

绝密★启用前

2021 年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注意事项:

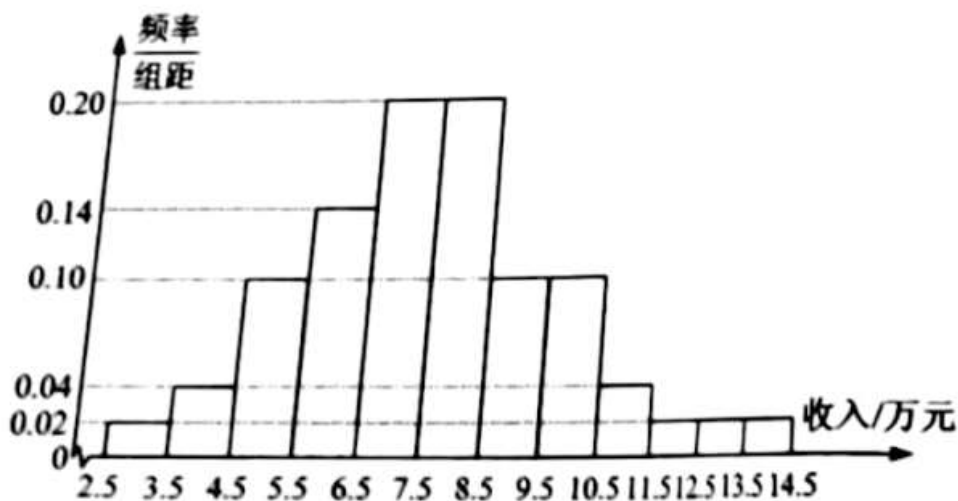
- 1、答卷前，考生务必将自己的姓名，准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应答案的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $M=\{1,3,5,7,9\}$. $N=\{x|2x > 7\}$, 则 $M \cap N=$

- A. $\{7,9\}$
- B. $\{5,7,9\}$
- C. $\{3,5,7,9\}$
- D. $\{1,3,5,7,9\}$

2. 为了解某地农村经济情况，对该地农户家庭年收入进行抽样调查，将农户家庭年收入的调查数据整理得到如下频率分布直方图:



根据此频率分布直方图，下面结论中不正确的是

- A. 该地农户家庭年收入低于 4.5 万元的农户比率估计为 6%
- B. 该地农户家庭年收入不低于 10.5 万元的农户比率估计为 10%
- C. 估计该地农户家庭年收入的平均值不超过 6.5 万元
- D. 估计该地有一半以上的农户，其家庭年收入介于 4.5 万元至 8.5 万元之间

3. 已知 $(1-i)^2 z = 3+2i$ ，则 $z =$

- A. $-1-\frac{3}{2}i$
- B. $-1+\frac{3}{2}i$
- C. $-\frac{3}{2}+i$
- D. $-\frac{3}{2}-i$

4. 下列函数中是增函数的为

A. $f(x) = -x$

B. $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

C. $f(x) = x^2$

D. $f(x) = \sqrt[3]{x}$

5. 点 $(3,0)$ 到双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的一条渐近线的距离为

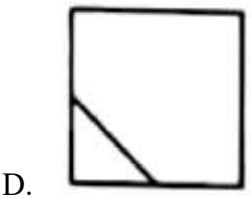
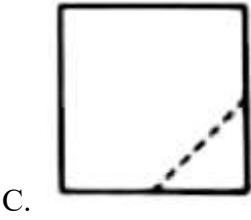
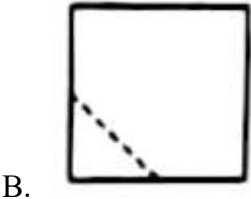
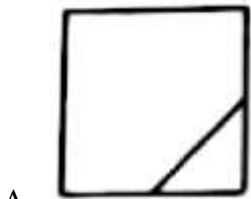
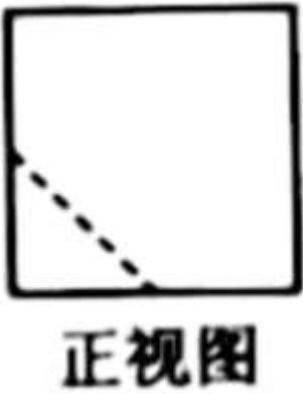
- A. $\frac{9}{5}$
- B. $\frac{8}{5}$
- C. $\frac{6}{5}$
- D. $\frac{4}{5}$

6. 青少年视力是社会普遍关注的问题，视力情况可借助视力表测量。通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据，五分记录法的数据 L 和小数记录法的数据 V 满足 $L = 5 + \lg V$ 。已知某同学视力的五分记录法的数据为 4.9，则其视力的小数

记录法的数据约为($\sqrt[10]{10} \approx 1.259$)

- A. 1.5 B. 1.2 C. 0.8 D. 0.6

7. 在一个正方体中，过顶点 A 的三条棱的中点分别为 E, F, G ，该正方体截去三棱锥 $A-EFG$ 后，所得多面体的三视图中，正视图如右图所示，则相应的侧视图是



8. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $B = 120^\circ$, $AC = \sqrt{19}$, $AB = 2$, 则 $BC =$

