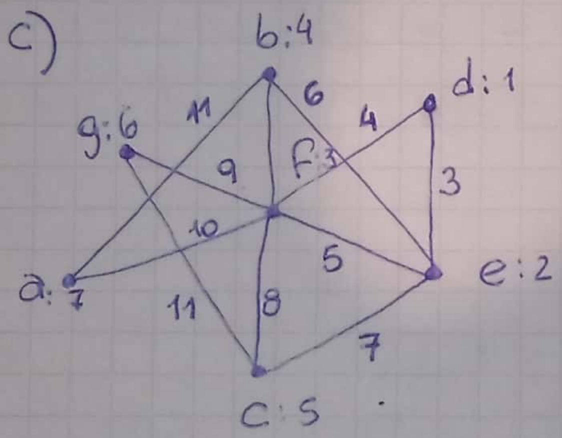
1

Tomás Pitinari
Legajo: P-5039/3

1) a) El algoritmo que se implementa en este ejercicio para buscar un árbol recubridor, es el algoritmo de búsqueda por ancho

b) • $f(d) = 1$ • $f(b) = 4$ • $f(a) = 7$
• $f(e) = 2$ • $f(c) = 5$
• $f(f) = 3$ • $f(g) = 6$

c)



Este ~~es~~ sería nuestro grafo ponderado, por lo que ahora aplicamos el ~~algor~~ algoritmo de Kruskal:

Paso 1: $E' = \emptyset$, $p(\{d,e\}) = \min(\{p(e) \mid e \in E - E'\})$ sin formar ciclos

" 2: $E' = \{\{d,e\}\}$, $p(\{d,f\}) =$ " "

" 3: $E' = \{\{d,e\},\{d,f\}\}$, $p(\{e,b\}) = \min(\{p(e) \mid e \in E - E'\})$

sin formar ciclos, ya que el mínimo es $\{e,f\}$

Paso 4: $E' = \{\{d,e\},\{d,f\},\{e,b\}\}$

$p(\{e,c\}) = \min(\{p(e) \mid e \in E - E'\})$ / no forme ciclos

Tomas Pitinari

Paso 5: $E' = \{\{d,e\},\{d,f\},\{e,b\},\{e,c\}\}$

$p(\{f,g\}) = \min(\{p(e) \mid e \in E - E'\})$,

y que no forma ciclos en E'

Paso 6: $E'\{\{d,e\},\{d,f\},\{e,b\},\{e,c\},\{F,g\}\}$

$p(\{f,a\}) = \min(\{p(e) \mid e \in E - E'\})$

Al agregar $\{f,a\}$ a E' termina el algoritmo antes de llegar al paso 7, ya que ~~la cantidad de aristas de~~ un árbol $T = (V, E')$ tiene que $|V| = |E'| + 1$

~~3) / A B C D E F G H I J K~~

Tomás
Pitinari

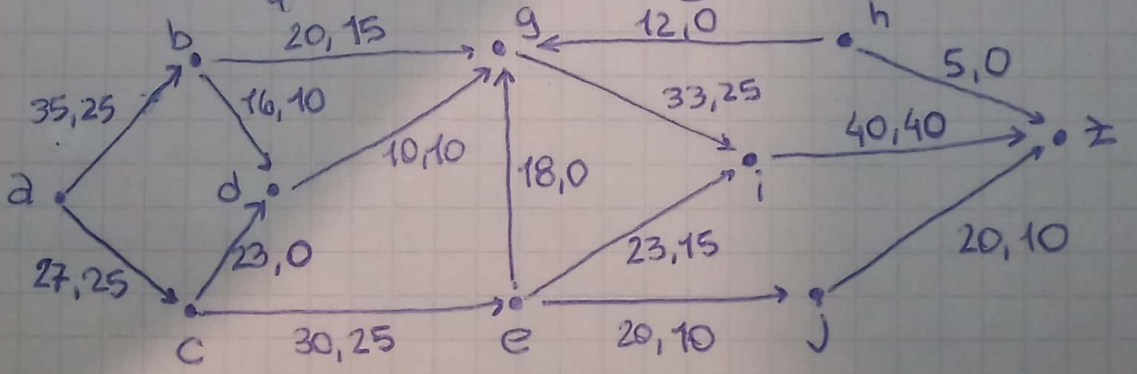
3)

A	B	C	D	E	F	G	H	i	J	K
	(A,5)	(A,5)	(A,5)	-	-	-	-	-	-	-
		(A,5)	(A,5)	(15,B)	(15,B)	-	-	-	-	-
			(A,5)	(15,B)	(15,B)	-	-	-	-	-
				(15,B)	(9,D)	(9,D)	-	-	-	-
				(15,B)		(9,D)	-	-	-	-
				(15, B)			-	(18,G)	(18,G)	-
							(18, E)	(18,G)	(18,G)	-
								(18,G)	(18,G)	(20,E)
									(18,G)	(20,E)
										(20,E)

Si leemos el paso a paso del algoritmo, obtenemos que el camino menos pesado de a-k, es:

