# 高一数学暑假作业（一）

命题人：高峰　校对人：张燕

## 一、单选题

1．命题“$\exists x\in(0,+\infty)$，$\ln x=1-x$”的否定是（　　）

A．$\forall x\notin(0,+\infty)$，$\ln x=1-x$　　B．$\forall x\in(0,+\infty)$，$\ln x\neq 1-x$

C．$\exists x\notin(0,+\infty)$，$\ln x=1-x$　　D．$\exists x\in(0,+\infty)$，$\ln x\neq 1-x$

2．已知集合$A=\left\{x\middle|y=\sqrt{2-x^2}\right\}$，$B=\left\{x\middle|\frac{x-2}{x+1}\leq 0\right\}$，则$A\cap B=$（　　）

A．$\left(-1,\sqrt{2}\right]$　　B．$\left[-1,\sqrt{2}\right]$

C．$\left[-1,2\right]$　　D．$\left[-\sqrt{2},2\right]$

3．已知$a$，$b$为实数，则“$a>b^2$”是“$\sqrt{a}>b$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分又不必要条件

4．设$a=\log_2 3,b=\log_4 x,c=\log_8 65$，若这三个数中b既不是最小的也不是最大的，则x的取值范围是（　　）

A．$\left(9,65^{\frac{2}{3}}\right)$　　B．$\left(3,65^{\frac{1}{3}}\right)$　　C．$\left[9,65^{\frac{2}{3}}\right]$　　D．$\left[3,65^{\frac{1}{3}}\right]$

5．已知$a=2\ln e,b=\ln\sqrt{10},c=10^{\lg e}$，则a，b，c的大小关系为(　　)

A．$a<b<c$　　B．$a<c<b$　　C．$b<a<c$　　D．$b<c<a$

6．2020年11月24日4时30分，我国在文昌航天发射场用长征五号运载火箭成功发射嫦娥五号，12月17日凌晨，嫦娥五号返回器携带月球样品在内蒙古四子王旗预定区域安全着陆，“绕、落、回”三步探月规划完美收官，这为我国未来月球与行星探测奠定了坚实基础．已知在不考虑空气阻力和地球引力的理想状态下，可以用公式$v=v_0\cdot\ln\frac{M}{m}$计算火箭的最大速度$v(\mathrm{m/s})$，其中$v_0(\mathrm{m/s})$是喷流相对速度，$m(\mathrm{kg})$是火箭（除推进剂外）的质量，$M(kg)$是推进剂与火箭质量的总和，$\frac{M}{m}$称为“总质比”．若A型火箭的喷流相对速度为$1000\mathrm{m/s}$，当总质比为500时，A型火箭的最大速度约为（$\lg e\approx 0.434$，$\lg 2\approx 0.301$）（　　）

A．$4890\mathrm{m/s}$　　B．$5790\mathrm{m/s}$　　C．$6219\mathrm{m/s}$　　D．$6825\mathrm{m/s}$

7．已知$y=f(x)$是$x\in\mathrm{R}$上的奇函数，且对$\forall x\in\mathrm{R}$，都有$f(x+2)=f(x)$，当$x\in(0,1)$时，函数$f(x)=3^x$，则$f\left(\log_{\frac{1}{3}}18\right)=$（　　）

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$-2$　　C．$-\frac{1}{3}$　　D．$-\frac{2}{3}$

8．已知函数$f\left(x\right)$的定义域为$\mathbf{R}$，$f\left(x+2\right)$为偶函数，$f\left(2x+1\right)$为奇函数，则（　　）

A．$f\left(-\frac{1}{2}\right)=0$　　B．$f\left(-1\right)=0$　　C．$f\left(2\right)=0$　　D．$f\left(4\right)=0$

## 二、多选题

9．已知函数$f\left(x\right)=\begin{cases}2^x, x\le 0\\ \left|\log_2 x\right|, x>0\end{cases}$，则使$f\left(x\right)=2$的 x 是（　　）

A．4　　B．1　　C．$-1$　　D．$\frac{1}{4}$

10．若$a>1$，$b<2$，则（　　）

A．$a-b>-1$　B．$\left(a-1\right)\left(b-2\right)<0$　C．$a+\frac{1}{a-1}$的最小值为2　D．$\frac{1}{2-b}\ge b$

11．设函数$f\left(x\right)=\begin{cases}x^2+10x+1, x\le 0\\ \left|\lg x\right|, x>0\end{cases}$，若关于$x$的方程$f\left(x\right)=a\left(a\in R\right)$有四个实数解$x_1,x_2,x_3,x_4$，且$x_1<x_2<x_3<x_4$，则$\left(x_1+x_2\right)\left(x_3-x_4\right)$的值可能是（　　）

A．0　　B．1　　C．99　　D．100

12．已知函数$f\left(x\right)=\frac{1-2^x}{1+2^x}$，$g\left(x\right)=\lg\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$，则（　　）

A．函数$f\left(x\right)$为偶函数　　B．函数$g\left(x\right)$为奇函数

C．函数$F\left(x\right)=f\left(x\right)+g\left(x\right)$在区间$\left[-1,1\right]$上的最大值与最小值之和为0

D．设$F\left(x\right)=f\left(x\right)+g\left(x\right)$，则$F\left(2a\right)+F\left(-1-a\right)<0$的解集为$(1,+\infty)$

## 三、填空题

13．若关于$x$的不等式$x^2+ax-2<0$的解集是$\left(-1,b\right)$，则$a+b=$______.

14．已知函数$f\left(x\right)=\begin{cases}x^2+3x+m, x\le 0,\\ x+\frac{m}{x+1}-1, x>0\end{cases}$有 3 个零点，则实数 m 的取值范围为______.

15．函数$y=f(x)$满足：对任意的$x_1,x_2\in R$总有$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$．则不等式$f(m^2+1)>f(2m)$的解集为________.

16．已知定义域为$\mathbf{R}$的奇函数$f\left(x\right)$，当 x>0 时，有$f\left(x\right)=\begin{cases}-\log_3\left(4-x\right), 0<x\le\frac{5}{4}\\ f\left(x-3\right), x>\frac{5}{4}\end{cases}$，则$f\left(2\right)+f\left(4\right)+f\left(6\right)+\cdots+f\left(2022\right)=$______.

## 四、解答题

17．已知全集 U=R，集合 A=$\left\{x\middle|x^2-4x\le 0\right\}$，$B=\left\{x\middle|m\le x\le m+2\right\}$.

（1）若 m=3，求$\complement_U B$和$A\cup B$；

（2）若$A\cap B=B$,求实数 m 的取值范围；

（3）若$A\bigcap B=\varnothing$,求实数 m 的取值范围.

18．已知函数$f\left(x\right)=ax^2+x+1$.

(1)若不等式$f(x)\ge 0$的解集是实数集$R$，求$a$的取值范围；

(2)若不等式$f(x)<2$的解集是实数集$R$，求$a$的取值范围；

(3) $x\in\left[-1,1\right]$时，$0\le f\left(x\right)\le 2$，求$a$的取值集合.

19．已知关于$x$的不等式$\dfrac{(a+1)x-3}{x-1}<1$

（1）当$a=1$时，解该不等式；

（2）当$a$为任意实数时，解该不等式.

20．我国所需的高端芯片很大程度依赖于国外进口，“缺芯之痛”关乎产业安全、国家经济安全.如今，我国科技企业正在芯片自主研发之路中不断崛起.根据市场调查某手机品牌公司生产某款手机的年固定成本为40万美元,每生产1万部还需另投入16万美元.设该公司一年内共生产该款手机$x$万部并全部销售完，每万部的销售收入为$R\left(x\right)$万美元，且

$R(x)=\begin{cases}400-kx,0<x\le 40,\\ \dfrac{7400}{x}-\dfrac{40000}{x^2},x>40.\end{cases}$当该公司一年内共生产该款手机2万部并全部销售完时，年利润为704万美元.

（1）写出年利润$W$(万美元)关于年产量$x$(万部)的函数解析式：

（2）当年产量为多少万部时，公司在该款手机的生产中所获得的利润最大?并求出最大利润.

21．已知函数$f(x)=2mx^2+4mx+1$.

(1)若存在$x\in[1,3]$，使得不等式$f(x)\le 0$成立，求m的取值范围；

(2)若$m>0,f(x)<0$的解集为$(a,b)$，求$\dfrac{4}{a}+\dfrac{9}{b}$的最大值.

22．已知定义域为$R$的函数$f(x)=\dfrac{b-2^x}{2^x+1}$是奇函数.

（1）求$b$的值；

（2）用定义证明$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上是减函数；

（3）若对于任意$t\in R$，不等式$f(t^2-2t)+f(2t^2-k)<0$恒成立，求$k$的取值范围.

