

Ôn tập Vật Lí

Bùi Nhật Minh

Ngày 31 tháng 1 năm 2026

Mục lục

Lời giới thiệu	3
I Kiến thức toán học nền tảng	4
1 Lập luận trong toán học	6
1.1 Chuyển đổi từ dạng ngôn ngữ sang dạng kí hiệu	6
Tài liệu tham khảo	8

Lời giới thiệu

Phần 1

Kiến thức toán học nền tảng

Phần này bao gồm các kiến thức toán học cần thiết để xây dựng lý thuyết của môn vật lý (hoặc ít nhất để đọc tài liệu này), giả sử rằng bạn đọc đã có một chút kiến thức đại số và hình học trung học phổ thông từ ghế nhà trường. Một điều cần lưu ý là chương này sẽ bao hàm những phần không nằm trong chương trình trung học phổ thông và có thể cả chương trình đại học. Mặc dù rằng là tác giả đã bao hàm rất nhiều toán trong chương, nhưng tác giả không có ý định viết để thay thế toàn bộ giáo trình toán. Các cuốn giải tích, đại số tuyến tính, hình học phẳng, hình học không gian, xác suất, và các cuốn giáo trình toán khác đều có vị trí đứng của chúng. Điều mà tác giả mong muốn tài liệu này có được chính là sự tổng hợp của kiến thức toán sao cho phù hợp với các ngành vật lý và sự bù đắp cho những lỗ hổng mà tác giả còn thấy ở tài liệu toán hiện hành ở Việt Nam. Ví dụ, tài liệu được đưa thêm những dạng bài tập, như các dạng bài liên quan đến hàm số rời rạc được cho dưới dạng bảng, mà bạn đọc ít khả năng nhìn thấy ở trong những tài liệu khác. Không phải dạng bài tập mới là để bạn đọc trở nên hứng thú hơn (bởi dĩ tác giả khi soạn đáp án còn thấy chán), mà điều quan trọng là tìm ra nguyên nhân từ cái chán đó, và tìm cách chấm dứt triệt để cái chán bằng việc kết nối các bài toán lại với nhau, và rút ra một quy luật tổng quát giữa chúng. Suy cho cùng, sau khi bạn đọc làm nhiều bài tập, tác giả kì vọng, hơn cả việc bạn đọc tính toán nhanh và thành thạo (đương nhiên điều này cũng rất tốt), chính là việc hiểu rõ bản chất của các mảng lý thuyết và từ đó ứng dụng vào các trường hợp khác nhau.

Thông thường, các tài liệu vật lý sẽ lược qua hay tối giản phần toán, với ba ngầm định. Thứ nhất, sẽ có tài liệu toán ứng dụng đi kèm với tài liệu vật lý. Thứ hai, vật lý không dùng nhiều đến lý thuyết toán chuyên sâu hay chứng minh chặt chẽ. Và thứ ba, vật lý không nên dùng đến các tính toán phức tạp mà nên tập trung nhiều vào phần thông hiểu lý thuyết và ứng dụng đời sống. Tuy nhiên, tác giả lại không định hướng tài liệu đi theo những quan điểm này. Các mô hình vật lý đều có toán học phụ trợ đằng sau và chứng minh toán học mới là thứ xây dựng mô hình để dự đoán tương lai. Lấy ví dụ, thuyết tương đối rộng của Anh-xtanh¹. Đây là thuyết có thể nói được kiểm chứng thực nghiệm nhiều lần nhất trong vật lý, và giống rất nhiều công trình vật lý hiện đại khác, được xây dựng từ bút, giấy, và nhiều công cụ toán và một chút góc nhìn sáng tạo của vật lý. Quay trở về hiện tại, theo tác giả, nếu như nhà vật lý hay kỹ sư mà không làm được toán cao cấp, thì có lẽ họ nên chuyển nghề. Cho nên, trong tài liệu này, tác giả không chỉ đưa nhiều toán, mà còn đưa ra toán theo con đường khác với con đường thông thường, không phải là cố tình phức tạp hóa, mà là để thể hiện tính mạch lạc của toán, nhấn mạnh rằng toán có thể tư duy được chứ không chỉ là thuộc lòng một cách “tôn giáo hóa”. Tác giả vẫn đưa một số lý thuyết dựa trên ngôn ngữ đời thường, nhưng nếu có thể, tác giả sẽ đưa định nghĩa hay chứng minh theo toán học thuần túy, dựa trên những lý thuyết đã có trước đó.

Có thể những kiến thức này đã cũ và bạn đọc chỉ muốn làm nóng lại kiến thức ở những phần cần thiết, thì bạn đọc có thể bỏ qua một vài phần của chương này. Nhưng nếu bạn đọc thấy những kiến thức này còn mới, còn nhiều lỗ hổng, thì bạn đọc nên đọc kĩ lưỡng. Hi vọng từ lý thuyết và bài tập, bạn đọc có thể hiểu được góc nhìn của tác giả về toán, và tự xây dựng cho mình một ma trận kiến thức riêng để phục vụ sau này.