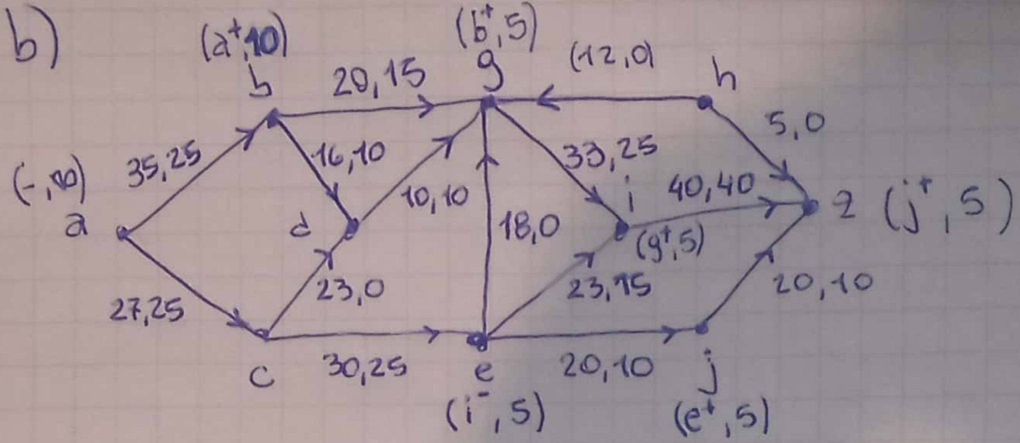
(A, B) → (B, E) → (E, H) → (H, K)

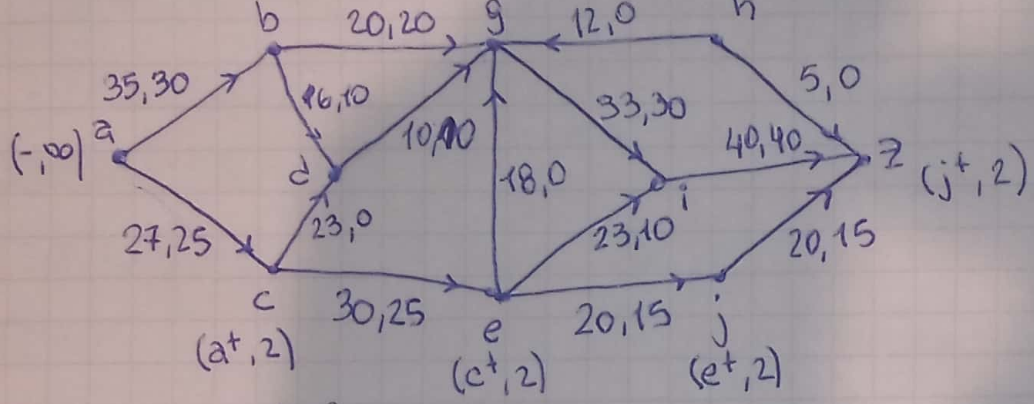
5) a) Como el flujo se debe conservar a lo largo de la red, esta quedará de la siguiente forma:

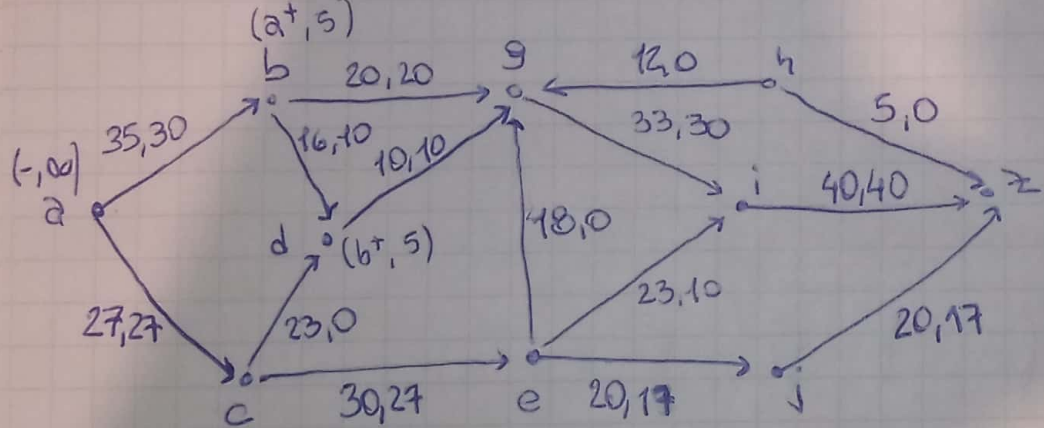


b)

Tomás
Pitinari







Termina el algoritmo con un ~~...~~ flujo f actual de 30 + 27 = 57.

El algoritmo termina, ya que al llegar a d en la ultima iteración, no puede ir a ninguna arista que salga, ya que estan saturada, y tampoco puede irse por una arista entrante, ya que tiene flujo 0.

