UNIVERSITETI POLITEKNIK – TIRANE
Fakulteti i Teknologjise se Informacionit
Sheshi Nene Tereza, 1 – Tirane
Tel/Fax : +355 4 2278 159

Laborator 3

Llogaritja e Transformimit Furie në kohë diskrete (DTFT) dhe llogaritja e transformimit diskret Furie (DFT) duke përdorur Matlab

Studenti:

Piro Gjikdhima

Pranoi:

MSc Erison Ballasheni

1. Hyrje

Transformimi furie ne kohe diskrete eshte nje nga format e veçanta te analizes furie te sinjalit. Si i tille, ai transformon nje funksion ne nje funksion tjeter, i cili jep paraqitjen e sinjalit (funksionit) ne *fushen e frekuencave*. Ai kerkon si input nje funksion qe eshte *diskret*. Sinjale te tilla merren duke marre kampione nga nje funksion i vazhdueshem ne kohe.

Paraqitja e transformimit furie ne kohe diskrete ne fushen e frekuencave eshte gjithmone nje funksion periodik. Meqenese nje periode e funksionit permban te gjithe informacionin unik te funksionit, zakonisht thuhet se eshte transformim tek nje fushe frekuencash e cila eshte e fundme (me gjatesine e nje periode), ne krahasim me te gjithe vijen reale.

Po te kemi nje bashkesi diskrete te numrave reale ose komplekse x(n), trasformimi furie ne kohe diskrete ka formen:

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[\mathrm{n}]e^{-i\omega n}$$

Transformimi furie eshte nje metode qe transformon nje sinjal ne nje varg numerik qe tregon frekuencat e pranishme ne nje sinjal. Funksioni i ri tregon se cilat nga frekuencat jane te pranishme ne funksionin original.

2. Objektivi

Objektivi i kesaj pune laboratori eshte studimi i transformimit furie per sinjale diskrete si dhe implementimi i tyre ne MATLAB.

3. Qellimi

Ky laborator ka per qellim realizimin e transformimit furie ne kohe diskrete dhe transformimin diskret furie te sinjaleve sekuencave reale me zgjatje te fundme ne MATLAB si dhe paraqitjen grafike te tyre.

4. Zhvillimi i punes

Te dhena te rendesishme nga karakteristikat e sinjaleve dhe sistemeve merren nga paraqitja e tyre ne fushen e frekuences. Dy nga metodat me te zakonshme te perdorura per te paraqitur keto sinjale jane Transformimi furie ne kohe diskrete (DTFT) dhe Transformimi diskret furie (DFT) i sinjaleve.

4.1 Transformimi furie ne kohe diskrete

Per vlera reale te x(n), $X(e^{j\omega})$ eshte simetrik i konjuguar.

$$X(e^{-j\omega}) = X^*(e^{j\omega})$$

Ose

$$Re[X(e^{-j\omega})] = Re[X(e^{j\omega})] \qquad \text{(simetri cift)}$$

$$Im[X(e^{-j\omega})] = -Im[X(e^{j\omega})] \qquad \text{(simetri tek)}$$

$$|X(e^{-j\omega})| = |X(e^{j\omega})| \qquad \text{(simetri cift)}$$

$$\angle X(e^{-j\omega}) = -\angle X(e^{j\omega})| \qquad \text{(simetri tek)}$$

Shenim:: Per te ndertuar grafikun e $X(e^{j\omega})$ duket te konsiderojme vetem gjysmen e periodes se $X(e^{j\omega})$

a) Ushtrim

Percaktoni transformimin Furie te:

$$x(n) = (0.5)^n u(n)$$

Llogaritja matematike e transformimit furie te funksionit te mesiperm do te ishte:

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega} = \sum_{0}^{\infty} (0.5)^n e^{-j\omega}$$

