. Przedyskutuj uzyskane rezultaty.

**Zadanie 9.**

Podaj asymptotyczny przedział ufności dla proporcji na poziomie ufności  $1 - \alpha$ . Uzasadnij jego postać.

**Zadanie 10.**

Powtórz eksperyment numeryczny z zadania 2, podpunkty: a, b, c. Na jego podstawie oszacuj prawdopodobieństwo pokrycia nieznanej proporcji dodatnich obserwacji przez przedział ufności z zadania 9 na poziomie ufności 0.95 oraz jego długość. Przedyskutuj uzyskane rezultaty.

**Zadanie 11.**

Powtórz eksperyment numeryczny z zadań 2, 4, 6, 8, 10, dla  $n = 20$  i  $n = 100$ . Przedyskutuj uzyskane rezultaty w nawiązaniu do wcześniejszych wyników.

**Literatura**

Hogg, R. V., McKean, J. W., Craig, A. T. (2005). *Introduction to Mathematical Statistics*. Pearson Education International, London.

Koronacki, J., Mielniczuk, J. (2009). *Statystyka dla studentów kierunków technicznych i przyrodniczych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.