

2021 年普通高等学校招生全国统一考试（浙江卷）

数 学

本试题卷分选择题和非选择题两部分。全卷共 4 页，选择题部分 1 至 2 页；非选择题部分 3 至 4 页。满分 150 分。考试用时 120 分钟。

考生注意：

1. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填写在试题卷和答题纸规定的位置上。
2. 答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸相应的位置上规范作答，在本试题卷上的作答一律无效。

参考公式：

如果事件 A, B 互斥，那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$ 柱体的体积公式 $V = Sh$

如果事件 A, B 相互独立，那么 $P(AB) = P(A)P(B)$ 其中 S 表示柱体的底面积， h 表示柱体的高

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ，那么 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率 $V = \frac{1}{3}Sh$

$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} (k=0,1,2,\dots,n)$ 其中 S 表示锥体的底面积， h 表示锥体的高

台体的体积公式 $V = \frac{1}{3}(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)h$ 球的表面积公式 $S = 4\pi R^2$

其中 S_1, S_2 分别表示台体的上、下底面积， h 表示台体的高 球的体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

选择题部分（共 40 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{x | x \geq 1\}$, $B = \{x | -1 < x < 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{x | x > -1\}$ B. $\{x | x \geq 1\}$ C. $\{x | -1 < x < 1\}$ D. $\{x | 1 \leq x < 2\}$

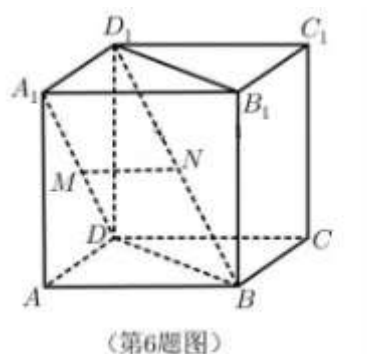
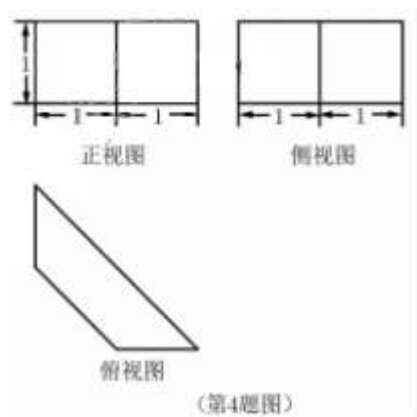
2. 已知 $a \in \mathbf{R}$, $(1+ai)i = 3+i$ (i 为虚数单位), 则 $a =$ ()

- A. -1 B. 1 C. -3 D. 3

3. 已知非零向量 a, b, c , 则“ $a \cdot c = b \cdot c$ ”是“ $a = b$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 某几何体的三视图如图所示（单位：cm），则该几何体的体积（单位：cm³）是（ ）



- A. $\frac{3}{2}$ B. 3 C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $3\sqrt{2}$

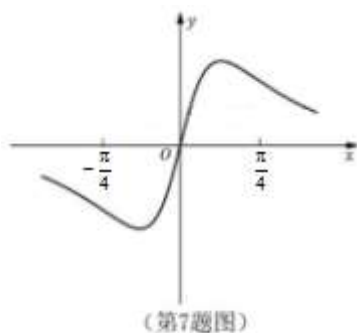
5. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-y \leq 0 \\ 2x+3y-1 \leq 0 \end{cases}$ ，则 $z = x - \frac{1}{2}y$ 的最小值是（ ）

- A. -2 B. $-\frac{3}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{10}$

6. 如图，已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ ，M，N 分别是 A_1D ， D_1B 的中点，则（ ）

- A. 直线 A_1D 与直线 D_1B 垂直，直线 $MN \parallel$ 平面 $ABCD$
 B. 直线 A_1D 与直线 D_1B 平行，直线 $MN \perp$ 平面 BDD_1B_1
 C. 直线 A_1D 与直线 D_1B 相交，直线 $MN \parallel$ 平面 $ABCD$
 D. 直线 A_1D 与直线 D_1B 异面，直线 $MN \perp$ 平面 BDD_1B_1

7. 已知函数 $f(x) = x^2 + \frac{1}{4}$ ， $g(x) = \sin x$ ，则图象为如图的函数可能是（ ）



- A. $y = f(x) + g(x) - \frac{1}{4}$ B. $y = f(x) - g(x) - \frac{1}{4}$
- C. $y = f(x)g(x)$ D. $y = \frac{g(x)}{f(x)}$

8. 已知 α, β, γ 是互不相同的锐角，则在 $\sin \alpha \cos \beta, \sin \beta \cos \gamma, \sin \gamma \cos \alpha$ 三个值中，大于 $\frac{1}{2}$ 的个数的最大值是 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

9. 已知 $a, b \in \mathbf{R}, ab > 0$ ，函数 $f(x) = ax^2 + b (x \in \mathbf{R})$ 。若 $f(s-t), f(s), f(s+t)$ 成等比数列，则平面上点 (s, t) 的轨迹是 ()

- A. 直线和圆 B. 直线和椭圆 C. 直线和双曲线 D. 直线和抛物线

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{a_n}{1 + \sqrt{a_n}} (n \in \mathbf{N}^*)$ 。记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，则 ()