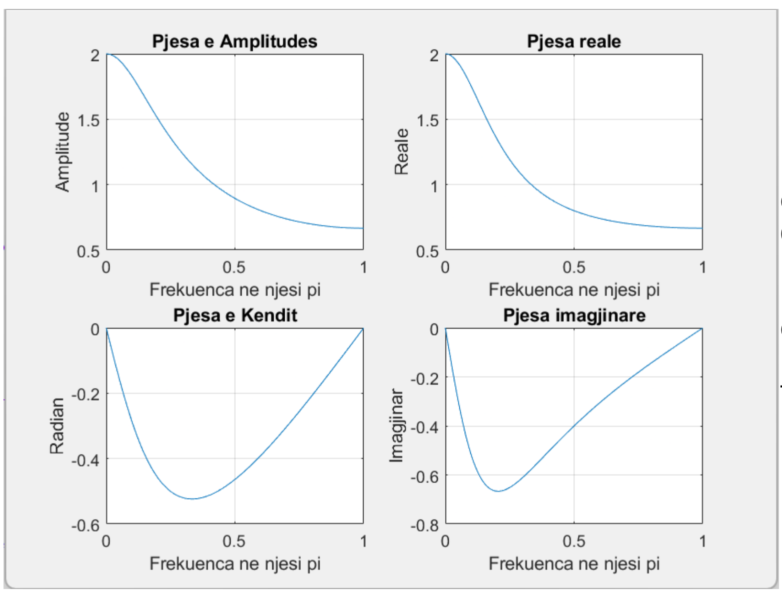
$$= \sum_{0}^{\infty} (0.5e^{-j\omega})^n = \frac{1}{1-0.5e^{-j\omega}} = \frac{e^{j\omega}}{e^{j\omega}-0.5}$$

Llogarisni $X(e^{j\omega})$ duke perdorur 501 pika te barazlarguara midis [0,π] dhe paraqisni grafikisht amplitude (magnitude), kendin (angle), pjesen reale dhe ate imagjinare.

```
w=[0:1:500]*pi/500;%[0,pi] axis divided into 501 points
X=exp(j*w)./(exp(j*w)-0.5*ones(1,501));
magX=abs(X);
angX=angle(X);
realX=real(X);
imagX=imag(X);
subplot(2,2,1);
plot(w/pi,magX);
grid on
xlabel('Frekuenca ne njesi pi' );
title('Pjesa e Amplitudes');
ylabel('Amplitude');
subplot(2,2,3);
```

```
plot(w/pi,angX);
grid on
xlabel('Frekuenca ne njesi pi' );
title('Pjesa e Kendit');
ylabel('Radian');
subplot(2,2,2);
plot(w/pi,realX);
grid on
xlabel('Frekuenca ne njesi pi' );
title('Pjesa reale');
ylabel('Reale');
subplot(2,2,4);
plot(w/pi,imagX);
grid on
xlabel('Frekuenca ne njesi pi' );
title('Pjesa imagjinare');
ylabel('Imagjinar');
```

Ndertoni me poshte grafiket e perftuar. Eshte funksioni periodik? Nese po, cila eshte perioda e tij? Vleresoni simetrine e funksionit.



Funksioni tek grafiku i përftuar është periodik dhe perioda e tij do të jetë 2π sepse ne kemi konsideruar vetëm gjysëm e periodës nga 0 në π , prandaj e gjitha do të jetë 2π.
Funksioni ka simetri cift sepse i ka te njejta pjesen reale dhe ate imagjinare.

b) Ushtrim

Percaktoni transformimin furie te h(n)= {1,1,1}.

$$H(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)e^{-jwn} = 1 + e^{-jw} + e^{-j2w} = e^{-jw}[e^{jw} + 1 + e^{-jw}] = e^{-jw}[1 + \cos(w)]$$