¹Albert Einstein (1879 – 1955)

1.

Lập luận trong toán học

1.1 Chuyển đổi từ dạng ngôn ngữ sang dạng kí hiệu

Ngôn ngữ là kết quả của sự phát triển ý thức con người tới một trình độ nhất định. Nó cũng là một công cụ vô cùng cần thiết để các cá nhân, tập thể có thể trao đổi với nhau để từ đó xã hội có thể hoạt động. Ngôn ngữ, mặc dù là một sản phẩm mang trình độ cao, có sự phản ánh với nó và từ nó trong từng nhóm người, dân tộc, từng nền văn hóa khác nhau, vẫn tồn tại trong nó nhiều thiếu sót. Đó là khi, với ngôn ngữ, chúng ta cũng có thể tạo ra những lỗ hổng về lập luận hay những cạm bẫy về tư duy lô-gích. Và với lí do như vậy, để thực hiện phân tích lô-gích, mọi câu không chỉ cần được biểu diễn dưới dạng mệnh đề dưới dạng ngôn ngữ, mà còn cần phải biểu diễn dưới dạng kí hiệu.

Để thực hiện việc chuyển đổi từ các mệnh đề sử dụng ngôn ngữ tự nhiên sang các mệnh đề kí hiệu một cách chính xác, từ một mệnh đề phức, cần phải xác định các mệnh đề nguyên tử mà không thể tách ra thành những mệnh đề con nữa. Từ đó, xác định các phép nối mệnh đề giữa chúng và thực hiện phân tích cấu trúc của mệnh đề ban đầu để có thể xây dựng được chính xác mệnh đề dưới dạng kí hiệu. Lấy ví dụ, cần chuyển đổi mệnh đề

“Nếu nền kinh tế tăng trưởng và lạm phát thấp thì đời sống nhân dân được cải thiện.”

sang dạng kí hiệu. Các mệnh đề nguyên tử bao gồm:

- P : “Nền kinh tế tăng trưởng.”;
- Q : “Lạm phát thấp”;
- R : “Đời sống nhân dân được cải thiện”.

Thêm vào đó, chúng ta có những phép nối:

- \wedge qua từ nối “và”;
- \implies qua cặp từ nối “Nếu... thì...”.

Qua đó, mệnh đề ban đầu đã được chuyển đổi thành

$$P \wedge Q \implies R.$$

Có thể bạn đọc nghĩ rằng chúng ta đã hoàn thành quá trình chuyển đổi. Tuy nhiên, có một vấn đề cần phải đề cập tới, đó là cần phải hiểu mệnh đề này như thế nào? Hiểu như “ $(P \wedge Q) \implies R$ ” hay “ $P \wedge (Q \implies R)$ ”? Với mệnh đề đơn giản như thế này, bạn đọc có thể nhìn ra ngay rằng cách hiểu đầu tiên sẽ là hợp lí nhất. Nó vừa tuân theo thứ tự các phép nối, vừa tuân theo cách hiểu tự nhiên. Mặc dù vậy, khi các mệnh đề trở nên phức tạp với nhiều điều kiện chồng chéo, ngôn ngữ tự nhiên thường bị “quá tải” trong việc phân định phạm vi của các từ nối. Chẳng hạn, trích quy chế của một trường đại học có thể là:

“Để nhận học bổng, sinh viên phải có điểm trung bình từ 8,0
và là học nghèo hoặc có bài báo nghiên cứu khoa học.”

Để phân tích câu này, đặt

- G : “Sinh viên có điểm trung bình từ 8,0”;
- P : “Sinh viên thuộc diện hộ nghèo”;
- S : “Sinh viên có nghiên cứu khoa học”.

Khi này, mệnh đề trở thành $G \wedge P \vee S$. Cần nhắc lại rằng, ngôn ngữ tự nhiên không áp dụng quy tắc về thứ tự các phép nối. Hai cách kết hợp từ “và” và “hoặc” tạo ra hai cách hiểu khác nhau hoàn toàn về quyền lợi của một sinh viên A có điểm số chưa tốt nhưng có bài báo khoa học.

1. **Trường hợp 1** — $(G \wedge P) \vee S$: A thỏa mãn S , cho nên toàn bộ mệnh đề này đúng. A được xét nhận học bổng;
2. **Trường hợp 2** — $G \wedge (P \vee S)$: Mặc dù A có thành tích S , A chưa đạt điều kiện tiên quyết là G , cho nên A không được xét học bổng.