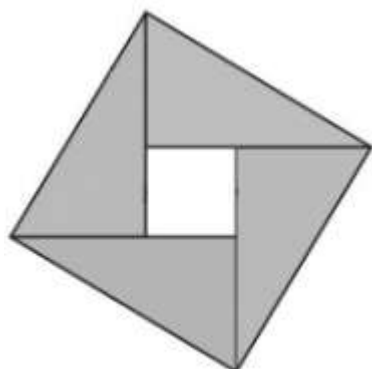
- A. $\frac{1}{2} < S_{100} < 3$ B. $3 < S_{100} < 4$ C. $4 < S_{100} < \frac{9}{2}$ D. $\frac{9}{2} < S_{100} < 5$

非选择题部分（共 110 分）

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分。

11. 我国古代数学家赵爽用弦图给出了勾股定理的证明，弦图是由四个全等的直角三角形和中间的一个小正方形拼成的一个大正方形（如图所示）。若直角三角形直角边的长分别是 3，4，记大正方形的面积为 S_1 ，

小正方形的面积为 S_2 ，则 $\frac{S_1}{S_2} =$ _____。



（第11题图）

12. 已知 $a \in \mathbf{R}$ ，函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x > 2 \\ |x - 3| + a, & x \leq 2 \end{cases}$ ，若 $f(f(\sqrt{6})) = 3$ ，则 $a =$ _____。

13. 已知多项式 $(x-1)^3 + (x+1)^4 = x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4$, 则 $a_1 =$ _____, $a_2 + a_3 + a_4 =$ _____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 60^\circ, AB = 2$, M 是 BC 的中点, $AM = 2\sqrt{3}$, 则 $AC =$ _____, $\cos \angle MAC =$ _____.

15. 袋中有 4 个红球, m 个黄球, n 个绿球. 现从中任取两个球, 记取出的红球数为 ξ , 若取出的两个球都是红球的概率为 $\frac{1}{6}$, 一红一黄的概率为 $\frac{1}{3}$, 则 $m - n =$ _____, $E(\xi) =$ _____.

16. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 焦点 $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$ ($c > 0$), 若过 F_1 的直线和圆 $\left(x - \frac{1}{2}c\right)^2 + y^2 = c^2$ 相切, 与椭圆在第一象限交于点 P , 且 $PF_2 \perp x$ 轴, 则该直线的斜率是 _____, 椭圆的离心率是 _____.

17. 已知平面向量 $a, b, c (c \neq 0)$ 满足 $|a| = 1, |b| = 2, a \cdot b = 0, (a - b) \cdot c = 0$. 记向量 d 在 a, b 方向上的投影分别为 x, y , $d - a$ 在 c 方向上的投影为 z , 则 $x^2 + y^2 + z^2$ 的最小值是 _____.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18. (本题满分 14 分)

设函数 $f(x) = \sin x + \cos x (x \in \mathbf{R})$.

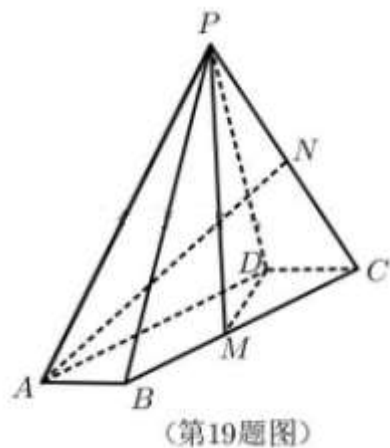
(I) 求函数 $y = \left[f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \right]^2$ 的最小正周期;

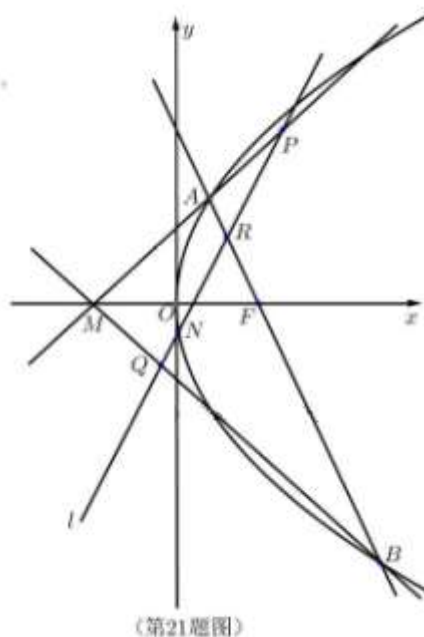
(II) 求函数 $y = f(x)f\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值.

19. (本题满分 15 分)

如图, 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是平行四边形, $\angle ABC = 120^\circ, AB = 1, BC = 4, PA = \sqrt{15}$,

M, N 分别为 BC, PC 的中点, $PD \perp DC, PM \perp MD$.





(I) 求抛物线的方程；

(II) 设过点 F 的直线交抛物线于 A, B 两点, 若斜率为 2 的直线 l 与直线 MA, MB, AB , x 轴依次交于点 P, Q, R, N, 且满足 $|RN|^2 = |PN| \cdot |QN|$, 求直线 l 在 x 轴上截距的取值范围.

22. (本题满分 15 分)

设 a, b 为实数, 且 $a > 1$, 函数 $f(x) = a^x - bx + e^2 (x \in \mathbf{R})$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的单调区间；

(II) 若对任意 $b > 2e^2$, 函数 $f(x)$ 有两个不同的零点, 求 a 的取值范围；

(III) 当 $a = e$ 时, 证明: 对任意 $b > e^4$, 函数 $f(x)$ 有两个不同的零点 x_1, x_2 , 满足 $x_2 > \frac{b \ln b}{2e^2} x_1 + \frac{e^2}{b}$.

(注: $e = 2.71828 \dots$ 是自然对数的底数)