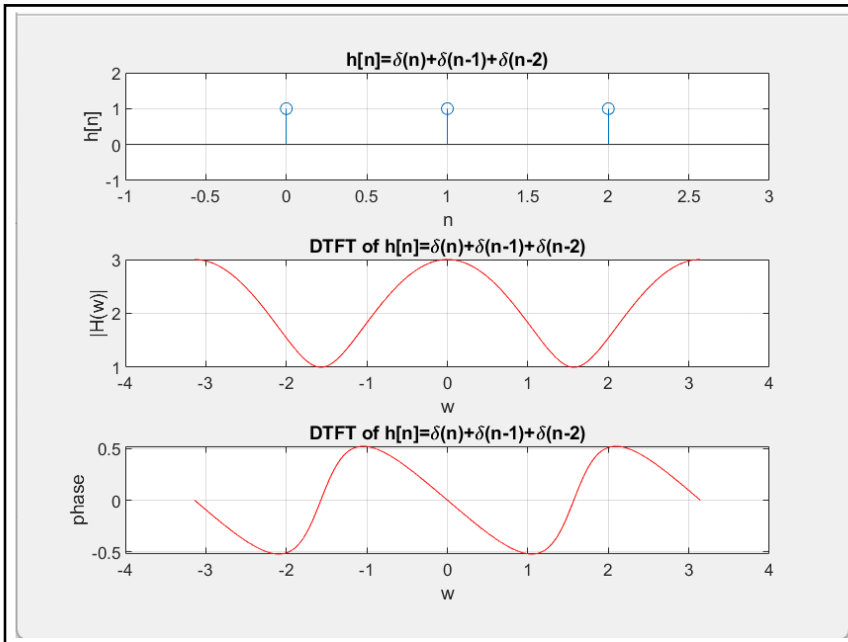
Ndertoni spektrin e amplitudes dhe te fazes.

```
n=0:2;
h=ones(size(n));
subplot(3,1,1)
stem(n,h)
grid on
axis([-1 3 -1 2])
xlabel('n')
ylabel('h[n]')
title('h[n]=\delta(n)+\delta(n-1)+\delta(n-2)')

%DTFT of h[n]
subplot(3,1,2)
W=-pi:0.001:pi;
H=(1+2*cos(W).*exp(-j*W));
plot(W,abs(H),'r')
grid on
xlabel('w');
ylabel('|H(w)|');
title('DTFT of h[n]=\delta(n)+\delta(n-1)+\delta(n-2)')

subplot(3,1,3)
plot(W,angle(H),'r')
grid on
xlabel('w');
ylabel('phase');
title('DTFT of h[n]=\delta(n)+\delta(n-1)+\delta(n-2)')
```

Ndertoni grafiket qe perftuat. Sa eshte perioda e funksionit?



Perioda e këtij funksioni do të jetë e barabartë me 3.

4.2 Transformimi diskret furie

a) Ushtrim

Ne kete ushtrim do te vertetojme vetine e linearitetit duke perdorur sekuenca reale me zgjatje te fundme. Le te jene x1(n) dhe x2(n) dy sekuenca random te shperndara uniformisht midis [0,1] per 0 ≤ n ≤ 10. Per gjetjen e transformimit furie do te perdoret procedura numerike e meposhtme.

```
x1 = rand(1,11); x2 = rand(1,11); n = 0:10;
alpha = 2; beta = 3; k = 0:500; w = (pi/500)*k;
X1 = x1 * (exp(-j*pi/500)).^(n'*k); % DTFT i x1
X2 = x2 * (exp(-j*pi/500)).^(n'*k); % DTFT i x2
x = alpha*x1 + beta*x2; % Kombinim linear I x1 & x2
X = x * (exp(-j*pi/500)).^(n'*k); % DTFT i verifikimit x
X_check = alpha*X1 + beta*X2; % Kombinim linear i X1 & X2
error = max(abs(X-X_check)) % Diferenca
```

Cila eshte pergjigjia qe perftoni? Bazuar ne pergjigjen e marre analizoni nese dy vektoret jane identike apo jo?
Shenim: Gabimi maksimal absolut midis dy vektoreve te transfomimit Furie eshte i rendit 10^{14}.

```
>> x1 = rand(1,11); x2 = rand(1,11); n = 0:10;
alpha = 2; beta = 3; k = 0:500; w = (pi/500)*k;
X1 = x1 * (exp(-j*pi/500)).^(n'*k); % DTFT i x1
X2 = x2 * (exp(-j*pi/500)).^(n'*k); % DTFT i x2
x = alpha*x1 + beta*x2; % Kombinim linear I x1 & x2
X = x * (exp(-j*pi/500)).^(n'*k); % DTFT i verifikimit x
X_check = alpha*X1 + beta*X2; % Kombinim linear i X1 & X2
error = max(abs(X-X_check)) % Diferenca

error =

   1.1235e-14
```