# 高一数学暑假作业（二）

命题人：张燕　校对人：高峰

## 一、单选题

1．命题“$\forall x\in\left(0,+\infty\right),\ln x\geq x-1$”的否定是（　　）

A．$\exists x_0\in\left(0,+\infty\right)$，$\ln x_0<x_0-1$　　B．$\exists x_0\notin\left(0,+\infty\right)$，$\ln x_0\geq x_0-1$

C．$\forall x\in\left(0,+\infty\right)$，$\ln x<x-1$　　D．$\forall x\notin\left(0,+\infty\right)$，$\ln x\geq x-1$

2．已知集合$A=\left\{x\mid x^2-x>0\right\},B=\left\{x\mid \log_2 x<2\right\}$，则$A\cap B=$（　　）

A．$\{x\mid 1<x<4\}$　　B．$\{x\mid x<0或1<x<2\}$

C．$\{x\mid x<0或1<x<4\}$　　D．$\{x\mid 1<x<2\}$

3．设$a=6^{\frac{1}{2}}$，$b=\log_3 2$，$c=\ln 2$则（　　）

A．$a<b<c$　　B．$b<c<a$

C．$c<a<b$　　D．$c<b<a$

4．不等式“$\log_3 x>1$”是“$\left(\frac{1}{2}\right)^x<1$”成立的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．已知正实数a，b满足$a^2+2ab+4b^2=6$，则$\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$的最大值为（　　）

A．$2\sqrt{5}$　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．2

6．2021年10月12日，习近平总书记在《生物多样性公约》第十五次缔约方大会领导人峰会视频讲话中提出：“绿水青山就是金山银山．良好生态环境既是自然财富，也是经济财富，关系经济社会发展潜力和后劲．”某工厂将产生的废气经过过滤后排放，已知过滤过程中的污染物的残留数量P（单位：毫克/升）与过滤时间t（单位：小时）之间的函数关系为$P=P_0\cdot e^{-kt}\left(t\geq 0\right)$，其中k为常数，$k>0$，$P_0$为原污染物数量．该工厂某次过滤废气时，若前4个小时废气中的污染物恰好被过滤掉90%，那么再继续过滤2小时，废气中污染物的残留量约为原污染物的（　　）

A．5%　　B．3%　　C．2%　　D．1%

7．若存在负实数使得关于$x$的方程$2^x-a=\frac{1}{x-1}$有解,则实数$a$的取值范围是

A．$a<2$　　B．$a>0$　　C．$0<a<1$　　D．$0<a<2$

8．已知函数 $f(x)$ 是定义在 $R$ 上的奇函数，且当 $x\le 0$ 时，$f(x)=x(x+4)$，则方程 $f(x)=f(2-x)$ 的所有根的和为（　　）

A． $4+\sqrt{3}$　　B． 1　　C． 3　　D． 5

## 二、多选题

9．已知函数 $f(x)=x^{a}$ 的图象经过点 $\left(\frac{1}{3},3\right)$ 则（　　）

A． $f(x)$ 的图象经过点 $(3,9)$　　B． $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称

C． $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减　　D． $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内的值域为 $(0,+\infty)$

10．已知 $a$，$b$，$m$ 均为正实数，则 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ 成立的充要条件是（　　）

A． $a<b$　　B． $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}>2$　　C． $\frac{a}{b}<\frac{a+m}{b+m}$　　D． $a^{2}b>ab^{2}$

11．已知函数 $f\left(x\right)=\frac{2^{x}-1}{2^{x}+1}$，下面说法正确的有（　　）

A． $f\left(x\right)$ 的图像关于原点对称　　B． $f\left(x\right)$ 的图像关于 y 轴对称

C． $f\left(x\right)$ 的值域为 $(-1,1)$　　D． $\forall x_1,x_2\in R$，且 $x_1\ne x_2,\frac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2}>0$

12．已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}\left|\log_2 x\right|,(0<x<2)\\ x^{2}-8x+13,\left(x\ge 2\right)\end{cases}$，若 $f\left(x\right)=a$ 有四个不同的实数解 $x_1$，$x_2$，$x_3$，$x_4$，且满足 $x_1<x_2<x_3<x_4$，则下列命题正确的是（　　）

A． $0<a<1$　　B． $x_1+2x_2\in\left[2\sqrt{2},\frac{9}{2}\right)$

C． $x_1+x_2+x_3+x_4\in\left(10,\frac{21}{2}\right)$　　D． $2x_1+x_2\in\left[2\sqrt{2},3\right)$

## 三、填空题

13．已知命题“$\exists x\in\mathbf{R},x^{2}-2ax+3a\leqslant 0$”是假命题，则实数 a 的取值范围是________.

14．已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}3x-a,x<2,\\ 3^{x},x\geqslant 2,\end{cases}$ 若 $f\left(f\left(1\right)\right)=9$，则实数 $a=$__________.

15．已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}+\ln\frac{x}{1-x}$，设 $F(n)=f\left(\frac{1}{n}\right)+f\left(\frac{2}{n}\right)+\cdots+f\left(\frac{n-1}{n}\right)$，其中 $n\in N^{*}$ 且 $n\ge 2$，则 $F(2021)=$___________.

16．设函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}2^{-|x-a|},x\le 1\\ -\frac{1}{2}x+1,x>1\end{cases}$，若 $f\left(1\right)$ 是函数 $f\left(x\right)$ 的最大值，则实数 $a$ 的取值范围为_______.

## 四、解答题

17．求下列各式的值：

(1)$\left(-\frac{1}{2}\right)^0+\sqrt{(3-\pi)^2}+\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}\times\left(-2\frac{10}{27}\right)^{\frac{2}{3}}$；

(2)$\lg 8+3\lg 5+\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 3}-\ln\sqrt[3]{e}$．

18．已知函数$f\left(x\right)=2x^2+4x+m$

(1)若不等式$f\left(x\right)\le 0$的解集为空集，求m的取值范围

(2)若$m>0$，$f\left(x\right)<0$的解集为$\left(a,b\right)$，$\frac{8}{a}+\frac{2}{b}$的最大值

19．已知集合$A=\left\{x\left|x^2-x-2<0\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|x\le m\right.\text{或}x\ge m+2\right\}$．

(1)当$m=1$时，求$A\cup B$，$A\cap \complement_{\mathbf{R}}B$；

(2)若选__________，求实数$m$的取值范围．

从① $A\cup B=B$；② $A\cap B=A$；③ $x\in A$是$x\in B$的充分不必要条件，这三个条件中任选一个，补充在上面的问题横线处，并进行解答．

20．设 $a>0$ 且 $a\neq 1$，函数 $f\left(x\right)=\log_a\left(2+x\right)-\log_a\left(2-x\right)$ 的图象过点 $\left(1,1\right)$．

(1)求 $a$ 的值及函数 $f\left(x\right)$ 的定义域；

(2)判断函数 $f\left(x\right)$ 在定义域上的单调性，并证明．

21．甲、乙两地相距1000km，货车从甲地匀速行驶到乙地，速度不得超过80km/h，已知货车每小时的运输成本（单位：元）由可变成本和固定成本组成，可变成本是速度平方的 $\frac{1}{4}$，固定成本为a元.

（1）将全程运输成本y（元）表示为速度 $v\left(\mathrm{km/h}\right)$ 的函数，并指出这个函数的定义域；

（2）为了使全程运输成本最小，货车应以多大的速度行驶？

22．已知函数 $f(x)$ 对一切实数 $x,y$ 都有 $f(x+y)-f(y)=x(x+2y+1)$ 成立，且 $f(1)=0$．

（1）求 $f(0)$ 的值，及 $f(x)$ 的解析式；

（2）当 $-2\leq x\leq 1$ 时，不等式 $f(x)-a\geq(1-a)x-5$ 恒成立，求 $a$ 的取值范围.

# 高一数学暑假作业（三）

命题人：杨丽娟　校对人：杨淑媛

## 一、填空题

1．若 $z=1+2\mathrm{i}+\mathrm{i}^3$，则 $|z|=$（　　　　）

A．0　　B．1　　C．$\sqrt{2}$　　D．2

2．要得到函数 $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的图象，可以将函数 $y=\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的图象

（　　　　）

A．向右平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度　　B．向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度

C．向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度　　D．向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度

3．设 $\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{3}$，则 $\cos\left(2\alpha-\dfrac{\pi}{2}\right)=$

A．$-\dfrac{1}{3}$　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．$-\dfrac{7}{9}$　　D．$\dfrac{7}{9}$

4．已知 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 为单位向量，$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{2}|\vec{a}-\vec{b}|$，记 $\vec{e}$ 是与 $\vec{a}+\vec{b}$ 方向相同的单位向量，则 $\vec{a}$ 在 $\vec{a}+\vec{b}$ 方向上的投影向量为（　　　　）

A．$\dfrac{1}{3}\vec{e}$　　B．$-\dfrac{2\sqrt{6}}{3}\vec{e}$　　C．$\dfrac{\sqrt{6}}{3}\vec{e}$　　D．$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\vec{e}$

5．在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\sin C=2\sin(B+C)\cos B$，那么 $\triangle ABC$ 一定是（　　　　）

A．等腰直角三角形　B．等腰三角形　C．等腰直角三角形　D．等边三角形

6．将函数 $f(x)=2\sin(2x+\varphi)-1\left(0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的图像向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度，所得的图像关于 $y$ 轴对称，则下列说法中不正确的是（　　　　）

A．$f(x)$ 的最小正周期是 $\pi$　　B．$f(0)=0$

C．$x=\dfrac{\pi}{6}$ 是 $f(x)$ 的一条对称轴　　D．$f(x)$ 在 $\left(-\dfrac{5\pi}{12},\dfrac{\pi}{12}\right)$ 上是增函数

7．$O$ 是坐标原点，已知 $A(2,1)$，$B(-1,3)$，$P(1,2)$．若点 $M$ 为直线 $OP$ 上一动点，当 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM}$ 取得最小值时，此时 $|\overrightarrow{MP}|=$（　　　　）

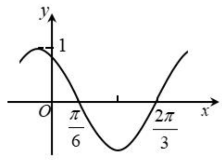
A．$\dfrac{\sqrt{5}}{10}$　　B．$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　D．$\sqrt{5}$

8．已知锐角 $\triangle ABC$ 中，角 $A$、$B$、$C$ 对应的边分别为 $a$、$b$、$c$，$a\cos C+\sqrt{3}a\sin C-b-c=0$，若 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}(ab-c)=b\tan B$，则 $a$ 的最小值是（　　　　）

A. 1　　B. $\frac{3}{2}$　　C. 2　　D. $\frac{5}{2}$

## 二、多选题

9．已知复数 $z=\frac{2}{-1+\mathrm{i}}$，则（　　）




A. $|z|=\sqrt{2}$　　B. $z$ 的虚部为-1

C. $z^2$ 为纯虚数　　D. $\bar{z}$ 在复平面内对应的点位于第一象限

10．下图是函数 $y=\sin(\omega x+\phi)$ 的部分图像，则 $\sin(\omega x+\phi)=$（　　）

A. $\sin(x+\frac{\pi}{3})$　　B. $\sin(\frac{\pi}{3}-2x)$　　C. $\cos(2x+\frac{\pi}{6})$　　D. $\cos(\frac{5\pi}{6}-2x)$

11．在 $\triangle ABC$ 中，角 $A,B,C$ 的对边分别为 $a,b,c$，若 $a^2=b^2+bc$，则角 A 可为（　　）

A. $\frac{3\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{7\pi}{12}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

12．在 $\triangle ABC$ 中，$D$, $E$, $F$ 分别是边 $BC$, $AC$, $AB$ 中点，下列说法正确的是（　　）

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\vec{0}$

B. 设 $AD$，$BE$，$CF$ 相交于点 $G$，则 $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

C. 若 $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}=\sqrt{3}\frac{\overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AD}|}$，则 $\overrightarrow{BA}$ 在 $\overrightarrow{BC}$ 的投影向量是 $\overrightarrow{BD}$

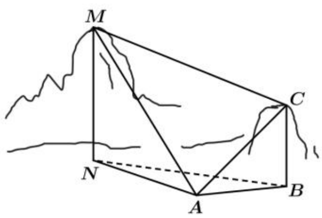
D. 若点 $P$ 是线段 $AD$ 上的动点，且满足 $\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BA}+\mu\overrightarrow{BC}$，则 $\lambda\mu$ 的最大值为 $\frac{1}{8}$

# 第 II 卷（非选择题）

## 三、填空题

13．已知向量 $\vec{a}=(-2,1)$，$\vec{b}=(x,4)$，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $x=$__________.

