

# Ôn tập Vật Lí

Bùi Nhật Minh

Ngày 15 tháng 12 năm 2025

# Mục lục

Lời giới thiệu	3
I Kiến thức toán học nền tảng	4
1 Lô-gích toán học	6
1.1 Mệnh đề . . . . .	6
1.2 Mệnh đề ghép và các phép nối mệnh đề . . . . .	6
1.2.1 Phép đổi . . . . .	7
1.2.2 Bảng giá trị chân lí . . . . .	7
1.2.3 Phép hội . . . . .	7
1.2.4 Phép tuyển . . . . .	8
Tài liệu tham khảo	8

# Lời giới thiệu

# Phần 1

## Kiến thức toán học nền tảng

Phần này bao gồm các kiến thức toán học cần thiết để xây dựng lí thuyết của môn vật lí (hoặc ít nhất để đọc tài liệu này), giả sử rằng bạn đọc đã có một chút kiến thức đại số và hình học trung học phổ thông từ ghế nhà trường. Một điều cần lưu ý là chương này sẽ bao hàm những phần không nằm trong chương trình trung học phổ thông và có thể cả chương trình đại học. Mặc dù rằng là tác giả đã bao hàm rất nhiều toán trong chương, nhưng tác giả không có ý định viết để thay thế toàn bộ giáo trình toán. Các cuốn giải tích, đại số tuyến tính, hình học phẳng, hình học không gian, xác suất, và các cuốn giáo trình toán khác đều có vị trí đúng của chúng. Điều mà tác giả mong muốn tài liệu này có được chính là sự tổng hợp của kiến thức toán sao cho phù hợp với các ngành vật lí và sự bù đắp cho những lỗ hổng mà tác giả còn thấy ở tài liệu toán hiện hành ở Việt Nam. Ví dụ, tài liệu được đưa thêm những dạng bài tập, như các dạng bài liên quan đến hàm số rời rạc được cho dưới dạng bảng, mà bạn đọc ít khả năng nhìn thấy ở trong những tài liệu khác. Không phải dạng bài tập mới là để bạn đọc trở nên hứng thú hơn (bởi dĩ tác giả khi soạn đáp án còn thấy chán), mà điều quan trọng là tìm ra nguyên nhân từ cái chán đó, và tìm cách chấm dứt triệt để cái chán bằng việc kết nối các bài toán lại với nhau, và rút ra một quy luật tổng quát giữa chúng. Suy cho cùng, sau khi bạn đọc làm nhiều bài tập, tác giả kì vọng, hơn cả việc bạn đọc tính toán nhanh và thành thạo (đương nhiên điều này cũng rất tốt), chính là việc hiểu rõ bản chất của các mảng lí thuyết và từ đó ứng dụng vào các trường hợp khác nhau.

Thông thường, các tài liệu vật lí sẽ lược qua hay tối giản phần toán, với ba ngầm định. Thứ nhất, sẽ có tài liệu toán ứng dụng đi kèm với tài liệu vật lí. Thứ hai, vật lí không dùng nhiều đến lí thuyết toán chuyên sâu hay chứng minh chặt chẽ. Và thứ ba, vật lí không nên dùng đến các tính toán phức tạp mà nên tập trung nhiều vào phần thông hiểu lí thuyết và ứng dụng đời sống. Tuy nhiên, tác giả lại không định hướng tài liệu đi theo những quan điểm này. Các mô hình vật lí đều có toán học phụ trợ đằng sau và chứng minh toán học mới là thứ xây dựng mô hình để dự đoán tương lai. Lấy ví dụ, thuyết tương đối rộng của Anh-xtanh<sup>1</sup>. Đây là thuyết có thể nói được kiểm chứng thực nghiệm nhiều lần nhất trong vật lí, và giống rất nhiều công trình vật lí hiện đại khác, được xây dựng từ bút, giấy, và nhiều công cụ toán và một chút góc nhìn sáng tạo của vật lí. Quay trở về hiện tại, theo tác giả, nếu như nhà vật lí hay kĩ sư mà không làm được toán cao cấp, thì có lẽ họ nên chuyển nghề. Cho nên, trong tài liệu này, tác giả không chỉ đưa nhiều toán, mà còn đưa ra toán theo con đường khác với con đường thông thường, không phải là cỗ tinh phức tạp hóa, mà là để thể hiện tính mạch lạc của toán, nhấn mạnh rằng toán có thể tư duy được chứ không chỉ là thuộc lòng một cách “tôn giáo hóa”. Tác giả vẫn đưa một số lí thuyết dựa trên ngôn ngữ đời thường, nhưng nếu có thể, tác giả sẽ đưa định nghĩa hay chứng minh theo toán học thuần túy, dựa trên những lí thuyết đã có trước đó.

