

## **BÀI TẬP TUẦN 10**

**Bài tập 1:** Tìm  $f'(x)$ ,  $f''(x)$ ,  $f'''(x)$  của các hàm sau:

a)  $f(x) = x^3 - x^2 - 6x + 2$

b)  $f(x) = \sqrt[3]{x} - \frac{1}{3}x$

c)  $f(x) = \cos 2x$

d)  $f(x) = \frac{x}{x^3-1}$

e)  $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt[4]{x}$

**Bài tập 2** Tính các tích phân sau:

a)  $\int \sqrt{1-x^2} dx$

b)  $\int \sin(\sqrt{x}) dx$

c)  $\int_0^{\pi/2} \cos^4 x dx$

d)  $\int_0^{10} |x-5| dx$

e)  $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \tan x dx$

### Bài tập 3: Tìm đạo hàm riêng

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial f}{\partial y}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2},$$

của các hàm sau:

**a/**  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + y$

**b/**  $f(x, y) = xe^{-2x^2-2y^2}$

**c/**  $f(x, y) = e^x \cos y$

### Bài tập 4: Tính các tích phân sau:

**a/**  $\int_0^1 \int_0^{x^2} \cos(y^3) dx dy$

**b/**  $\int_{-1}^1 \int_{-1}^y \frac{1}{4-x^2} dx dy$

**c/**  $\int \int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx dy$

**d/**  $\int_0^1 \int_x^1 \cos(y^2) dy dx$

**e/**  $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 \frac{ye^{x^2}}{x^3} dx dy$

**Bài tập 5:** Ta có thể tính diện tích của một miền  $D$  cho trước bằng tích phân bội sau:

$$A(D) = \int \int_D 1 dA$$

- a) Cho  $D$  là miền giới hạn bởi  $y = 2x^2$  và  $y = 1 + x^2$
- b) Cho  $D$  là miền giới hạn bởi  $y = 2x$  và  $y = x^2$
- c) Cho  $D$  là miền giới hạn bởi  $y = x - 1$  và  $y^2 = 2x + 6$
- d) Cho  $D$  là miền giới hạn bởi  $y = x$  và  $y = x^3$
- e) Cho  $D$  là miền giới hạn bởi  $y = x - 2$  và  $x = y^2$

**Vẽ các miền  $D$  ở trên và tính diện tích của miền.**

**Bài tập 6:** Cho vector  $u = [u_1(x, y, z), u_2(x, y, z), u_3(x, y, z)]$ , ma trận Jacobi có công thức sau:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x} & \frac{\partial u_1}{\partial y} & \frac{\partial u_1}{\partial z} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x} & \frac{\partial u_2}{\partial y} & \frac{\partial u_2}{\partial z} \\ \frac{\partial u_3}{\partial x} & \frac{\partial u_3}{\partial y} & \frac{\partial u_3}{\partial z} \end{bmatrix}$$

Tìm ma trận Jacobi của các vecto  $u$  sau:

**a/**  $u = [\sin(x) + \cos(y), x^2 + 3x - 4, \ln x + y^2 + \sqrt{z}]$

**b/**  $u = [5x^3 - x^2y^2 + \tan(x), e^{x^2+y^2+z^2}, x^3yx^2 - x^2y - x^3z]$

**c/**  $u = [\cos(x) + \sin(x) + \tan(x), \ln(x - y + z), x^3 - y^3 + z^3]$

**d/**  $u = [2x^2 + 3y^2 + 2xyz, \cos(xy) \sin(xz) \tan(yz), e^{x+y} \ln(xyz)]$

**e/**  $u = [\sqrt{x + \ln(yz)}, \frac{x}{z^2+y^3}, \frac{yz}{\sqrt{x^2-1}}]$

**Bài tập 7:** Cho toán tử Laplace có công thức sau:

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2}$$

Tìm  $\Delta f$  của các hàm sau:

**a/**  $f(x, y) = \frac{\sin(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$

**b/**  $f(x, y, z) = e^{-y^2-z^2} \cos(\sqrt{1+x-7})$

**c/**  $f(x, y, z, t) = \ln\left(\frac{2xy}{x^2+2y^2+3z^2}\right) + \frac{xyze^{xyzt}}{\sqrt{x^2-y^2+z^2-t^2}}$

**Bài tập 8:** Tích các tích phân sau:

**a/**  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$

**b/**  $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2-y^2} dx dy$

**Bài tập 9:** Tính các tích phân sau:

**a/**  $\int \int \int_E y dV$

$$E = \{(x, y, z) | 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq x, x - y \leq z \leq x + y\}$$

**b/**  $\int \int \int_E e^{x/y} dV$

$$E = \{(x, y, z) | 0 \leq y \leq 1, y \leq x \leq 1, 0 \leq z \leq xy\}$$

**c/**  $\int \int \int_E \frac{z}{z^2 + x^2} dV$

$$E = \{(x, y, z) | 1 \leq y \leq 4, y \leq z \leq 4, 0 \leq x \leq z\}$$

**Bài tập 10:** Cho đa thức Taylor của hàm  $f(x)$  trong lân cận  $x_0$  có công thức sau:

$$P_n(x) = f(x_0) + \sum_{k=1}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k$$

Viết function như sau:

```
function [ P ] = DaThuc_Taylor( f , n , x0 )
```

Với  $P$  là đa thức Taylor cần tìm,  $f$  là hàm cần tìm đa thức Taylor,  $n$  là bậc của đa thức Taylor và  $x_0$  là lân cận  $x_0$ .

So sánh với hàm `taylor(f,n,x0)` của Matlab, với các hàm

$$f(x) = e^x, \quad \cos x, \quad \sin x, \quad \ln x$$

Cho  $x_0 = 0, n = 6$



**Bài tập 11:** Viết đoạn chương trình tính gần đúng tích phân bội 2 bằng công thức trung điểm

$$\int \int_R f(x, y) dA \simeq \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f(\bar{x}_i, \bar{y}_j) \Delta A$$

Với  $R = \{(x, y) | a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\}$ .

$$\Delta x = \frac{b-a}{m}, \Delta y = \frac{d-c}{n}, x_i = a + (i-1)\Delta x, y_j = c + (j-1)\Delta y$$

$$\bar{x}_i = \frac{1}{2}(x_i + x_{i+1}), \bar{y}_j = \frac{1}{2}(y_j + y_{j+1}), \Delta A = \Delta x \Delta y$$

Áp dụng chương trình trên tính tích phân sau và so sánh kết quả với hàm `int` của Matlab

$$\int \int_R (x - 3y^2) dA, \quad R = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2\}$$