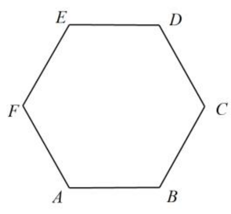
14．设 $z_1=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+\mathrm{i}\sin\frac{\pi}{3}\right)$，$z_2=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sin\frac{\pi}{6}+\mathrm{i}\cos\frac{\pi}{6}\right)$，则 $z_1\cdot z_2$ 的三角形式为____________.




15．某教师组织本班学生开展课外实地测量活动，如图是要测山高 $MN$. 现选择点 $A$ 和另一座山顶点 $C$ 作为测量观测点，从 $A$ 测得点 $M$ 的仰角 $\angle MAN=45°$，点 $C$ 的仰角 $\angle CAB=30°$，测得 $\angle MAC=75°$，$\angle MCA=60°$，已知另一座山高 $BC=400$ 米，则山高 $MN=$________米.

16．在 2022 年 2 月 4 日举行的北京冬奥会开幕式上，贯穿全场的雪花元素为观众带来了一场视觉盛宴，象征各国各地区代表团的“小雪花”汇聚成一朵代表全人类“一起走向未来”的“大雪花”的意境惊艳了全世界（如图①），顺次连接图中各顶点可近似得到正六边形 $ABCDEF$（如图


图①



图②

②）. 已知正六边形的边长为 1，点 $M$ 满足 $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AF})$，则 $|\overrightarrow{AM}|=$_________；若点 $P$ 是线段 $EC$ 上的动点（包括端点），则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{DP}$ 的最小值是___________.

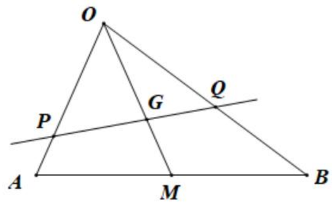
## 四、解答题

17．实数 $x$ 分别取什么值时，复数 $z=\left(x^2+x-6\right)+\left(x^2-2x-15\right)i$ 对应的点 $Z$ 在：

（1）第三象限；

（2）直线 $x-y-3=0$ 上.

18．如图，在△$OAB$ 中，$G$ 为中线 $OM$ 上一点，且 $\overrightarrow{OG}=2\overrightarrow{GM}$，过点 $G$ 的直线与边 $OA$，$OB$ 分别交于点 $P$，$Q$.




(1)用向量 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ 表示 $\overrightarrow{OG}$；

(2)设向量 $\overrightarrow{OA}=\frac{4}{3}\overrightarrow{OP}$，$\overrightarrow{OB}=n\overrightarrow{OQ}$，求 $n$ 的值.

19．在① $b=a\left(\sin C+\cos C\right)$；② $a\cos C+\frac{\sqrt{2}}{2}c=b$，这两个条件中任选一个，补充在下面问题中，然后解答补充完整的题目. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 $A$，$B$，$C$ 的对边分别为 $a$，$b$，$c$．已知______.

(1)求角 $A$；　　(2)若 $a=2$，$b=\sqrt{2}$，求 $c$ 和 $\sin C$.

20．已知函数 $f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin x\cos x+\sin^2 x-\frac{1}{2}$.

(1)求 $f\left(x\right)$ 的最小正周期及其对称轴方程；

(2)设函数 $g\left(x\right)=f\left(\frac{\omega x}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$，其中常数 $\omega>0$．若函数 $g\left(x\right)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{9},\frac{\pi}{9}\right]$ 上是增函数，求 $\omega$ 的最大值.

21．在$\triangle ABC$中，角$A$、$B$、$C$的对边分别为$a$、$b$、$c$，已知$\cos A=\dfrac{3}{5}$.

（1）若$\triangle ABC$的面积为$3$，求$\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}$的值；

（2）设$\overrightarrow{m}=\left(2\sin\dfrac{B}{2},1\right)$，$\vec{n}=\left(\cos B,\cos\dfrac{B}{2}\right)$，且$\overrightarrow{m}//\overrightarrow{n}$，求$\sin\left(B-2C\right)$的值.

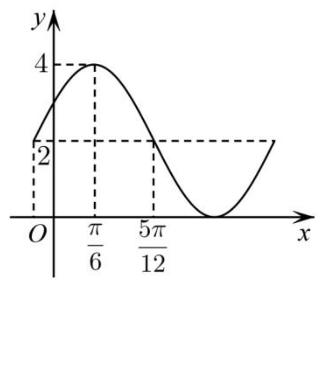
22．已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)+B$的一部分图象如图所示，如果$A>0$，$\omega>0$，$|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}$.

(1)求函数$f\left(x\right)$的解析式；

(2)记$g\left(x\right)=\log_2\left[f\left(x\right)-1\right]$，　求函数$g\left(x\right)$的定义域；

(3)若对任意的$x\in\left[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{6}\right]$，　不等式$\log_{\frac{1}{2}}f(x)>m-3$恒成立，

求实数$m$的取值范围.



# 高一数学暑假作业（四）

命题人：杨淑媛　　校对人：杨丽娟

## 一、单选题

1．已知 $z=\frac{1+3i}{1+i}$，($i$ 是虚数单位)的共轭复数为$\bar{z}$，则$\bar{z}$在复平面上对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限

C．第三象限　　D．第四象限

2．设$\vec{a}$，$\vec{b}$是两个非零向量，下列四个条件中，使$\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$成立的充分条件是（　　）

A．$|\vec{a}|=|\vec{b}|$且$\vec{a}//\vec{b}$　　B．$\vec{a}=-\vec{b}$　　C．$\vec{a}//\vec{b}$　　D．$\vec{a}=4\vec{b}$

3．已知向量$\vec{a}=(3,\ -2)$，$\vec{b}=(x,\ 1)$（$x>0$），若$(\vec{a}+2\vec{b})\perp(\vec{a}-\vec{b})$，则$|\vec{b}|=$（　　）

A．$\sqrt{5}$　　B．$\sqrt{10}$　　C．$\sqrt{17}$　　D．$\frac{\sqrt{13}}{2}$

4．已知$\triangle ABC$中，$a$，$b$，$c$分别是角$A$，$B$，$C$的对边，且满足$b\cos C=a+c\cos B$，则该三角形的形状是（　　）

A．等腰三角形　　B．等边三角形　　C．直角三角形　　D．等腰或直角三角形

5．已知 $\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$,且$\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,则 $\cos\theta=$

A．0　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．1

6．要得到函数$y=3\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$的图像,可以将函数$y=3\cos\left(2x-\frac{3\pi}{4}\right)$的图像沿$x$轴

A．向左平移$\frac{\pi}{2}$个单位　　B．向左平移$\pi$个单位

C．向左平移$\frac{\pi}{4}$个单位　　D．向右平移$\pi$个单位

7．$O$是坐标原点，已知$A(2,1)$，$B(-1,3)$，$P(1,2)$．若点 $M$ 为直线$OP$上一动点，当$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM}$取得最小值时，此时$|\overrightarrow{MP}|=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{5}}{10}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D．$\sqrt{5}$

8．设函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)-1(\omega>0,0\leqslant\varphi\leqslant\frac{\pi}{2})$的最小正周期为 $4\pi$，且$f(x)$在$[0,5\pi]$内恰有 3 个零点，则$\varphi$的取值范围是（　　）

A．$\left[0,\frac{\pi}{3}\right]\cup\left\{\frac{5\pi}{12}\right\}$　　B．$\left[0,\frac{\pi}{4}\right]\cup\left[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$

C．$\left[0,\frac{\pi}{6}\right]\cup\left\{\frac{5\pi}{12}\right\}$　　D．$\left[0,\frac{\pi}{6}\right]\cup\left[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$

## 二、多选题

9．欧拉公式$e^{xi}=\cos x+i\sin x$(其中 $i$ 为虚数单位，$x\in R$)，是由瑞士著名数学家欧拉创立的，公式将指数函数的定义域扩大到复数，建立了三角函数与指数的数的关联，在复变函数论里面占有非常重要的地位，被誉为数学中的天骄，依据欧拉公式，下列选项能确的是（　　）

A．复数$e^{2i}$对应的点位于第三象限　　B．$e^{\frac{\pi i}{2}}$为纯虚数

C．$e^{\frac{\pi i}{3}}$的共轭复数为$\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$；　　　　　　　　D．复数$\frac{e^{xi}}{\sqrt{3}+i}$的模长等于$\frac{1}{2}$

10．下面的命题正确的有（　　）

A．方向相反的两个非零向量一定共线

B．单位向量都相等

C．若$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|>|\vec{b}|$且$\vec{a}$与$\vec{b}$同向，则$\vec{a}>\vec{b}$

D．“若$A$、$B$、$C$、$D$是不共线的四点，且$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$”⇔“四边形$ABCD$是平行四边形”

