2021-2022 学年宿城一中高一阶段性检测试卷（二）

（A 卷）

一、单选题（每题 5 分）

1. 若复数 z 满足 $z(1+\mathrm{i})=2\mathrm{i}-1$（i 为虚数单位），则下列说法正确的是（　）

A. z 的虚部为 $\frac{3}{2}\mathrm{i}$　　B. $|z|=\frac{\sqrt{10}}{2}$

C. $z+\bar{z}=3$　　D. z 在复平面内对应的点在第二象限

2. $\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 所对边分别为 a，b，c，若 $b=3$，$c=2$，$\triangle ABC$ 的面积为 $2\sin B$，　$\frac{1}{2}ac\sin B=2$

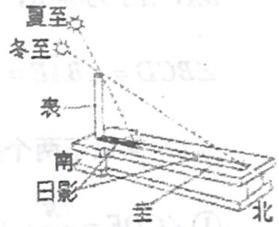
则 $\cos A=$（　）　$\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$　　D. $\frac{3}{4}$

3. 已知点 A，B，C，D 在同一平面内，且 $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AD}$，则 $\frac{\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DC}}{\overrightarrow{BC}^2}=$（　）

A. 2　　B. -2　　C. $\frac{2}{9}$　　D. $-\frac{2}{9}$

4. 如图，圭表是中国古代通过测量日影长度来确定节令的仪器，是作为指导汉族劳动人民农事活动的重要依据，它由“圭”和“表”两个部件组成，圭是南北方向水平放置测定表影长度的刻板，表与圭垂直的杆，正午时太阳照在表上，通过测量此时表在圭上影长来确定节令.已知冬至和夏至正午时，太阳光线与圭所在平面所成角分别为 α，β，测得表影长之差为 l，那么表高为（　）



A. $\frac{l\tan\alpha\tan\beta}{\tan\alpha-\tan\beta}$　　B. $\frac{l(\tan\beta-\tan\alpha)}{\tan\beta\tan\alpha}$　　C. $\frac{l\tan\beta\tan\alpha}{\tan\beta-\tan\alpha}$　　D. $\frac{l(\tan\alpha-\tan\beta)}{\tan\alpha\tan\beta}$

5. 在 $\triangle ABC$ 中，$A=\frac{\pi}{3}$，O 为 $\triangle ABC$ 的重心，若 $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AC}=2$，则 $\triangle ABC$ 外接圆的半径为（　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

6. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=120^\circ$，$|AB|=\sqrt{2}$，$\angle A$ 的角平分线 AD 的长为 $\sqrt{3}$，则 $|AC|=$（　）

A. 2　　B. 3　　C. $\sqrt{6}$　　D. $2\sqrt{3}$

7. 在锐角 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对的边为 a，b，c，若 $\frac{\sin B\sin C}{3\sin A}=\frac{\cos A}{a}+\frac{\cos C}{c}$，且 $S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2+b^2-c^2)$，则 $\frac{c^2}{a+b}$ 的取值范围是（　）

A. $\left(6,2\sqrt{3}\right]$　　B. $\left(6,4\sqrt{3}\right]$　　C. $\left[\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$　　D. $\left[\sqrt{3},2\right)$

8. 已如平面向量$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$，满足$|\vec{a}|=3\sqrt{3}$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{c}|=2$，$\vec{b}\cdot\vec{c}=2$，则$\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2\cdot\left(\vec{a}-\vec{c}\right)^2-\left[\left(\vec{a}-\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}-\vec{c}\right)\right]^2$的最大值为（　　）

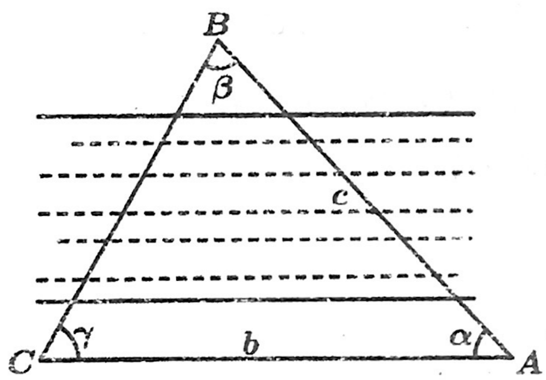
A. $192\sqrt{3}$　　B. 192　　C. 48　　D. $4\sqrt{3}$

二、多选题（每题5分）

9. $\triangle ABC$中，$a=\sqrt{10},b=4$，解$\triangle ABC$的结果有两个，则$\angle A$可取下列那些值（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{12}$

10. 为了测量B，C之间的距离，在河的南岸A，C处测量（测量工具：量角器、卷尺），如图所示.下面是四位同学所测得的数据记录，你认为不合理的有（　　）



A. c与α　　B. c与b　　C. b，c与β　　D. b，α与γ

11. $\triangle ABC$中，存在一点P使得$\frac{\overrightarrow{PA}}{|\overrightarrow{PA}|}+\frac{\overrightarrow{PB}}{|\overrightarrow{PB}|}+\frac{\overrightarrow{PC}}{|\overrightarrow{PC}|}=\vec{0}$，则以下结论正确的是（　　）