Có thể những kiến thức này đã cũ và bạn đọc chỉ muốn làm nóng lại kiến thức ở những phần cần thiết, thì bạn đọc có thể bỏ qua một vài phần của chương này. Nhưng nếu bạn đọc thấy những kiến thức này còn mới, còn nhiều lỗ hổng, thì bạn đọc nên đọc kĩ lưỡng. Hi vọng từ lí thuyết và bài tập, bạn đọc có thể hiểu được góc nhìn của tác giả về toán, và tự xây dựng cho mình một ma trận kiến thức riêng để phục vụ sau này.

---

<sup>1</sup> Albert Einstein (1879 – 1955)

# 1.

## Lô-gích toán học

### 1.1 Mệnh đề

Lô-gích là ngành nghiên cứu về sự lập luận, là sự giao thoa giữa toán học và triết học. Không có một ngành nào của toán học hay khoa học nói chung mà không có sự tồn tại của các lập luận, chứng minh hay phản biện. Chúng ta sẽ bắt đầu với định nghĩa của mệnh đề lô-gích và những phép toán cho phép chúng ta kết hợp các mệnh đề.

**Mệnh đề lô-gích** (gọi tắt là **mệnh đề**) là một phát biểu hoặc đúng, hoặc sai, nhưng không thể cả hai cùng lúc. Một vài ví dụ của mệnh đề như sau:

- $2 + 3 = 5$  (Mệnh đề đúng);
- $4 < 1$  (Mệnh đề sai);
- “Hà Nội là thủ đô của Việt Nam.” (Mệnh đề đúng);
- “Thực dân Pháp nổ súng vào bán đảo Sơn Trà vào ngày 1/1/1858.” (Mệnh đề sai).

Còn những ví dụ sau không phải là mệnh đề:

- “Bạn có khỏe không?” (Câu hỏi, không phải mệnh đề);
- “Hãy học tập chăm chỉ.” (Câu cầu khiếu, không phải mệnh đề);
- “Ôi đẹp quá!” (Câu cảm thán, không phải mệnh đề);
- $x + 2 = 5$  (Biểu thức chứa biến, chưa xác định giá trị đúng/sai).

Có nhiều kiểu lô-gích khác nhau, nhưng chủ yếu đều thuộc hai loại. Loại thứ nhất là **lô-gích quy nạp** mà ở đó nếu như lập luận là tốt thì kết luận cũng

### 1.2 Mệnh đề ghép và các phép nối mệnh đề

Hãy xem xét câu sau:

”Hôm nay trời mưa *và* hội thao đã phải lùi lịch.”

Đây rõ ràng là một mệnh đề do chúng ta có thể dễ dàng xác định tính đúng sai của nó. Câu hỏi quan trọng hơn là chúng ta xác định tính chính xác của câu này như thế nào. Một cách tự nhiên, chúng ta sẽ xem xét từng phần “hôm nay trời mưa” và “hội thao đã phải lùi lịch”. Từ tính đúng sai của hai vế, tính đúng sai của mệnh đề ban đầu được xác định. Đây là một ví dụ của **mệnh đề phức hợp** (hay **mệnh đề phức**), một mệnh đề được cấu tạo từ một hoặc một số **mệnh đề thành phần** và các **phép nối mệnh đề**.

Chỉ có 5 phép nối mệnh đề với tên tương ứng như sau:

- $\neg$ : phép **đối**,
- $\wedge$ : phép **và** hoặc phép **hội**,
- $\vee$ : phép **hoặc** hoặc phép **tuyển**,
- $\Rightarrow$  : **kéo theo**,
- $\Leftrightarrow$  : phép **tương đương**.

Kết hợp với chúng là hai dấu ngoặc, ngoặc đơn đóng ) và ngoặc đơn mở (, để xác định thứ tự giải giá trị lô-gích của mệnh đề phức hợp.

### 1.2.1 Phép đối

Thông thường, để phủ định một câu khẳng định, chúng ta hay dùng từ “không” hay những từ gần nghĩa như “chưa” hay “chẳng”. Ví dụ, có thể phủ định câu “Cơm hôm nay ngon.” thành “Cơm hôm nay *không* ngon.”. Tuy nhiên, với những câu phức tạp hơn như ví dụ về hội thao ở trước đó thì việc thêm các chữ “không” như

“Hôm nay trời *không* mưa **và** hội thao đã *không* phải lùi lịch.”

là không thỏa đáng. Cách viết đúng sẽ khá dài dòng:

“*Không* phải *trường hợp* rằng hôm nay trời mưa **và** hội thao đã *phải* lùi lịch.”.