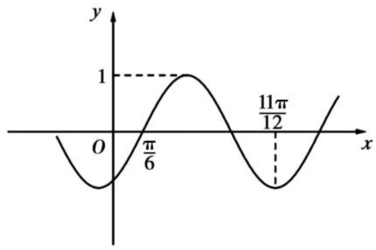
11．函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的部分图象如图所示，则下列结论正确的是（　　）

A．点$(\frac{5\pi}{12},0)$是$f(x)$的对称中心

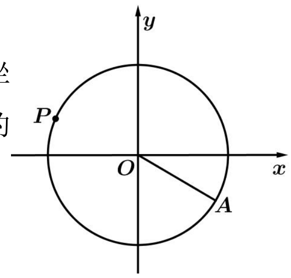
B．直线$x=\frac{7\pi}{6}$是$f(x)$的对称轴

C．$f(x)$在区间$[\frac{\pi}{2},\frac{2\pi}{3}]$上单调减

D．$f(x)$的图象向右平移$\frac{7\pi}{12}$个单位得$y=\cos 2x$的图象




12．水车在古代是进行灌溉引水的工具，是人类的一项古老的发明，也是人类利用自然和改造自然的象征．如图是一个半径为$R$的水车，一个水斗从点$A(3\sqrt{3}，-3)$出发，沿圆周按逆时针方向匀速旋转，且旋转一周用时60秒，经过$t$秒后，水斗旋转到点$P$，设点$P$的坐标为$(x，y)$，其纵坐标满足$y=f(t)=R\sin(\omega t+\varphi)(t\geq 0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$，则下列叙述正确的是（　　）




A．$R=6$，$\omega=\frac{\pi}{30}$，$\varphi=-\frac{\pi}{6}$

B．当$t\in[35，55]$时，点$P$到$x$轴的距离的最大值为6

C．当$t\in[10，25]$时，函数$y=f(t)$单调递减

D．当$t=20$时，$|PA|=6\sqrt{3}$

**三、填空题**

13．i是虚数单位，已知复数$z$满足等式$\frac{\bar{z}}{\mathrm{i}}+\frac{2\mathrm{i}}{z}=0$，则$z$的模$|z|=$________．

14．已知$\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c}=\vec{0}$，且$|\vec{a}|=|\vec{b}|=2$，$|\vec{c}|=1$，则向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为________．

15．在$\triangle ABC$中，$AC=2,\frac{2}{\tan A}+\frac{1}{\tan B}=1$若$\triangle ABC$的面积为2，则$AB=$__________

16．在$\triangle ABC$中，$AB=2\sqrt{2}$，$AC=\sqrt{26}$，$G$为$\triangle ABC$的重心，则$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{BC}=$________．

**四、解答题**

17．已知单位向量$\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}$的夹角为$\frac{2}{3}\pi$，向量$\vec{a}=3\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2}$，向量$\vec{b}=\vec{e}_1+\lambda\overrightarrow{e_2}(\lambda\in R)$．

（1）若$\vec{a}//\vec{b}$，求$\lambda$的值；

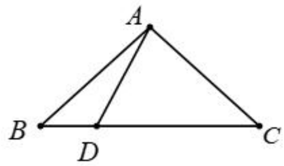
（2）若$\vec{a}\perp\vec{b}$，求$|\vec{b}|$的值．

18．已知$\frac{\sin\alpha}{2\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)}=2$，求$\frac{5\sin^2\alpha-2}{3\sin\alpha\cos\alpha}$的值.

19．已知$\triangle ABC$中，$AB=\sqrt{3}$，$D$是边$BC$上一点，$AD=\sqrt{2}$，$\angle ADC=\frac{\pi}{3}$，$\angle DAC=\frac{5\pi}{12}$.

（1）求$AC$的长；

（2）求$\triangle ABD$的面积.




20．请你在①$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=21$，②外接圆半径为$\frac{\sqrt{15}}{2}$，③$\cos A+\frac{a}{2b}=\frac{\sin C}{\sin B}$，这三个条件中任选一个，补充在下面问题中.若问题中的三角形存在，求$a$的值；若问题中的三角形不存在，请说明理由.

问题：是否存在$\triangle ABC$，它的内角$A,B,C$的对边分别为$a,b,c$，且$\sin A+2\sin B-2\sin C=0$，$2c\sin B=3a\sin C$，_________?

注：若选择多个条件分别解答，则只按第一个解答计分.

21．已知$\triangle ABC$中，角 $A$、$B$、$C$ 对应的边分别为 $a$、$b$、$c$，若$a=2$，且满足 $\cos B=\frac{2c-b}{2a}$.

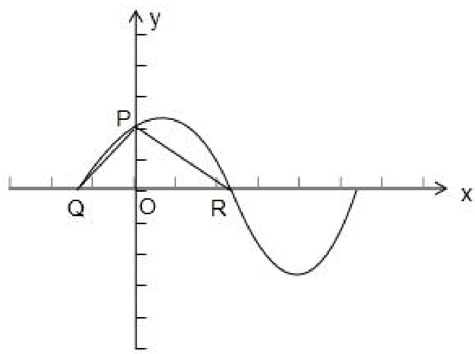
(1)求角 $A$；

(2)求$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$的取值范围.

22．如图，点$P\left(0,\frac{A}{2}\right)$是函数$f(x)=A\sin\left(\frac{2\pi}{3}x+\varphi\right)(A>0,0<\varphi<\pi)$的图象与$y$轴的交点，点$Q,R$是该函数图象与$x$轴的两个交点.

（1）求$\varphi$的值；

（2）若$PQ\perp PR$，求$A$的值.



# 高一数学暑假作业（五）

命题人：凌琦　　校对人：冯力

## 一、单选题

1．已知某圆柱底面的半径为1，高为2，则该圆柱的表面积为（　　）

A．$6\pi$　　B．$7\pi$　　C．$8\pi$　　D．$9\pi$

2.8位居民的幸福感指为5、7、9、6、10、4、7、6，这组数据的第80百分位数是（　　）

A．7　　B．8　　C．9　　D．10

3．已知直线l，m和平面$\alpha$、$\beta$，下列命题正确的是（　　）

A．$m//l$，$l//\alpha \Rightarrow m//\alpha$

B．$l//\beta$，$m//\beta$，$l \subset \alpha$，$m \subset \alpha \Rightarrow \alpha//\beta$

C．$l//m$，$l \subset \alpha$，$m \subset \beta \Rightarrow \alpha//\beta$

D．$l//\beta$，$m//\beta$，$l \subset \alpha$，$m \subset \alpha$，$l \cap m = M \Rightarrow \alpha//\beta$

4．下列说法正确的是（　　）

A．在两组数据中，平均数较大的一组极差较大

B．平均数反映数据的集中趋势，方差则反映数据波动的大小

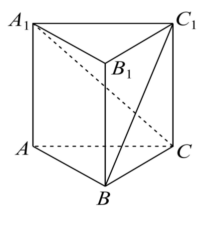
C．方差的求法是求出各个数据与平均值的差的平方后再求和

D．在记录两个人射击环数的两组数据中，方差大说明射击水平稳定

5．有一副去掉了大小王的扑克牌（每副扑克牌有4种花色，每种花色13张牌），充分洗牌后，从中随机抽取一张，则抽到的牌为“红桃”或“A”的概率为（　　）

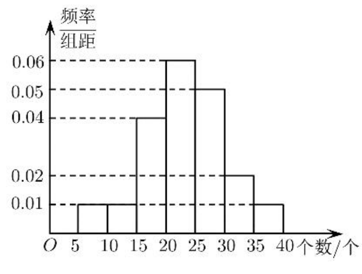
A．1/52　　B．8/27　　C．4/13　　D．17/52

6．如图，在正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AB=AA_1$，则异面直线$A_1C$与$BC_1$所成角的余弦值为（　　）




A．1　　B．1/3　　C．1/4　　D．2/5

7．排球社的同学为训练动作组织了垫排球比赛，以下为排球社50位同学的垫球个数所做的频率分布直方图，所有同学垫球数都在5——40之间，估计垫球数的样本数据的75%分位数是（　　）




A．25　　B．26　　C．27　　D．28

8．在矩形$ABCD$中，$AB=2AD=12$，点$E$，$F$分别是$AB$，$CD$的中点，沿$EF$将四边形$AEFD$折起，使$\angle AEB=60°$，若折起后点A，$B$，$C$，$D$，$E$，$F$都在球$O$的表面上，则球$O$的表面积为（　　）

A．$64\pi$　　B．$72\pi$　　C．$84\pi$　　D．$96\pi$

## 二、多选题

9．某校进行防疫知识问卷测试，已知该校高一年级有学生1200人，高二年级有学生960人，高三年级有学生840人．为了解全校学生问卷测试成绩的情况，按年级进行分

层随机抽样得到容量为 $n$ 的样本．若在高一年级中抽取了 40 人，则下列结论一定成立的是（　　）

A．样本容量 $n=100$

B．在抽样的过程中，女生甲被抽中的概率与男生乙被抽中的概率是不相等的

C．高二年级，高三年级应抽取的人数分别为 32 人，28 人

D．如果高一，高二，高三年级问卷测试成绩的平均分分别为 85 分，80 分，90 分，那么估计该校全体学生本次问卷测试成绩的平均分为 84.8 分

10．下列说法错误的是（　　）

A．一对夫妇生 2 个小孩，恰好一男一女的概率为 1/3

B．掷一颗骰子 2 次，两次向上的点数相同的概率为 1/6

C．若 A，$B$ 为两个任意事件，则事件 $\overline{A}+\overline{B}$ 对立事件是事件 A，$B$ 都发生

D．试验次数足够多，事件 A 发生的频率其实就是事件 A 发生的概率

11．已知圆锥的顶点为 P，母线长为 2，底面圆直径为 $2\sqrt{3}$，A，B，C 为底面圆周上的三个不同的动点，M 为母线 PC 上一点，则下列说法正确的是（　　）