Tomás Pitinari

c) Calculado el grafo anterior, tenemos el corte

$c(\{a, b, d\}, \{c, e, g, h, i, j, z\})$, que es mínimo,

ya que el flujo de sus aristas salientes es:

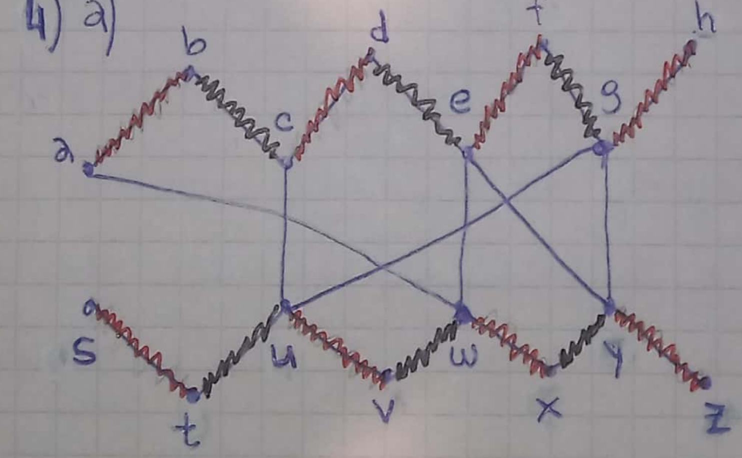
$$f((a,c)) + f((b,g)) + f((d,g)) = 27 + 20 + 10 = 57$$

menos el flujo entrante

$$f((c,d)) = 0$$

Por lo tanto es un ~~corte~~ corte de flujo 57, y como en el apartado anterior encontramos un flujo de 57, sabemos que es un corte mínimo.

4) a)



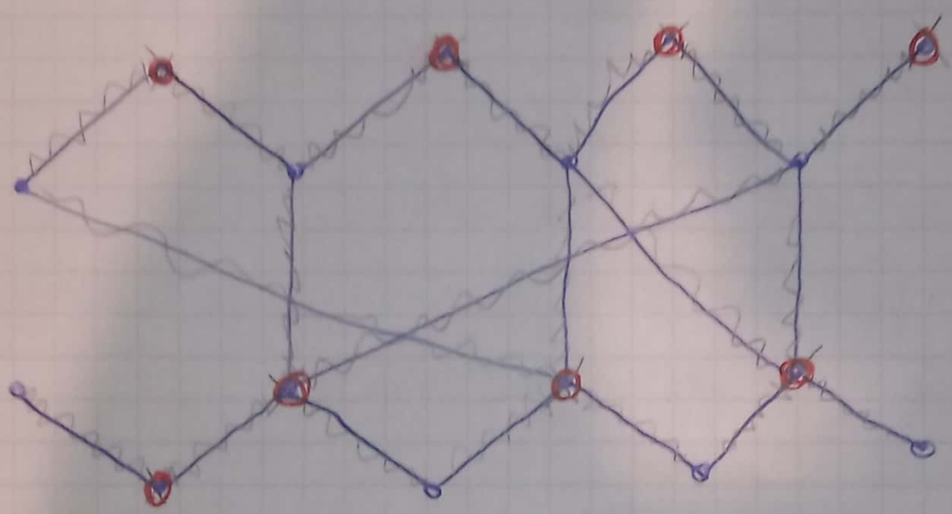
Dado M el matching de todas las aristas pintadas de ■, tal que $|M| = 8$ y es maximo, ya que satura todos los vertices. Luego M' el matching de todas las aristas pintadas de ■, tal que $|M'| = 6 = |M| - 2$ y es maximal, ya que no se puede agregar ninguna arista que no tenga como a uno de sus dos vertices insidentes, un vertice no saturado.

Tomás Pitinari

b) Si existe un camino M'- aumentante, y uno de ellos es:

$\{a,b\} - \{b,c\} - \{c,d\} - \{d,e\} - \{e,f\} - \{g,h\}$

c)



El cubrimiento, de aristas por vertices, dado arriba por los vertices pintados de rojo es mínimo ya que tiene la misma cantidad de vertices, que la cantidad de aristas del matching M del apartado "a".

2) Sea $G=(V,E)$ y $C \subseteq E$:

$\forall T$ (arbol recubridor), $E(T) \cap C \neq \emptyset \Longrightarrow \exists X \subseteq C$ / X es un conjunto de corte para G

Tomás Pitinari

~~Todo árbol recubridor tiene un único camino desde un vertice a otro, lo que nos dice la hipótesis es que para todo árbol recubridor existe un par de vertices, tal que su camino comparte aristas en C.~~

Entonces vamos a asumir que si se cumple la hipotesis, entonces C no contiene un conjunto de corte y vamos a llegar a un absurdo.

Si $\nexists\, X \subseteq C \,/\, X$ sea un conjunto de corte.

Entonces Para el $G' = G - X$ sigue siendo conexo, por lo que existe un camino para todo par de vertices.

Por lo tanto existe algún árbol recubridor de G', llamemoslo T, tal que $T \subseteq G' \subseteq G$. Pero por hipotesis dijimos que $E(T) \cap C \neq \emptyset$, pero T se produjo de generar un árbol recubridor de G', que ya se le resto $X \subseteq C$. Por lo que llegamos a un absudo.

$\therefore\ \exists\, X \subseteq C \,/\, X$ sea un conjunto de corte.