Variabli "error" ruan diferencen maksimale absolute midis dy DTFT të llogaritura. Në këtë rast, dallimi është 1.1235e-14, i cili është shumë afër zero dhe tregon se verifikimi është i suksesshëm, duke konfirmuar se kombinimi linear i DTFT të x1 dhe x2 përputhet me DTFT e sinjalit të kombinuar.

b) Ushtrim

Le te jete x(n) nje sekuence random e shperndare uniformisht midis [0,1] per 0 ≤n ≤ 10 dhe le te jete y(n)=x(n-2). Realizoni verifikimin e vetise se zhvendosjes.

```
x = rand(1,11); n = 0:10;
k = 0:500; w = (pi/500)*k;
X = x * (exp(-j*pi/500)).^(n'*k); % DTFT i x
y = x; m = n+2; %zhvendosjes se sinjalit x me 2 njesi
Y = y * (exp(-j*pi/500)).^(m'*k); % DTFT i  verifikimit y
Y_check = (exp(-j*2).^w).*X; % Shumezimi me  exp(-j2w)
error = max(abs(Y-Y_check)) % Diferenca
```

Cila eshte pergjigjia qe perftoni? Bazuar ne pergjigjen e marre vleresoni ne zhvendosja ne fushen e kohes te vektorit y eshte i njejte me zhvendosjen ne fushen e frekuences. E gezon ky funksion vetine e zhvendosjes?

Shenim: Gabimi maksimal absolut midis dy vektoreve te transfomimit Furie eshte i rendit 10^{14}.

```
>> x = rand(1,11); n = 0:10;
k = 0:500; w = (pi/500)*k;
X = x * (exp(-j*pi/500)).^(n'*k); % DTFT i x
y = x; m = n+2; %zhvendosjes se sinjalit x me 2 njesi
Y = y * (exp(-j*pi/500)).^(m'*k); % DTFT i verifikimit y
Y_check = (exp(-j*2).^w).*X; % Shumezimi me exp(-j2w)
error = max(abs(Y-Y_check)) % Diferenca

error =

   8.9681e-15
```

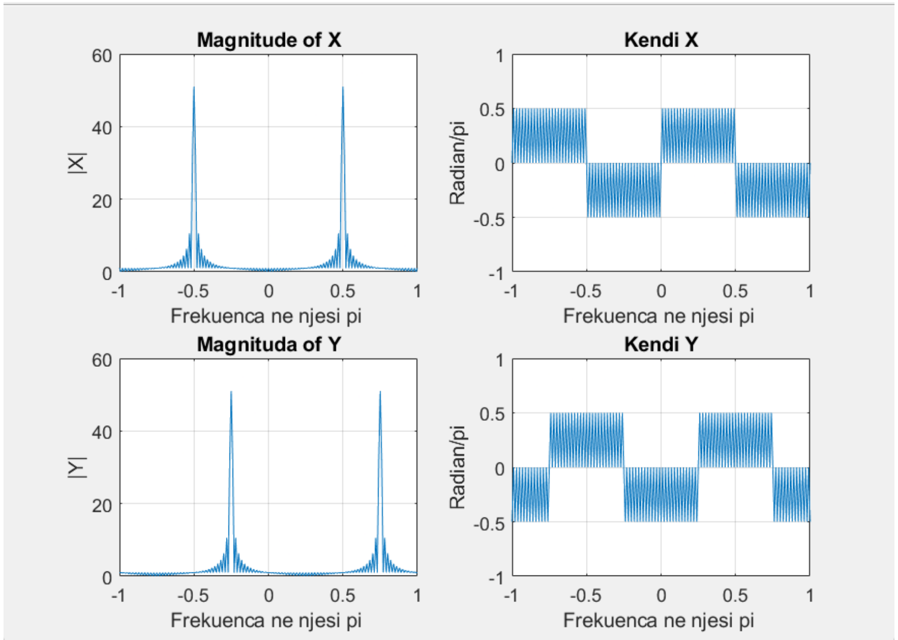
Përgjigjia që ne përftuam është e rendit të 15 , pra më e vogel se se 10 prandaj meqënëse ky gabim maksimal midis dy vektorëvetë transformimit furie është i tillë, atëherë themi që ky funksion e gëzon vetinë e zhvendosjes.