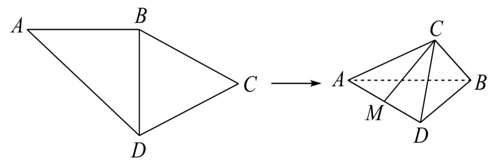
A．当 A，B 为底面圆直径的两个端点时，$\angle APB=120°$

B．$\triangle PAB$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$

C．当 $\triangle PAB$ 面积最大值时，三棱锥 $C$-$PAB$ 的体积最大值为 1

D．当 $AB$ 为直径且 $C$ 为弧 $AB$ 的中点时，MA+MB 的最小值为 $\sqrt{15}$

12．如图，平面四边形 $ABCD$ 中，$\triangle BCD$ 是等边三角形，$AB\perp BD$ 且 $AB=BD=2, M$ 是 $AD$ 的中点．沿 $BD$ 将 $\triangle BCD$ 翻折，折成三棱锥 $C-ABD$，翻折过程中下列结论正确的是（　　）




A．存在某个位置，使得 $CM$ 与 $BD$ 所成角为锐角

B．棱 $CD$ 上总恰有一点 $N$，使得 $MN$ // 平面 $ABC$

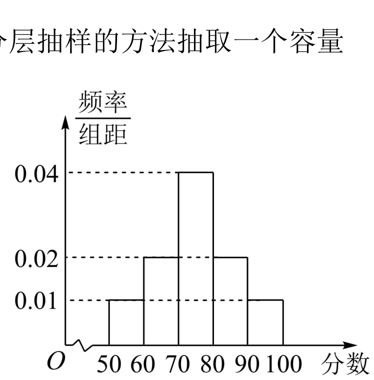
C．当三棱锥 $C-ABD$ 的体积最大时，$AB\perp BC$

D．当二面角 $A-BD-C$ 为直角时，三棱锥 $C-ABD$ 的外接球的表面积是 $\dfrac{28\pi}{3}$

## 三、填空题

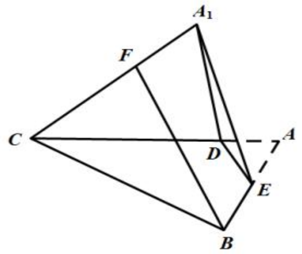
13．某学校高一、高二、高三三个年级共有学生 3500 人，其中高三学生人数是高一学生人数的两倍，高二学生人数比高一学生人数多 300，用分层抽样的方法抽取一个容量为 35 的样本，则应抽取的高一学生人数为________ 人．

14 如图所示是一次考试结果的频率分布直方图，则据此估计这次考试的平均分为_________．




15．现有四张正面分别标有数字-1，0，-2，3 的不透明卡片，它们除数字外其余完全相同，将它们背面朝上洗均匀，随机抽取一张记作 $m$ 不放回，再从余下的卡片中取一张记作 $n$．则点 $P(m,n)$ 在第二象限的概率为______．

16．如图，边长为 4 的正三角形 $ABC$，$E$ 为边 $AB$ 的中点，过 $E$ 作 $ED\perp AC$ 于 $D$. 把$\vartriangle ADE$ 沿 $DE$ 翻折至$\triangle A_1DE$ 的位置，连接 $A_1C$．翻折过程中，其中正确的结论是_________




①$DE\perp A_1C$；

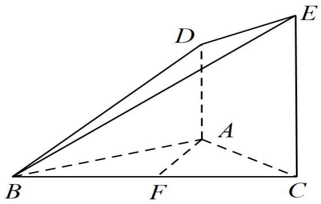
②存在某个位置，使 $A_1E\perp BE$；

③若$\overrightarrow{CF}=2\overrightarrow{FA_1}$，则 $BF$ 的长是定值；

④若$\overrightarrow{CF}=2\overrightarrow{FA_1}$，则四面体$C-EFB$ 的体积最大值为$\frac{4\sqrt{3}}{9}$

**四、解答题**

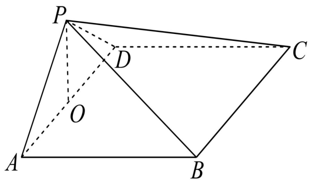
17．如图，$AD\perp$平面 $ABC$，$CE\perp$平面 $ABC$，$AD$ 与 $CE$ 不相等，$AC=AD=AB=1$，$BC=\sqrt{2}$，$CE=2$，$F$ 为 $BC$ 的中点.




(1)求证：$AF$ // 平面 $BDE$;

(2)求证：平面 $BDE\perp$平面 $BCE$.

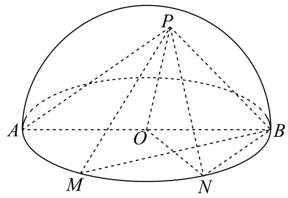
18．如图所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形，且$\angle BAP=\angle CDP=90°$．




(1)证明：平面 $PAB\perp$平面 $PAD$;

(2)若 $PA\perp PD$，$PA = PD = 2$，$AB = 4$，求三棱锥$B-PCD$ 的体积.

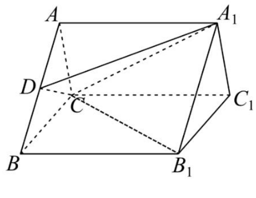
19．如图，$AB$ 是半球的直径，$O$ 为球心，$AB=4,M,N$ 依次是半圆$\overset{\frown}{AB}$上的两个三等分点，$P$ 是半球面上一点，且 $PN\perp MB$，




(1)证明：平面 $PBM\perp$平面 $PON$；

(2)若点 $P$ 在底面圆内的射影恰在 $BM$ 上，求二面角 $A-PB-N$ 的余弦值.

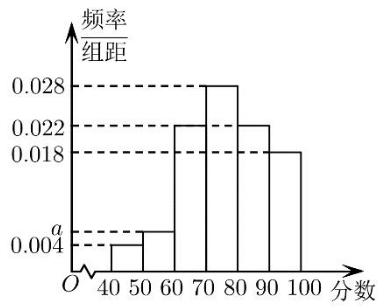
20．如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\vartriangle ABC$ 为等边三角形，四边形 $BCC_1B_1$ 是边长为 2 的正方形，$D$ 为 $AB$ 中点，且 $A_1D=\sqrt{5}$.




(1)求证：$CD\perp$平面 $ABB_1A_1$；

(2)若点 $P$ 在线段 $B_1C$ 上，且直线 $AP$ 与平面 $A_1CD$ 所成角的正弦值为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$，求点 $P$ 到平面 $A_1CD$ 的距离.

21．某学校为了解学校食堂的服务情况，随机调查了 50 名就餐的教师和学生．根据这 50 名师生对食堂服务质量的评分，绘制出了如图所示的频率分布直方图，其中样本数据分组为 $[40,50)$，$[50,60)$，…，$[90,100]$．




(1)求频率分布直方图中 $a$ 的值和样本的众数．

(2)若采用分层抽样的方式从评分在 $[40,60)$，$[60,80)$，$[80,100]$ 的师生中抽取 10 人，则评分在 $[60,80)$ 内的师生应抽取多少人？

(3)学校规定：师生对食堂服务质量的评分不得低于 75 分，否则将进行内部整顿．用每组数据的中点值代替该组数据，试估计该校师生对食堂服务质量评分的平均分，并据此回答食堂是否需要进行内部整顿．

22．随着小汽车的普及，“驾驶证”已经成为现代人“必考”证件之一，若某人报名参加了驾驶证考试，要顺利地拿到驾驶证，需要通过四个科目的考试，其中科目二为场地考试．在每一次报名中，每个学员有 5 次参加科目二考试的机会（这 5 次考试机会中任何一次通过考试，就算顺利通过，即进入下一科目考试，若 5 次都没有通过，则需要重新报名），其中前 2 次参加科目二考试免费，若前 2 次都没有通过，则以后每次参加科目二考试都需要交 200 元的补考费，某驾校通过几年的资料统计，得到如下结论：男性学员参加科目二考试，每次通过的概率均为 3/4，女性学员参加科目二考试，每次通过的概率均为 2/3,现有这个驾校的一对夫妻学员同时报名参加驾驶证科目二考试，若这对夫妻每人每次是否通过科目二考试相互独立，他们参加科目二考试的原则为：通过科目二考试或者用完所有机会为止．

(1)求这对夫妻在本次报名参加科目二考试通过且都不需要交补考费的概率；

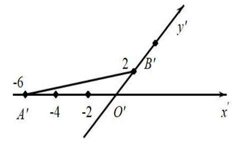
(2)求这对夫妻在本次报名参加科目二考试通过且产生的补考费用之和为 200 元的概率．

# 高一数学暑假作业（六）

命题人：冯力　校对人：凌琦

## 一、单选题

1．如图，$\triangle O'A'B'$是水平放置的$\triangle OAB$的直观图，$A'O'=6$，$B'O'=2$，则$\triangle OAB$的面积是（　）




A．6　　B．12　　C．$6\sqrt{2}$　　D．$3\sqrt{2}$

2．平面$\alpha$ // 平面$\beta$，$a\subset\alpha, b\subset\beta$，则直线$a$和$b$的位置关系（　　）

A．平行　　B．平行或异面　　C．平行或相交　　D．平行或相交或异面

3．在空间中，下列命题是真命题的是（　　）

A．经过三个点有且只有一个平面　B．平行于同一平面的两直线相互平行
C．如果两个角的两条边分别对应平行，那么这两个角相等
D．如果两个相交平面垂直于同一个平面，那么它们的交线也垂直于这个平面

4．已知一组数据$x_1$，$x_2$，$x_3$，$x_4$，$x_5$的平均数是$2$，方差是 1/3，那么另一组数据$3x_1+1$，$3x_2+1$，$3x_3+1$，$3x_4+1$，$3x_5+1$的平均数和方差分别是（　　）

A．$2$，1/3　　B．$2$，$1$　　C．7，3　　D．3，3

5．正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AB=4, AA_1=3$，点$P$在棱$AC$上，$3AP=PC$，则二面角$P-B_1C_1-A_1$的正切值是（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．3

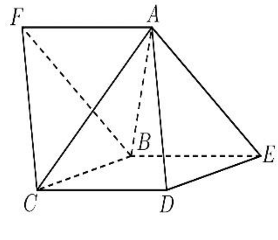
6．已知圆锥的表面积为 3π，它的侧面展开图是一个半圆，则此圆锥的体积为（　　）

