

BÀI TẬP TUẦN 11

Bài tập 1: Liệt kê 5 phần tử đầu tiên và tính giới hạn của các dãy số sau

a) $a_n = \{\sqrt{n-3}\}_{n=0}^{\infty}$

b) $a_n = \left\{\frac{n+1}{3n-1}\right\}_{n=0}^{\infty}$

c) $a_n = \left\{\cos\left(\frac{n\pi}{6}\right)\right\}_{n=0}^{\infty}$

d) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n - 1$

Bài tập 2: Tìm đạo hàm cấp 1 và cấp 2 của các hàm số sau đây :

a) $f(x) = x^6 + x^4 - 3x^3 - 16x$

b) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + x\sqrt{x}$

c) $f(x) = 2x - 5x^{3/4}$

d) $f(x) = \sin x + \ln x + \frac{1}{x^2}$

Bài tập 3: Sử dụng các công thức sau đây để xấp xỉ đạo hàm cấp 1 và 2 với lần lượt $h = 0.2, h = 0.1, h = 0.01$.

$$f'_h(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h},$$
$$f''_h(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - 2f(x_0) + f(x_0 - h)}{h^2}.$$

Viết function như sau:

```
function df = Xapxi_daoham( f , n , x0 , h )
```

Trong đó f là hàm số cần tính đạo hàm, n là bậc của đạo hàm, x_0 là điểm cần tính giá trị đạo hàm và h là bước nhảy. So sánh với kết quả chính xác tìm được ở **bài tập 2**.

Bài tập 4: Khảo sát tính liên tục của hàm số tại $x = a$. Vẽ đồ thị hàm số.

a) $f(x) = \ln|x - 2|$ tại $a = 2$.

b) $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{khi } x < 0, \\ x^2 & \text{khi } x \geq 0, \end{cases}$ tại $a = 0$.

c) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1, \\ 1 & \text{khi } x = 1, \end{cases}$ tại $a = 1$.

d) $f(x) = \begin{cases} \cos(\pi x) & \text{khi } x \leq 0, \\ 0 & \text{khi } x = 0, \\ 1 - x^2 & \text{khi } x > 0, \end{cases}$ tại $a = 0$.

Bài tập 5: Vẽ đồ thị của hàm số rồi xác định các điểm bất liên tục của hàm số

a) $f(x) = \frac{1}{1 + e^{1/x}}$

b) $f(x) = \ln(\tan^2 x)$

Bài tập 6: Xác định $f'(0)$ có tồn tại hay không

a) $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & \text{khi } x \neq 0, \\ 0 & \text{khi } x = 0. \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{khi } x \neq 0, \\ 0 & \text{khi } x = 0. \end{cases}$

Bài tập 7: Tính 20 tổng riêng đầu tiên của các chuỗi

$\sum_{k=1}^N x_k$, $N = 1, \dots, 20$ sau. Vẽ trên cùng hệ trục dãy số hạng tử

của chuỗi và dãy giá trị các tổng riêng của các

chuỗi (tức x_N và $\sum_{k=1}^N x_k$). Dựa vào đồ thị, xét xem các chuỗi trên

hội tụ hay phân kỳ. Nếu hội tụ thì tính giá trị hội tụ.

a) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{12}{(-5)^k}$

b) $\sum_{k=1}^{+\infty} \tan(k)$

c) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{15^{1.5}} - \frac{1}{(k+1)^{1.5}}$

d) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k(k+1)}$

Bài tập 8: Vẽ đồ thị $(C) : y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$. Tìm và chú thích trên đường cong (C) điểm mà tiếp tuyến với đường cong tại điểm đó song song với trục hoành.

Bài tập 9: Các chuỗi sau hội tụ hay không, với $r = -1, 0, 1, 2$.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} nr^n$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^r}$

Bài tập 10: Tính các tích phân sau

a) $I_1 = \int_0^{\pi} e^x dx$

b) $I_2 = \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$

c) $I_3 = \int_0^2 2^x dx$

d) $I_4 = \int_0^1 \frac{1}{x^2 + 2} dx$

Bài tập 11: Sử dụng công thức sau để tính xấp xỉ các tích phân ở
Bài tập 10

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} (x_i + x_{i+1}) [f(x_i) + f(x_{i+1})]$$

trong đó

$$x_i = a + \frac{b-a}{N}i \quad \forall i \in [0 : N]$$

Viết function như sau:

```
function I = Xapxi_tichphan( f , a , b , N )
```

Trong đó f là hàm số cần tính tích phân với cận a, b và N là số điểm. So sánh với kết quả chính xác tìm được ở **bài tập 10**.

Sử dụng lần lượt $N = 2, 4, 10, 20$. So sánh kết quả có được với kết quả tính tích phân chính xác.

Bài tập 12: Tính các tích phân sau

$$a) I_1 = \int_0^{0.5} \int_0^{0.5} e^{y-x} dy dx$$

$$b) I_2 = \int_{-\pi}^{3\pi/2} \int_0^{2\pi} (y \sin x + x \cos y) dy dx$$

$$c) I_3 = \int_0^{\pi/4} \int_0^{\sin x} \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} dy dx$$

$$d) I_4 = \int_0^1 \int_1^2 \int_0^{0.5} e^{x+y+z} dz dy dx$$

$$e) I_5 = \int_0^1 \int_x^1 \int_0^y y^2 z dz dy dx$$

$$f) I_6 = \int_0^1 \int_{x^2}^x \int_{x-y}^{x+y} y dz dy dx$$