Alumno: Tomás Pitinari Legajo: P-5039/3

$$P(1,-2) \underbrace{\Longrightarrow}_{\text{por ser sim. al eje x}} P'(1,2) \underbrace{\Longrightarrow}_{\text{por ser punto medio}} P''(1,0)$$

para definir la ecuación de la recta r, sabemos que es perpendicular al eje y y que pasa por P, con eso basta para saber que $y=-2$ para cualquier $x \Longrightarrow y+2=0$ es la ecuación. Sabiendo esto y que r' es perpendicular a r (perpendicular al eje x) y pasa por P'', entonces $x=1$ para cualquier $y \Longrightarrow x-1=0$

a) $l = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \underbrace{(x+y)^2+(x-y)^2 = 2(4y-2x-1)}\} \cap r'$

$$x^2+2xy+y^2+x^2-2xy+y^2 = 8y-4x-2$$

$$2x^2+2y^2+4x-8y+2=0$$

$$\begin{cases} 2x^2+2y^2+4x-8y+2=0 \Longrightarrow 2+2y^2+4-8y+2=0 \\ \boxed{x=1} \end{cases}$$

$$2y^2-8y+8=0$$

$$y = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2-4.2.8}}{2.2} = \frac{8 \pm \sqrt{0}}{4} = 2$$

$$\Longrightarrow l \cap r' = (1,2) = P' \qquad \boxed{y=2}$$

b) $\{l_\lambda = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x = 1+\lambda\cos\theta,\ y=-2+2\lambda\,\text{sen}\,\theta,\ \theta\in[0,2\pi]\}\}_{\lambda>0}$

podemos ver que se asemeja a la formula parametrica de una elipse, con centro $C(1,-2)$, y un $a=2\lambda$ y $b=\lambda$, sabemos que $a=2\lambda$ ya que tiene que ser mayor que b, y por la forma de la ecuacion parametrica sabemos que tiene el eje focal paralelo al eje y.

$$c^2 = a^2 - b^2$$
$$c^2 = 4\lambda^2 - \lambda^2$$
$$c^2 = 3\lambda^2$$
$$c = \sqrt{3}\,\lambda^2$$

c) $K = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : (x+y)^2 + (x-y)^2 = 2(4y-2x-1)\}\cap r$

$$(x+y)^2 + (x-y)^2 = 2(4y-2x-1)$$
$$x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2 = 8y - 4x - 2$$
$$2x^2 + 4x + 2y^2 - 8y + 2 = 0$$

$$\begin{cases} 2x^2+4x+2y^2-8y+2=0 \\ \boxed{y=-2} \end{cases} \Longrightarrow 2x^2+4x+8+16+2=0$$

$$2x^2+4x+26=0$$

$$\frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4.2.26}}{2.2} \Rightarrow \Delta = -192$$

$\therefore$ no hay solucion real

d) Por definición de parabola, sabemos que son todos los puntos que equidistan de un foco y ~~de~~ una recta, asi que planteamos nuestro lugar geométrico es una parabola. sabemos que r es paralela al eje x en $y=-2$ y $P'=(1,2)$, por lo que esta por "arriba" de la recta.

$$p = d(r, P') = \frac{|0.1 + 1.2 + 2|}{\sqrt{0^2 + 1^2}} = \frac{|4|}{1} = 4$$

calculando el vértice $V(x_0, y_0)$, sabemos que $x_0 = 1$ que el la misma coordenada del foco, ya que la parabola es paralela al eje x. Tambien sabemos que $y_0 = 2 - \frac{4}{2} = 0$ ya que es la coordenada y del foco menos $\frac{P}{2}$. Tenemos que $V=(1,0)$.

Podemos definir la ecuación de la parabola:

$$(x - x_0)^2 = 2p(y - y_0) \Longrightarrow (x-1)^2 = 8 \cdot y$$

~~e) Hiperbola de centro P(1,-2), con eje focal paralelo al eje x y las asintotas~~ $\cancel{y = \pm\sqrt{2}(x-1) - 2 \Rightarrow \pm\frac{b}{a} = \pm\sqrt{2}}$

f) Sabemos que r es paralela al eje x, ~~es~~ y P'' esta por "arriba" de la recta r, por lo tanto queda calcular nuestro p, sabemos

$$\frac{P}{2} = d(P'', r) = \frac{|0.1 + 1.0 + 2|}{\sqrt{0^2 + 1^2}} = 2 \Rightarrow p = 4$$

la ecuación de la parabola es:

$$(x - x_0)^2 = 2p(y - y_0) \Longrightarrow (x-1)^2 = 8y$$

Como ~~de~~ nos quedan e y g ~~y~~ son hiperbolas, y no tienen ninguna identidad a simple vista, desarrollamos VII a ver que nos da

vii) $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 5(\sqrt{2}x+y)(\sqrt{2}x-y)-20(x+y)=10\}$

$$\cancel{(5\sqrt{2}x+25)(\sqrt{2}x-y)-20(x+y)=10}$$

$$\cancel{10x^2-5\sqrt{2}xy+25\sqrt{2}x-25y\;-20x-20y}$$

$$\cancel{10x^2}$$

$$(5\sqrt{2}x+5y)\cdot(\sqrt{2}x-y)-20x-20y=10$$

$$10x^2-\cancel{5\sqrt{2}xy}+\cancel{5\sqrt{2}yx}-5y^2-20x-20y=10$$

$$(10x^2-20x+10)-10-(5y^2+20y)=10$$

$$10(x^2-2x+1)-10-5(y^2+4y)=10$$

$$10(x-1)^2-\cancel{10}-5(y+2)^2+\cancel{10}=10$$

———— o ————

El a) no se une con nada, ya que la intersección es el punto P', no P.

El punto b) se une con iv) ya que son identicas.

El punto c) se une con i) ya que el c) no tenía solución

El punto d) se une con iii) ya que ambas son parabolas identicas

Al igual que antes f) se une con iii) ya que son identicas