A．$\sqrt{3}\pi$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi$　　D．$\sqrt{3}$

7．从装有两个红球和两个黑球的口袋内任取两个球，现有如下说法：①至少有一个黑球与都是黑球是互斥而不对立的事件；②至少有一个黑球与至少有一个红球不是互斥事件；③恰好有一个黑球与恰好有两个黑球是互斥而不对立的事件；④至少有一个黑球与都是红球是对立事件.在上述说法中，正确的个数为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

8．已知正三棱锥$A-BCF$和正四棱锥$A-BCDE$的所有棱长均为2，如图将三棱锥$A-BCF$的一个面和正四棱锥$A-BCDE$的一个侧面重合在一起，得到一个新几何体，则下列关于该新几何体说法不正确的是（　　）



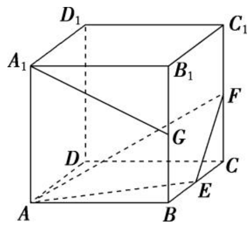

A．$AF//CD$
B．$AF\perp DE$
C．新几何体为三棱柱
D．正四棱锥$A-BCDE$的内切球半径为$2-\sqrt{2}$

## 二、多选题

9 下列说法中正确的是（　　）

A．若直线 $l$ 与平面 $\alpha$ 不平行，则 $l$ 与 $\alpha$ 相交
B．直线 $l$ 在平面外是指直线和平面平行
C．如果直线 $l$ 经过平面 $\alpha$ 内一点 $P$，又经过平面 $\alpha$ 外一点 $Q$，那么直线 $l$ 与平面 $\alpha$ 相交
D．如果直线 $a /\!/ b$，且 $a$ 与平面 $\alpha$ 相交于点 $P$，那么直线 $b$ 必与平面 $\alpha$ 相交

10．正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1，$E$，$F$，$G$ 分别为 $BC$，$CC_1$，$BB_1$ 的中点．则（　　）



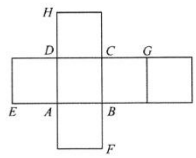

A．直线 $D_1D$ 与直线 $AF$ 垂直
B．直线 $A_1G$ 与平面 $AEF$ 平行
C．平面 $AEF$ 截正方体所得的截面面积为 9/8
D．点 $C$ 与点 $G$ 到平面 $AEF$ 的距离相等

11．正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，的棱长为 4，已知 $AC_1\perp$ 平面 $\alpha$，$AC_1\subset\beta$，

则关于 $\alpha$、$\beta$ 截此正方体所得截面的判断正确的是（　　）

A．$\alpha$ 截得的截面形状可能为正三角形　　B．$AA_1$ 与截面 $\alpha$ 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$
C．$\alpha$ 截得的截面形状可能为正六边形　　D．$\beta$ 截得的截面形状可能为正方形

12．下图是一正方体的平面展开图，则在该正方体中（　　）




A．$AE/\!/CD$　B．$CH/\!/BE$　C．$DG\perp BH$ D．$BG\perp DE$

## 三、填空题

13．为了了解高一、高二、高三年级学生的身体状况，现用分层随机抽样的方法抽取一个容量为1200的样本，三个年级学生人数之比依次为 $k:5:3$．已知高一年级共抽取了 240 人，则高三年级抽取的人数为__________人.

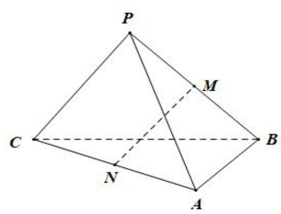
14．已知一组数据 $-3,2a,4,5-a,1,9$ 的平均数为3（其中 $a\in R$），则中位数为（　　）。

15．直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的所有顶点都在球 $O$ 的球面上，$AB\perp BC$，$AB=1$，$BC=2\sqrt{2}$，$AA_1=4$，则球 $O$ 的体积是__________.

16．已知 $l$，$m$ 是平面 $\alpha$ 外的两条不同直线．给出下列三个论断：
①$l\perp m$；②$m/\!/\alpha$；③$l\perp\alpha$．以其中的两个论断作为条件，余下的一个论断作为结论，写出一个正确的命题：__________.

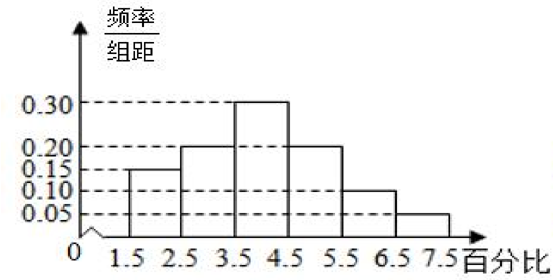
## 四、解答题

17．三棱锥 $P-ABC$，$PA=4$，$BC=6$．

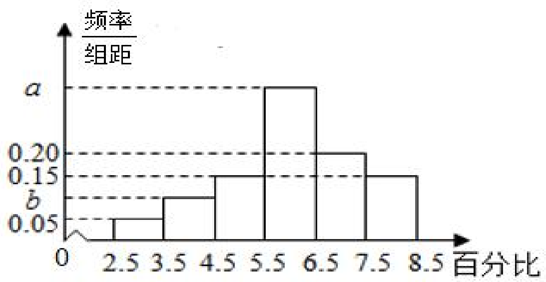



（1）该棱锥的 6 条棱中，共有多少对异面直线？请一一列出；
（2）若 $PB$ 中点为 $M$，$AC$ 中点为 $N$，$MN=4$ 求异面直线 $PA$ 与 $BC$ 所成角的余弦值.

18．为了解甲、乙两种离子在小鼠体内的残留程度，进行如下试验：将 200 只小鼠随机分成 $A,B$ 两组，每组 100 只，其中 A 组小鼠给服甲离子溶液，$B$ 组小鼠给服乙离子溶液. 每只小鼠给服的溶液体积相同、摩尔浓度相同. 经过一段时间后用某种科学方法测算出残留在小鼠体内离子的百分比. 根据试验数据分别得到如下直方图：




甲离子残留百分比直方图




乙离子残留百分比直方图

记 $C$ 为事件：“乙离子残留在体内的百分比不低于 $5.5$”，根据直方图得到 $P(C)$ 的估计值为 $0.70$.

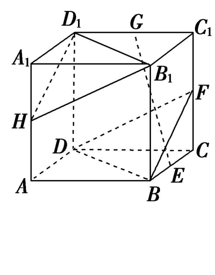
（1）求乙离子残留百分比直方图中 $a,b$ 的值；

（2）分别估计甲、乙离子残留百分比的平均值（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）.

19．如图所示，在正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中，$E$，$F$，$G$，$H$ 分别是 $BC$，$CC_1$，$C_1D_1$，$A_1A$ 的中点．求证：(1) $BF// HD_1$；

(2) $EG//$ 平面 $BB_1D_1D$；

(3) 平面 $BDF//$ 平面 $B_1D_1H$.




20．$A$，$B$ 是治疗同一种疾病的两种药，用若干试验组进行对比试验，每个试验组由 4 只小白鼠组成，其中 2 只服用 $A$，另 2 只服用 $B$，然后观察疗效，若在一个试验组中，服用 $A$ 有效的白鼠的只数比服用 $B$ 有效的多，就称该试验组为甲类组，设每只小白鼠服用 $A$ 有效的概率为 $\frac{2}{3}$，服用 B 有效的概率为 $\frac{1}{2}$.

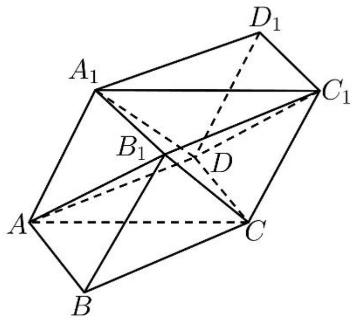
（1）求一个试验组为甲类组的概率；

（2）观察 3 个试验组，求这 3 个试验组中至少有一个甲类组的概率.

21．如图所示，已知四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 为菱形.

（1）证明：平面 $AB_1C//$ 平面 $A_1C_1D$；

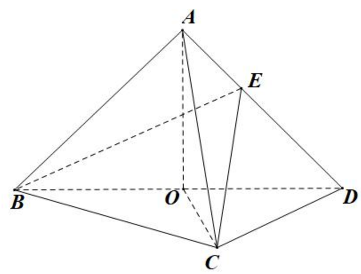
（2）在直线 $CC_1$ 上是否存在点 $P$，使 $BP//$ 平面 $A_1C_1D$？若存在，确定点 $P$ 的位置；若不存在，说明理由.




22．如图，在三棱锥 $A-BCD$ 中，平面 $ABD\perp$ 平面 $BCD$，$AB=AD$，$O$ 为 $BD$ 的中点.

（1）证明：$OA\perp CD$；

（2）若 $\triangle OCD$ 是边长为 1 的等边三角形，点 $E$ 在棱 $AD$ 上，$DE=2EA$，且二面角 $E-BC-D$ 的大小为 $45°$，求三棱锥 $A-BCD$ 的体积.



# 高一数学暑假作业（七）

**命题人：杜长虹　　　　校对人：王美忠**

## 一、单选题

1．设集合 $A=\{x|x^2-4\leq 0\}$，$B=\{x|2x+a\leq 0\}$，且 $A\cap B=\{x|-2\leq x\leq 1\}$，则 $a=$（　　）

A．$-4$　　B．$-2$　　C．2　　D．4

2．若复数 $z$ 满足 $(1+z)\mathrm{i}=1-\mathrm{i}$，则复数 $z$ 在复平面内对应的点在（　　）.