Sử dụng kí hiệu thì sẽ dễ dàng hơn, tuy nhiên hơi kì, kiểu như:

“ $\neg$  (cơm hôm nay ngon)”

hay

“ $\neg$  (hôm nay trời mưa **và** hội thao đã *phải* lùi lịch)”.

Nhìn chung, nếu  $P$  là một mệnh đề thì phủ định của nó sẽ có kí hiệu là  $\neg P$  hoặc  $\overline{P}$ . Nếu  $P$  đúng thì  $\neg P$  sai và ngược lại, nếu  $P$  sai thì  $\neg P$  đúng.

### 1.2.2 Bảng giá trị chân lí

Trước khi đi đến những phép nối phức tạp hơn, chúng ta sẽ đề cập đến khái niệm bảng giá trị chân lí. Khi sử dụng các phép toán lô-gích để tạo ra mệnh đề phức hợp thì chúng ta cần phải xem xét các trường hợp có thể của các **giá trị chân lí**, một cách nói văn hoa hơn cho cụm từ “tính đúng sai”, của từng mệnh đề thành phần. Khi mà số mệnh đề thành phần lớn lên thì số lượng trường hợp cũng tăng theo theo cấp số nhân. Để tránh việc phải viết nhiều, **bảng giá trị chân lí** đã được khai sinh<sup>1</sup>.

Chúng ta sẽ lấy ví dụ ngay trên phép nối mệnh đề chúng ta vừa được tiếp cận. Khi xây dựng bảng giá trị chân lí, tác giả sẽ viết tắt “D” và “S” lần lượt cho mệnh đề có giá trị chân lí đúng và sai.

Bảng 1.1: Bảng giá trị chân lí của mệnh đề với phép đối

$P$	$\neg P$
D	S
S	D

### 1.2.3 Phép hội

Cho hai mệnh đề  $P$  và  $Q$ . Mệnh đề phức “ $P$  và  $Q$ ” là **hội** của  $P$  và  $Q$  và có kí hiệu là  $P \wedge Q$ . Mệnh đề này chỉ đúng khi cả hai mệnh đề thành phần  $P$  và  $Q$  đều đúng, thể hiện dưới dạng bảng giá trị chân lí 1.2.

<sup>1</sup>Đây có vẻ là một khái niệm đơn giản, bởi vì lập bảng là một thao tác đã được thực hiện thường xuyên suốt lịch sử loài người, tuy nhiên, không có quá nhiều tài liệu lịch sử nói về bảng giá trị chân lí. Tài liệu sớm nhất mà tác giả tìm được cho thấy sự sử dụng của kiểu bảng này xuất phát từ thế kỷ XIX[2]. Có thể, trường hợp thứ nhất, người xưa thấy việc viết (hay nói, biết chữ là một thứ xa xỉ) các mệnh đề lô-gích phức hợp là bình thường, hoặc, trường hợp thứ hai với khả năng xảy ra cao hơn, kiến thức lịch sử của tác giả còn hạn hẹp.

Bảng 1.2: Bảng giá trị chân lí của mệnh đề với phép hội

$P$	$Q$	$P \wedge Q$
Đ	Đ	Đ
Đ	S	S
S	Đ	S
S	S	S

### 1.2.4 Phép tuyễn

Mệnh đề phfts “ $P$  hoặc  $Q$ ” là **tuyễn** của hai mệnh đề  $P$  và  $Q$  và có kí hiệu  $P \vee Q$ . Mệnh đề này đúng khi tối thiểu một trong hai mệnh đề đầu vào đúng, và chỉ sai khi cả hai mệnh đề đầu vào đều sai. Bảng 1.3 cho giá trị chân lí của mệnh đề tuyễn.

Bảng 1.3: Bảng giá trị chân lí của mệnh đề với phép tuyễn

$P$	$Q$	$P \vee Q$
Đ	Đ	Đ
Đ	S	Đ
S	Đ	Đ
S	S	S

Phép “hoặc” hơi khác với ý nghĩa thông thường. Khi người ta nói “hoặc”, người ta hay ám chỉ một trong số các trường hợp liệt kê ra là đúng. Trong lô-gíc, cả hai mệnh đề đúng vẫn làm cho mệnh đề phfts hợp đúng.

# Tài liệu tham khảo - Toán

- [1] Ravi P Agarwal, Kanishka Perera, and Sandra Pinelas. *An introduction to complex analysis*. Springer Science & Business Media, 2011.
- [2] Irving H Anellis. Peirce's truth-functional analysis and the origin of the truth table. *History and Philosophy of Logic*, 33(1):87–97, 2012.
- [3] Granino Arthur Korn and Theresa M Korn. *Mathematical handbook for scientists and engineers: definitions, theorems, and formulas for reference and review*. Courier Corporation, 2000.

## Tài liệu tham khảo - Vật lí