A. $\angle APB=120°$　　B. $\angle BPC=60°$

C. $\angle APB=60°$　　D. $\angle BPC=120°$

12. 在锐角$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，且$c-b=2b\cos A$，则下列结论正确的有（　　）

A. $A=2B$　　B. B的取值范围为$\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$

C. $\frac{a}{b}$的取值范围为$\left(\sqrt{2},2\right)$　　D. $\frac{1}{\tan B}-\frac{1}{\tan A}+2\sin A$的取值范围为$\left(\frac{5\sqrt{3}}{3},3\right)$

三、填空题（每题 5 分）

13. 已知$\vec{e_1}$，$\vec{e_2}$是两个单位向量，设$\vec{a}=\lambda\vec{e_1}+\mu\vec{e_2}$，且满足$\lambda+\mu=4$，若$\left|\vec{e_1}-\vec{e_2}\right|=\left|\vec{e_2}-\vec{a}\right|=\left|\vec{a}-\vec{e_1}\right|$，则$\left|\vec{a}\right|=$________.

14. $\triangle ABC$的内角A，B，C所对的边分别是a，b，c，已知$\dfrac{\cos C}{c}+\dfrac{\cos B}{b}=\dfrac{1}{a}$，则A的取值范围是__________.

15. 在$\triangle ABC$中，若$3\left(\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{AB}\right)=2\left|\overrightarrow{AB}\right|^2$，则$\left(\tan A+\dfrac{1}{\tan B}\right)_{\min}=$__________.

16. 在$\triangle ABC$中，$AB=2BC$，$B=\dfrac{\pi}{3}$，其外接圆圆心是O，若$\triangle ABC$的内角A，B，C的角平分线分别交圆O于点A'，B'，C'，则$\dfrac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}}=$______.

四、解答题

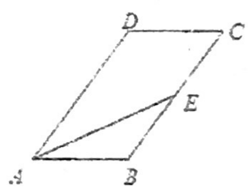
17.（10 分）已知平面上三点A，B，C，$\overrightarrow{BC}=(2-k,3)$，$\overrightarrow{AC}=(2,-4)$.

（1）若三点A，B，C不能构成三角形，求实数k应满足的条件；

（2）若$\triangle ABC$中角C为钝角，求k的取值范围.

18.（12 分）已知平行四边形$ABCD$中，

$AB=2,BC=4,\angle DAB=60^\circ$，点$E$是线段$BC$的中点.



（I）求$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$的值；

（II）若$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AE}+\lambda\overrightarrow{AD}$，且$\overrightarrow{BD}\perp\overrightarrow{AF}$，求$\lambda$的值.

19.（12 分在锐角$\triangle ABC$中，角A、B、C的对边分别为a、b、c，若$\cos B+\sqrt{3}\sin B=2$，$\dfrac{\cos B}{b}+\dfrac{\cos C}{c}=\dfrac{2\sin A}{\sqrt{3}\sin C}$.

（1）求角B的大小和边长b的值；

（2）求$\triangle ABC$面积的最大值.

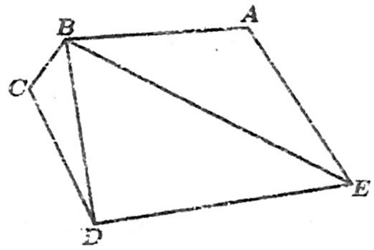
20．（12 分在$\triangle ABC$中，三个内角A、B、C所对的边分别为a、b、c，请在

①$(2c-a)\cos B=b\cos A$；②$a^2+c^2-b^2=\frac{4\sqrt{3}}{3}S_{\triangle ABC}$；③$2b\sin(A+\frac{\pi}{6})=a+c$，这三个条件中任意选择一个，完成下列问题：

(1)若$3a+b=2c$，求$\cos C$；

(2)若$b=2$，且$\frac{1}{\sin A}+\frac{1}{\sin C}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，求$\triangle ABC$的面积.

21．（12 分杭州市为迎接 2022 年亚运会，规划修建公路自行车比赛赛道，该赛道的平面示意图为如图的五边形$ABCDE$，运动员的公路自行车比赛中如出现故障，可以从本队的器材车、公共器材车上或收容车上获得帮助．比赛期间，修理或更换车轮或赛车等，也可在固定修车点上进行．还需要运送一些补给物品，例如食物、饮料，工具和配件．所以项目设计需要预留出BD，BE为赛道内的两条服务通道（不考虑宽度），ED，DC，CB，BA，AE为赛道，



$\angle BCD=\angle BAE=\frac{2\pi}{3},\angle CBD=\frac{\pi}{4},CD=2\sqrt{6}\text{km},\quad DE=8\text{km}$.

（1）从以下两个条件中任选一个条件，求服务通道BE的长度；

①$\angle CDE=\frac{7\pi}{12}$；②$\cos\angle DBE=\frac{3}{5}$

（2）在（1）条件下，应该如何设计，才能使折线段赛道BAE最长（即$BA+AE$最大），最长值为多少？

22．（12 分在锐角$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c．已知$a(a-\sin A)=b(c-\sin C)$．

(1)证明：$a^2\geq 4\sin B\cdot(c-\sin C)$；

(2)若$a^2=4\sin B\cdot(c-\sin C),b=\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$的面积.