

# H – Hop

Limit pamięci: 1024 MB  
Limit czasu: 2 s

AMPPZ 2024  
2024-11-17



Henryk startuje w zawodach skoku wzwyż. Przed każdym skokiem może wybrać wysokość zawieszenia poprzeczki – liczbę całkowitą od 1 do  $n$ . Jako jego wieloletni trener znasz dobrze zdolności Henryka. Dla każdej możliwej wysokości  $h$  znasz prawdopodobieństwo  $p_h$  udanego przeskoczenia poprzeczki na tej wysokości. Im większa wysokość, tym oczywiście mniejsze prawdopodobieństwo sukcesu.

W dzisiejszych zawodach nie ma miejsca na błędy. Już jeden nieudany skok kończy występ zawodnika, a jego wynikiem jest największa zaliczona wcześniej wysokość (lub 0, jeśli już pierwszy skok się nie udał). Występ kończy się automatycznie z wynikiem  $n$  w przypadku zaliczenia wysokości  $n$ . Pomóż Henrykowi w optymalnym wyborze kolejnych wysokości poprzeczki. Jaka jest największa możliwa wartość oczekiwana\* wyniku?

## Wejście

Pierwszy wiersz zawiera liczbę całkowitą  $n$  ( $1 \leq n \leq 500\,000$ ), oznaczającą limit na wysokość poprzeczki.

Drugi wiersz zawiera  $n$  liczb rzeczywistych  $p_1, p_2, \dots, p_n$  ( $0 < p_i < 1$ ;  $p_i > p_{i+1}$ ), każda z co najwyżej 9 cyframi po kropce. Liczba  $p_i$  to prawdopodobieństwo udanego skoku z poprzeczką na wysokości  $i$ .

## Wyjście

Wypisz jedną liczbę rzeczywistą – maksymalną wartość oczekiwaną wyniku Henryka.

Dopuszczalny błąd względny lub bezwzględny to  $10^{-6}$ . Czyli jeśli wypiszesz  $x$ , a poprawny dokładny wynik to  $y$ , to musi zachodzić  $|x - y| \leq 10^{-6} \cdot \max(1, y)$ . Możesz wypisać co najwyżej 20 cyfr po kropce.

## Przykład

Dla danych wejściowych:

5  
0.9 0.85 0.6 0.456000 0.000000017

poprawnym wynikiem jest:

2.475200006589

**Wyjaśnienie przykładu:** Optymalna jest następująca strategia:

- Ustawiamy poprzeczkę na wysokości 2. Henryk przeskakuje z prawdopodobieństwem 0.85 albo kończy zawody z wynikiem 0 (p-stwo 0.15).
- Jeśli udał się pierwszy skok, to ustawiamy poprzeczkę na wysokości 4. Henryk przeskakuje z p-stwem 0.456 albo kończy z wynikiem 2.
- Jeśli udał się drugi skok, to ustawiamy poprzeczkę na wysokości 5. Henryk albo przeskakuje z p-stwem 0.000000017 i kończy z wynikiem 5, albo strąca poprzeczkę i kończy z wynikiem 4.

Wartość oczekiwana wyniku takiej strategii to:

$$0 \cdot 0.15 + 2 \cdot 0.85 \cdot 0.544 + 4 \cdot 0.85 \cdot 0.456 \cdot 0.999999983 + 5 \cdot 0.85 \cdot 0.456 \cdot 0.000000017 = 2.4752000065892$$

\*Wartości oczekiwane nazywamy średnią, ważoną prawdopodobieństwem, wartością zmiennej losowej. Intuicyjnie, jest to spodziewany średni wynik doświadczenia losowego przy jego wielokrotnym powtarzaniu.