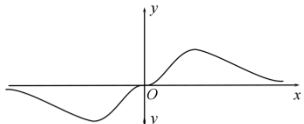
A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

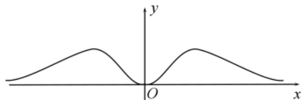
3．设 $m$，$n$ 是两条不同的直线，$\alpha$ 是平面，则下列命题正确的是（　　）

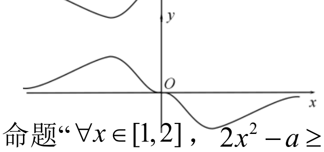
A．若 $m//\alpha, n//\alpha$，则 $m//n$　　B．若 $m//\alpha, n\subset\alpha$，则 $m//n$

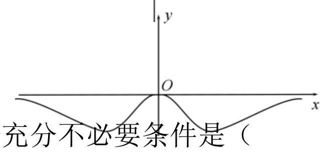
C．若 $m//n, n//\alpha$，则 $m//\alpha$　　D．若 $m//n, m\not\subset\alpha, n\subset\alpha$，则 $m//\alpha$

4．函数 $f\left(x\right)=\dfrac{x^3}{3^x+3^{-x}}$ 的部分图像大致为（　　）

A．

B．

C．

D．

5．命题“$\forall x\in[1,2]$，$2x^2-a\geq 0$”为真命题的一个充分不必要条件是（　　）

A．$a<1$　　B．$a\leq 2$　　C．$a\leq 3$　　D．$a\leq 4$

6．若 $\cos(\dfrac{\pi}{4}-\alpha)=\dfrac{3}{5}$，则 $\sin 2\alpha=$（　　）

A．$\dfrac{24}{25}$　　B．$-\dfrac{7}{25}$　　C．$-\dfrac{24}{25}$　　D．$\dfrac{7}{25}$

7．若函数 $f(x)=\begin{cases}x-2, x\leqslant m,\\ x^2+4x, x>m\end{cases}$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的增函数，则实数 $m$ 的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,-2]$　　B．$[-1,+\infty)$

C．$\left(-\infty,-2\right]\cup\left\{-1\right\}$　　D．$\left\{-2\right\}\cup\left[-1,+\infty\right)$

8．在 $\triangle ABC$ 中，角 $A$，$B$，$C$ 所对应的边分别为 $a$，$b$，$c$，且 $BC$ 边上的高为 $\dfrac{\sqrt{3}}{6}a$，则角 $A$ 的取值范围为（　　）

A．$\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$　　B．$\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}\right)$　　C．$\left(0,\dfrac{2\pi}{3}\right]$　　D．$\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right]$

## 二、多选题

9．甲罐中有 3 个红球、2 个白球，乙罐中有 4 个红球、1 个白球，先从甲罐中随机取出 1 个球放入乙罐，分别以 $A_1$，$A_2$ 表示由甲罐中取出的球是红球、白球的事件，再从乙罐中随机取出 1 个球，以 $B$ 表示从乙罐中取出的球是红球的事件，下列命题正确的是（　　）

A．$P(B)=\dfrac{23}{30}$

B．事件 $B$ 与事件 $A_1$ 相互独立

C．事件 $B$ 与事件 $A_2$ 相互独立

D．$A_1$，$A_2$ 互斥

10．在$\triangle ABC$中，内角 $A$、$B$、$C$ 所对的边分别为 $a$、$b$、$c$，则下列说法正确的是（　　）

A．$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b+c}{\sin B+\sin C}$

B．若 $A>B$，则 $\sin 2A>\sin 2B$

C．$c=a\cos B+b\cos A$

D．若$\left(\dfrac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\dfrac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}\right)\cdot\overrightarrow{BC}=0$，且$\dfrac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}\cdot\dfrac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}=\dfrac{1}{2}$，则$\triangle ABC$为等边三角形

11．已知长方体的一条棱长等于 1，且体积也为 1，它的顶点都在同一球的球面上，则该球的体积可能是（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}\pi$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\pi$　　C．$\pi$　　D．$\dfrac{\sqrt{5}}{2}\pi$

12．已知偶函数 $f(x)$ 的定义域为 $R$，且当 $x\in[0,3]$ 时，$f(x)=\begin{cases}1-x^2, x\in[0,1]\\ -f(x-2), x\in(1,3]\end{cases}$，当 $x>3$ 时，$f(x)=\dfrac{1}{2}f(x-4)$，则以下结论正确的是（　　）

A．$f(x)$ 是周期函数

B．任意 $x_1,x_2\in R,\left|f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right|\le 2$

C．$f(-10)=-\dfrac{1}{4}$

D．$f(x)$ 在区间 $[2,4]$ 上单调递增

## 三、填空题

13．已知$\vec{a}$，$\vec{b}$为单位向量，且$\vec{a}\perp\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)$，则向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为______.

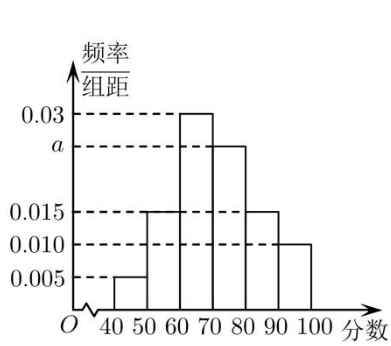
14．设函数 $f\left(x\right)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$，若 $f\left(x\right)\ge f\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$对任意的实数 $x$ 都成立，则$\omega$的最小值为______.

15．一组数据由 10 个数组成，将其中一个数由 6 改为 3，另一个数由 2 改为 5，其余的数不变，得到新的 10 个数，则新的一组数的方差相比原先一组数的方差的减小值为 ______.

16．已知 $a>0$，函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+2ax+a, & x\le 0,\\ -x^2+2ax-2a, & x>0.\end{cases}$ 若关于 $x$ 的方程 $f(x)=ax$ 恰有 2 个互异的实数解，则 $a$ 的取值范围是______________.

## 四、解答题

17．为普及抗疫知识，弘扬抗疫精神，某校组织了高一年级学生进行防疫知识测试．根据测试成绩（总分 100 分），将所得数据按照$[40,50),[50,60),[60,70),[70,80),[80,90),[90,100]$分成 6 组，其频率分布直方图如图所示．



(1)求图中 $a$ 的值；

(2)试估计本次防疫知识测试成绩的平均分；（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）

(3)该校准备对本次防疫知识测试成绩优异（将成绩从高到低排列，排在前20%的为优异）的学生进行嘉奖，则受嘉奖的学生分数不低于多少？（结果保留一位小数）

18．已知函数 $f(x)=\log_a x$，$g(x)=\log_a(2x+m-2)$，其中 $x\in[1,3]$，$a>0$ 且 $a\neq1$，$m\in R$.

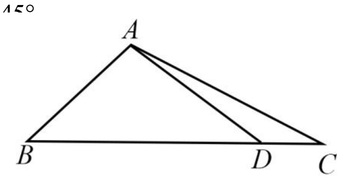
（1）若 $m=6$ 且函数 $F(x)=f(x)+g(x)$ 的最大值为 2，求实数 $a$ 的值.

（2）当 $a>1$ 时，不等式 $f(x)<2g(x)$ 在 $x\in[1,3]$时有解，求实数 $m$ 的取值范围.

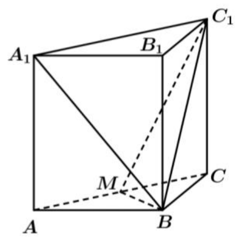
19．在△$ABC$ 中，角 $A$，$B$，$C$ 的对边分别为 $a$，$b$，$c$，已知 $a=3,c=\sqrt{2},B=45^\circ$

（1）求 $\sin C$ 的值；

（2）在边 $BC$ 上取一点 $D$，使得 $\cos\angle ADC=-\frac{4}{5}$，求 $\tan\angle DAC$ 的值.




20．如图所示，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 $AA_1C_1C$ 为长方形，$AA_1=1$，$AB=BC=2$，$\angle ABC=120^\circ$，$AM=CM$.




(1)求证：平面 $AA_1C_1C\perp$ 平面 $C_1MB$；

(2)求直线 $A_1B$ 和平面 $C_1MB$ 所成角的正弦值；

(3)在线段 $A_1B$ 上是否存在一点 $T$，使得点 $T$ 到直线 $MC_1$ 的距离是 $\frac{\sqrt{13}}{3}$，若存在求 $A_1T$ 的长，不存在说明理由.

21．设函数 $f\left(x\right)=\sin x+\cos x(x\in \mathrm{R})$．

（1）求函数 $y=\left[f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\right]^{2}$ 的最小正周期；

（2）求函数 $y=f(x)f\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值.

22．已知函数 $f(x)=2^{x}-\frac{1}{2^{|x|}}$．

（1）若 $f(x)=2$，求 $2^{x}$ 的值；

（2）若 $2^{t}f(2t)+mf(t)\geq 0$，对于任意 $t\in[1,2]$ 恒成立，求实数 $m$ 的取值范围.