Từ ví dụ này, chúng ta có thể đưa ra được một phát hiện rằng việc cần phải loại bỏ toàn bộ những hoài nghi và cách hiểu tối nghĩa về câu cũng là lí do tại sao những tờ hợp đồng, bộ luật đều dùng những ngôn từ được phức tạp hóa mà tuy ẩn sâu trong đó là những ý tưởng đơn giản.

Bài 1: Phiên dịch các mệnh đề sau thành dưới dạng kí hiệu. Nếu rút gọn mệnh đề thành kí hiệu chữ cái thì cần phải chú thích rõ mỗi chữ cái ứng với mệnh đề cấu thành tương ứng nào.

1. “Bạn đọc không thể vừa đi làm đúng giờ vừa ngủ nướng.”;
2. “Nếu nước trong bể bơi được làm sạch, thì hoặc A-bi-cô có thể nhìn thấy đáy của bể bơi, hoặc mắt của A-bi-cô có vấn đề.”;
3. “Da-đê-en sẽ đi dã ngoại, trừ khi ngày mai trời mưa.”;
4. “Không đúng là tôi không không thích em.”;
5. “Nếu không phải là bạn đọc nộp bài đúng hạn và bài tập làm là chính xác, thì nếu giáo viên không chấm trước, bạn đọc sẽ bị trượt.”;
6. “Chỉ khi cô bé quàng khăn đỏ không quàng khăn màu đỏ và Cám là một người em tốt của Tấm, thì lô-gích mới ngừng là một môn phức tạp và bộ não Ê-mô-ri mới được giải phóng.”;
7. “Đế quốc Mĩ đã rất nhiều lần lên kế hoạch ngăn chặn Việt Nam thống nhất, nhưng, bởi vì dân tộc ta có một tinh thần đoàn kết vững mạnh, quân đội được xây dựng thành lực lượng hùng mạnh, và sự lãnh đạo của Đảng đầy sáng suốt, đất nước chúng ta đã có thống nhất, độc lập, tự do như ngày hôm nay.”.

Lời giải bài 1:

1. Kí hiệu các mệnh đề con:

- O : “Bạn đọc đi làm đúng giờ.”;
- S : “Bạn đọc ngủ nướng.”.

Phép nối lô-gích: \uparrow , thông qua “không thể... vừa... vừa...”. Vậy có mệnh đề dưới dạng kí hiệu là $O \uparrow S$.

2. Đặt biến:

- C : “Nước trong bể bơi được làm sạch.”;
- B : “A-bi-cô có thể nhìn thấy đáy của bể bơi.”;
- P : “Mắt của A-bi-cô có vấn đề.”;

Mệnh đề dưới dạng kí hiệu: $C \implies B \vee P$ hoặc $C \implies B \oplus P$ nếu hiểu “hoặc... hoặc” theo nghĩa loại trừ.

3. Viết lại câu với nghĩa không đổi¹:

“Nếu ngày mai trời mưa thì Da-đê-en không đi dã ngoại.”².

Kí hiệu các mệnh đề con:

- P : “Ngày mai trời mưa.”;
- D : “Da-đê-en đi dã ngoại.”.

¹Không chỉ ở mỗi bài tập môn tiếng Anh mới phải làm điều này.

²Đây không phải là cách hiểu duy nhất. Nhắc lại, ngôn ngữ chỉ là phương tiện, không phải luật lệ chính xác.

Mệnh đề dưới dạng kí hiệu: $P \implies \neg D$.

4. Đặt biến:

- A : “Tôi thích em.”.

Phân tích:

- “Tôi không không thích em.”: $\neg\neg A$;
- “Không phải là...”: phủ định bao trùm.

Mệnh đề dưới dạng kí hiệu: $\overline{\neg\neg A}$.

5. Đặt biến:

- T : “Bạn đọc nộp bài đúng hạn.”;
- C : “Bài tập làm là chính xác.”;
- A : “Giáo viên chấm trước.”;
- F : “Bạn đọc sẽ bị trượt.”.

Mệnh đề dưới dạng kí hiệu: $T \uparrow C \implies (\neg A \implies F)$.

6.

Tài liệu tham khảo - Toán

- [1] Ravi P Agarwal, Kanishka Perera, and Sandra Pinelas. *An introduction to complex analysis*. Springer Science & Business Media, 2011.
- [2] Irving H Anellis. Peirce's truth-functional analysis and the origin of the truth table. *History and Philosophy of Logic*, 33(1):87–97, 2012.
- [3] Daniel W Cunningham. *A logical introduction to proof*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [4] Granino Arthur Korn and Theresa M Korn. *Mathematical handbook for scientists and engineers: definitions, theorems, and formulas for reference and review*. Courier Corporation, 2000.

Tài liệu tham khảo - Vật lí