c) Ushtrim

Verifikimi i vetise se zhvendosjes ne frekuence mund te behet dhe ne menyre grafike. Le te jete x(n)=cos(πn/2) per $0 \leq n \leq 100$ dhe $y(n) = e^{j\pi n/4}$. Per te vleresuar vetine e zhvendosjes se dy funksioneve do te perdoret kodi i meposhtem:

```
n = 0:100; x = cos(pi*n/2);
k = -100:100; w = (pi/100)*k; % Frekuenca ndermjet -pi dhe +pi
X = x * (exp(-j*pi/100)).^(n'*k);% DTFT i x
y = exp(j*pi*n/4).*x; % sinja I shumezuar me exp(j*pi*n/4)
Y = y * (exp(-j*pi/100)).^(n'*k); % DTFT iy
% Verifikimi grafik
subplot(2,2,1); plot(w/pi,abs(X)); grid; axis([-1,1,0,60])
xlabel('Frekuenca ne njesi pi '); ylabel('|X|')
title('Magnitude of X')
subplot(2,2,2); plot(w/pi,angle(X)/pi); grid; axis([-1,1,-1,1])
xlabel('Frekuenca ne njesi pi '); ylabel('Radian/pi')
title('Kendi  X')
subplot(2,2,3); plot(w/pi,abs(Y)); grid; axis([-1,1,0,60])
xlabel('Frekuenca ne njesi pi '); ylabel('|Y|')
title('Magnituda of Y')
subplot(2,2,4); plot(w/pi,angle(Y)/pi); grid; axis([-1,1,-1,1])
xlabel('Frekuenca ne njesi pi '); ylabel('Radian/pi')
title('Kendi Y')
```

Ndertoni grafiket e perftuar. Ne baze te grafikut, vleresoni nese vertetohet vetia e zhvendosjes ne frekuence. Me sa eshte i zhvendosur sinjali ne pjesen e amplitudes dhe te fazes.



d) Ushtrim

Per te verifikuar vetine e pasqyrimit, le te jete x(n) nje sekuence random ne $-5 \leq n \leq 10$ te shperndare uniformisht midis [0,1]. Per verifikimin e pasqyrimit ne MATLAB do te perdoret kodi i meposhtem:

```
n = -5:10; x = rand(1,length(n));
k = -100:100; w = (pi/100)*k; % Frekuenca ndermjet -pi dhe +pi
X = x * (exp(-j*pi/100)).^(n'*k); % DTFT i x
% Vetia e pasqyrimit
y = fliplr(x); m = -fliplr(n); % sinjali i pasqyruar
Y = y * (exp(-j*pi/100)).^(m'*k); % DTFT i y
% Verifikimi
Y_check = fliplr(X); % X(-w)
error = max(abs(Y-Y_check)) % Diferenca
```

Cila eshte pergjigjia qe perftoni? Bazuar ne pergjigjen e marre vleresoni vetine e pasqyrimit.
Shenim: Gabimi maksimal absolut midis dy vektoreve te transfomimit Furie eshte i rendit 10^{14}.

```
>> n = -5:10; x = rand(1,length(n));
k = -100:100; w = (pi/100)*k; % Frekuenca ndermjet -pi dhe +pi
X = x * (exp(-j*pi/100)).^(n'*k); % DTFT i x
% Vetia e pasqyrimit
y = fliplr(x); m = -fliplr(n); % sinjali i pasqyruar
Y = y * (exp(-j*pi/100)).^(m'*k); % DTFT i y
% Verifikimi
Y_check = fliplr(X); % X(-w)
error = max(abs(Y-Y_check)) % Diferenca

error =

   1.8310e-15
```

Në përgjigjie kemi marrë 1.8310e–15, pra është e rëndit 10 15 dhe meqenese ky numër është më i vogel se vlera e gabimit maksimal absolut, mund të themi që ky funksion do të gëzoje vetinë e zhvendosjes dhe atë të pasyrimit .