# 高一数学暑假作业（八）

命题人：王美忠　　　　校对人：杜长虹

## 一、单选题

1．已知全集$U=\{0,1,2,3,4,5,6\}$，集合$A=\{1,2,3,4\},B=\{0,2,3,6\}$，则$A\cap\left(\complement_U B\right)=$（　　）

A．$\{1,4\}$　　B．$\{1,4,5\}$　　C．$\{1,2,3,4\}$　　D．$\{1,2,3,4,5\}$

2．已知命题$p$：$\forall x\geq 0$，$e^x\geq 1$或$\sin x<1$，则$\neg p$为（　　）

A．$\exists x<0$，$e^x<1$且$\sin x\geqslant 1$　　B．$\exists x\geq 0$，$e^x<1$且$\sin x\geqslant 1$

C．$\exists x\geq 0$，$e^x<1$或$\sin x\geqslant 1$　　D．$\exists x<0$，$e^x\geq 1$或$\sin x\leq 1$

3．已知平面$\alpha$，$\beta$，$\gamma$，直线$a$，$b$，$c$，下列说法正确的是（　　）

A．若$a//\alpha$，$b//\beta$，$\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$，则$\alpha//\beta$　　B．若$a\perp\alpha$，$\alpha\perp\beta$，则$a//\beta$

C．若$a\perp\alpha$，$b//\beta$，$\alpha//\beta$，则$\vec{a}\perp\vec{b}$　　D．若$\alpha\cap\gamma=a$，$\beta\cap\gamma=b$，$a//b$，则$\alpha//\beta$

4．下列四个函数中，在区间$\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$上单调递增，且最小正周期为$\pi$的是（　　）

A．$y=-\sin 2x$　　B．$y=|\cos x|$　　C．$y=|\sin x|$　　D．$y=\sin\dfrac{x}{2}$

5．“田忌赛马”的故事千古流传，故事大意是：在古代齐国，马匹按奔跑的速度分为上中下三等．一天，齐王找田忌赛马，两人都从上、中、下三等马中各派出一匹马，每匹马都各赛一局，采取三局两胜制．已知田忌每个等次的马，比齐王同等次的马慢，但比齐王较低等次的马快．若田忌不知道齐王三场比赛分别派哪匹马上场，则田忌获胜的概率为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{1}{4}$　　D．$\dfrac{1}{6}$

6．在$\triangle ABC$中，$AC=4,BC=3$，点$P$是$AB$的中点，则$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{CP}=$（　　）

A．$\dfrac{7}{2}$　　B．7　　C．$-\dfrac{7}{2}$　　D．$-7$

7．已知$f\left(x\right)$是定义在$R$上的奇函数，且$f(x+4)=f(x)$，当$x\in(0,2)$时，$f(x)=2^x$，则$f\left(-2021\right)=$（　　）

A．2　　B．－2　　C．0　　D．$\sqrt{2}$

8．圆台上、下底面的圆周都在一个直径为10的球面上，其上、下底面的半径分别为4和5，则该圆台的侧面积为（　　）

A．$8\sqrt{10}\pi$　　B．$8\sqrt{11}\pi$　　C．$9\sqrt{10}\pi$　　D．$9\sqrt{11}\pi$

## 二、多选题

9．若复数$z_1=2+3\mathrm{i}$，$z_2=-1+\mathrm{i}$，其中$\mathrm{i}$是虚数单位，则下列说法正确的是（　　）

A．$\dfrac{z_1}{z_2}\in \mathrm{R}$　　　　　B．$\overline{z_1\cdot z_2}=\overline{z_1}\cdot\overline{z_2}$

C．若$z_1+m\left(m\in \mathbf{R}\right)$是纯虚数，那么$m=-2$

D．若$\overline{z_1}$，$\overline{z_2}$在复平面内对应的向量分别为$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$（$O$为坐标原点），则$\left|\overrightarrow{AB}\right|=5$

10．已知事件$A$，$B$，且$P(A)=0.4,P(B)=0.3$，则（　　）

A．如果$B\subseteq A$，那么$P(A\cup B)=0.4,P(AB)=0.3$

B．如果$A$与$B$互斥，那么$P(A\cup B)=0.7,P(AB)=0$

C．如果$A$与$B$相互独立，那么$P(A\cup B)=0.7,P(AB)=0.12$

D．如果$A$与$B$相互独立，那么$P(\overline{A}\cdot\overline{B})=0.42,P(\overline{A}B)=0.18$

11．设函数$f\left(x\right)=\sin\left(4x+\dfrac{\pi}{6}\right)$的图象为曲线$E$，则下列结论中正确的是（　　）

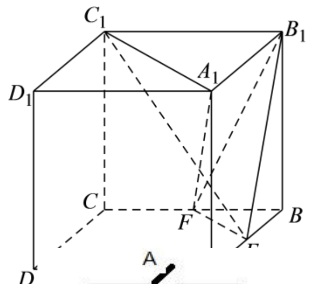
A．$\left(-\dfrac{7\pi}{24},0\right)$是曲线$E$的一个对称中心

B．为了得到曲线$E$的图象，只需将函数$y=\sin 4x$的图象向左平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位

C．若$x_1\neq x_2$，且$f\left(x_1\right)=f\left(x_2\right)=0$，则$\left|x_1-x_2\right|$的最小值为$\dfrac{\pi}{4}$

D．函数$f\left(x\right)=\sin\left(4x+\dfrac{\pi}{6}\right)$在区间$\left[-\dfrac{5\pi}{12},-\dfrac{\pi}{6}\right]$上单调递减

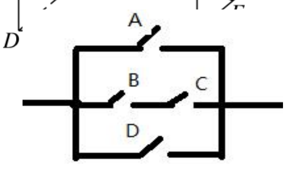
12．在棱长为2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$E,F$分别是棱$AB,BC$上的动点，且$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BF}=\lambda\overrightarrow{BC}$，$\lambda\in\left(0,1\right)$，则（　　）




A．当$\lambda=\dfrac{1}{2}$时，$EF\ /\!/\ A_1C_1$

B．当$\lambda=\dfrac{1}{2}$时，异面直线$B_1E$与$A_1F$所成角的余弦值为$\dfrac{2\sqrt{5}}{15}$

C．三棱锥$B_1-BEF$的体积的最大值为1D．不论$\lambda$取何值，都有$A_1F\perp C_1E$

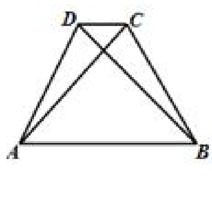



## 三、填空题

13．函数$y=\ln\left(3-4x\right)+\dfrac{1}{x}$的定义域是________

14．在一段线路中有4个自动控制的常用开关A、B、C、D，如图连接在一起，假定在2019年9月份开关A，D能够闭合的概率都是0.7，开关B，C能够闭合的概率都是0.8，则在9月份这段线路能正常工作的概率为________.

15．已知$a>b>0$，当$4a+\dfrac{4}{2a+b}+\dfrac{1}{2a-b}$取到最小值时，$a=$___________.




16．如图，四边形$ABCD$中，$AB/\!/CD$，$AB=5$，$CD=2$，$BC=\sqrt{13}$，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=0$．若$M$是线段$AD$的动点，则$\cos\angle ABC=$________，则$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BD}$的最大值为________.

## 四、解答题

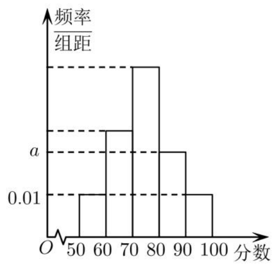
17．已知向量$\vec{a}=\left(2\cos x,1\right)$，$\vec{b}=\left(-\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right),\dfrac{1}{2}\right)$，$x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$.

(1)若$\vec{a}\,//\,\vec{b}$，求$x$的值；

(2)记$f\left(x\right)=\vec{a}\cdot\vec{b}$，若对于任意$x_1,x_2\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，而$|f(x_1)-f(x_2)|\le\lambda$恒成立，求实数$\lambda$的最小值.

18．第24届北京冬季奥林匹克运动会于2022年2月4日至2月20日在北京和张家口联合举办.这是中国历史上第一次举办冬季奥运会，它掀起了中国人民参与冬季运动的大热潮.某市举办了中学生滑雪比赛，从中抽取40名学生的测试分数绘制成茎叶图和频率分布直方图如下，后来茎叶图受到了污损，可见部分信息如图.

| | |
|---|---|
| 5 | 3 4 8 9 |
| 6 | 3 4 4 6 7 7 7 8 8 9 |
| 7 | 1 3 3 4 4 4 6 6 6 7 8 8 8 9 |
| 8 | |
| 9 | |




(1)求频率分布直方图中$a$的值，并根据直方图估计该市全体中学生的测试分数的平均数（同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表，结果保留一位小数）；

(2)现要对测试成绩在前26%的中学生颁发“滑雪达人”证书，并制定出能够获得证书的测试分数线，请你用样本来估计总体，给出这个分数线的估计值.

19．在$\triangle ABC$中，角$A$，$B$，$C$所对的边分别是$a$，$b$，$c$，且$c^2=a^2+b^2-ab$，

(1)若$\tan A-\tan B=\dfrac{\sqrt{3}}{3}(1+\tan A\cdot\tan B)$，求角$B$.

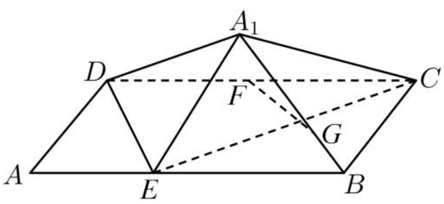
(2)设$\vec{m}=(\sin A,1)$，$\vec{n}=(3,\cos 2A)$，试求$\vec{m}\cdot\vec{n}$的最大值.

20．已知函数 $f(x)=2mx^2+4mx+1$．

(1)若存在 $x\in[1,3]$，使得不等式 $f(x)\le 0$ 成立，求 $m$ 的取值范围；

(2)若 $m>0, f(x)<0$ 的解集为 $(a,b)$，求 $\dfrac{4}{a}+\dfrac{9}{b}$ 的最大值．

21．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=3$，$AD=2$，$\angle A=60°$，$E$，$F$ 分别为线段 $AB$，$CD$ 上的点，且 $BE=2AE$，$DF=FC$，将 $\triangle ADE$ 沿 $DE$ 折起至 $\triangle A_1DE$，连接 $A_1B$，$A_1C$．




(1)点 $G$ 为 $A_1B$ 上一点，且 $A_1G=3GB$，求证：$FG$ // 平面 $A_1DE$；

(2)当三棱锥 $C-A_1DE$ 的体积达到最大时，求点 $B$ 到平面 $A_1DC$ 的距离．

22．设定义在 $R$ 上的奇函数 $f\left(x\right)=ka^x-a^{-x}$（$a>0$ 且 $a\ne 1$，$k\in\mathbf{R}$）

(1)已知 $f(1)=\dfrac{3}{2}$，函数 $g\left(x\right)=a^{2x}+a^{-2x}-4f\left(x\right)$，$x\in\left[1,2\right]$，求 $g\left(x\right)$ 的值域；

(2)若 $a>1$，$h\left(x\right)=a^{|x|}-\left|f\left(x\right)\right|$，对任意 $x\in\left[\lambda,\lambda+1\right]$，不等式 $h\left(x+\lambda\right)\le\left[h\left(x\right)\right]^2$ 恒成立，求实数 $\lambda$ 的取值范围．