Tomás Pitinari

1) a) $(2,6)$, $(7,14)$ y $(9,81) \in R$

b) Es reflexiva:

$$\forall\, x \in N \rightarrow \frac{x}{x} = 1 \ \wedge\ 1 \in N \ \therefore\ (x,x) \in R$$

Es antisimétrica:

$$\forall\,(a,b) \in R \rightarrow \frac{b}{a} \in N \rightarrow \frac{b}{a} \geqslant 1 \rightarrow 1 \geqslant \frac{a}{b}$$

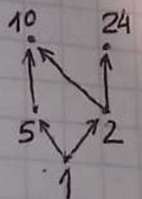
$$\Longrightarrow \forall\, a \neq b \ \ \frac{a}{b} < 1 \rightarrow \frac{a}{b} \notin N \ \therefore\ (b,a) \notin R$$

Es transitiva:

$$(a,b),(b,c) \in R \Longrightarrow \frac{b}{a} = x \in N \ \wedge\ \frac{c}{b} = y \in N$$

$$\Longrightarrow \frac{c}{b} = \frac{c}{a.x} = y \in N \ \therefore\ (a,c) \in R$$

Queda demostrado que R es una relación de orden

c) 

d) Podemos ver que ~~para~~ $\forall\, x \in X\ \exists\,(1,x) \in R \ \therefore\ 1$ es mínimo.
Por otro lado nuestro elemento más grande del conjunto (24) no es un máximo, ya que $(5,24)$ y $(10,24) \notin R$.

2) a) $f(0) = (0-1,\ 0^2) = (-1,0)$ $\quad f(-1) = (-1-1,\ (-1)^2) = (-2,1)$

$f(\{2^n : n \in N\}) = \{(2^n-1,\ 2^{2n}) : n \in N\}$

$f^{-1}(\{(6,49),(8,49),(-1,0)\}) = \{7,0\}$

b) f no es ~~[illegible]~~ sobreyectiva, ya que existen elementos en $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ que no tienen preimagen en $\mathbb{Z}$, como vimos en el ejercicio anterior con $(8,49)$.

Éxito

f es inyectiva si $\forall\, x \neq y \in \mathbb{Z} \rightarrow f(x) \neq f(y)$

$\Longrightarrow (x-1, x^2) \neq (y-1, y^2)$

$\Longrightarrow x-1 \neq y-1$

$\Longrightarrow x \neq y \quad \therefore f$ es inyectiva