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{5}$ D. 3

9. 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和。若 $S_2 = 4$, $S_4 = 6$, 则 $S_6 =$

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

10. 将 3 个 1 和 2 个 0 随机排成一行, 则 2 个 0 不相邻的概率为

- A. 0.3 B. 0.5 C. 0.6 D. 0.8

11. 若 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\tan 2\alpha = \frac{\cos \alpha}{2 - \sin \alpha}$, 则 $\tan \alpha =$

- A. $\frac{\sqrt{15}}{15}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

12. 设 $f(x)$ 是定义域为 \mathbb{R} 的奇函数, 且 $f(1+x) = f(-x)$. 若 $f(-\frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$, 则 $f(\frac{5}{3}) =$

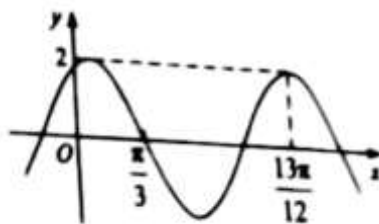
- A. $-\frac{5}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若向量 a, b 满足 $|a| = 3$, $|a - b| = 5$, $a \cdot b = 1$, 则 $|b| =$ _____.

14. 已知一个圆锥的底面半径为 6, 其体积为 30π , 则该圆锥的侧面积为_____.

15. 已知函数 $f(x) = 2\cos(\omega x + \phi)$ 的部分图像如图所示, 则 $f(\frac{\pi}{2}) =$ _____.



16. 已知 F_1, F_2 为椭圆 $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的两个焦点, P, Q 为 C 上关于坐标原点对称的两点, 且 $|PQ| = |F_1F_2|$, 则四边形 PF_1QF_2 的面积为_____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤、第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17.(12 分)

甲、乙两台机床生产同种产品产品按质量分为一级品和二级品，为了比较两台机床产品的质量，分别用两台机床各生产了 200 件产品产品的质量情况统计如下表：

	一级品	二级品	合计
甲机床	150	50	200
乙机床	120	80	200
合计	270	130	400

(1)甲机床、乙机床生产的产品中一级品的频率分别是多少？

(2)能否有 99%的把握为机品质量与乙机床的产品质量有差异？

附：
$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},$$

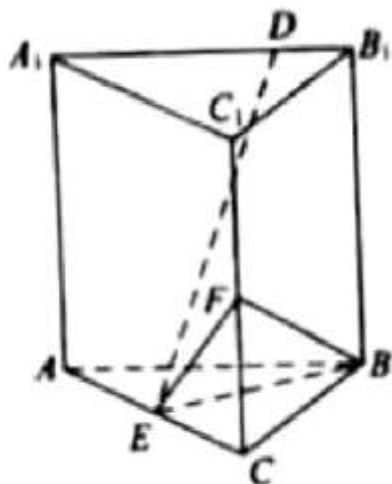
$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18.(12 分)

记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $a_n>0$ ， $a_3 = 3a_1$ ，且数列 $\{\sqrt{S_n}\}$ 是等差数列，证明： $\{a_n\}$ 是等差数列.

19.(12 分)

已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,侧面 AA_1B_1B 为正方形, $AB=BC=2$, E,F 分别为 AC 和 CC_1 的中点， $BF \perp A_1B_1$ ，



- (1)求三棱锥 F-EBC 的体积:
 (2)已知 D 为棱 A_1B_1 上的点, 证明: $BF \perp DE$.

20. (12 分)

设函数 $f(x) = a^2 x^2 + ax - 3\ln x + 1$, 其中 $a > 0$.

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
 (2) 若 $y = f(x)$ 的图像与 x 轴没有公共点, 求 a 的取值范围。

21. (12 分)

抛物线 C 的顶点为坐标原点 O , 焦点在 x 轴上, 直线 $l: x=1$ 交 C 于 P, Q 两点, 且 $OP \perp OQ$, 已知点 $M(2,0)$, 且 $\odot M$ 与 l 相切。

- (1) 求 $C, \odot M$ 的方程;
 (2) 设 A_1, A_2, A_3 是 C 上的三个点, 直线 A_1A_2, A_2A_3 均与 $\odot M$ 相切, 判断直线 A_1A_3 与 $\odot M$ 的位置关系, 并说明理由。

(二) 选考题: 共 10 分, 请考生在 22、23 题中任选一题作答如果多做, 则按所做的第一题计分。

22.[选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲

线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\sqrt{2}\cos\theta$ 。

(1) 将 C 的极坐标方程化为直角坐标方程；

(2) 设点 A 的直角坐标为 $(1,0)$ ， M 为 C 上的动点，点 P 满足 $\overline{AP}=\sqrt{2}\overline{AM}$ ，写出 P 的轨迹 C_1 的参数方程，并判断 C 与 C_1 是否有公共点。

23. [选修 4-5：不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x)=|x-2|$ ， $g(x)=|2x+3|-|2x-1|$ 。

(1) 画出 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 的图像；

(2) 若 $f(x+a)\geq g(x)$ ，求 a 的取值范围。

