

③ El máximo es un elemento único, ya que si a y a' son elementos máximos, entonces

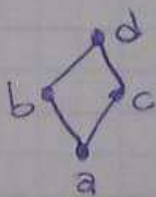
Dado a como máximo $\forall x$ perteneciente al conjunto $x \leq a$, entonces $a' \leq a$.

Por otro lado, dado a' como máximo $\forall x$ perteneciente al conjunto $x \leq a'$, entonces $a \leq a'$.

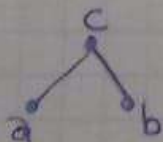
Por la antisimetría de los conjuntos ordenados tenemos que $a = a'$, por lo tanto el elemento máximo es único. VERDADERO

② Es FALSO, ya que un conjunto ^{ordenado} puede no tener un máximo, por ejemplo la relación de orden $(\mathbb{N}, \mathbb{R}) / (x, y) \in R \Leftrightarrow x \leq y$

⑤ Es FALSO, doy un ejemplo con un diagrama de Hasse, donde a es un mínimo y d un máximo, pero no es orden total, ya que b y c no se relacionan.



⑦ Es FALSO, si tomamos la relación de orden dada por un diagrama de Hasse, determinada por el conjunto $A = \{a, b, c\}$



Entonces al tomar $B = \{a, b\} \subseteq A$, podemos ver que no posee ningún ínfimo, ya que sus dos cotas inferiores son los

mismos a y b y no están relacionados.

④ Es FALSO ya que un conjunto puede ser de orden total y no tener máximo, por ejemplo, una relación de orden (\mathbb{N}, R) / $(x, y) \in R \Leftrightarrow x \leq y$ no tiene ningún máximo y es un orden total ya que para dos elementos cualquiera $x, y \in \mathbb{N}$ se cumplirá una única condición $x < y$ o $y < x$ o $x = y$

① Es Falso, un contraejemplo sería la (A, R) / $A = \{(\mathbb{Z} - \mathbb{N}) + \{0, 0,5\}\}$ / $x, y \in R \Leftrightarrow y - x \geq 1$. Entonces no tendría minimales y tendría dos maximales (0 y 0,5)