Tomás Pitinari

Sea $g: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R} \;/\; g(x,y) = [x] + [y]$

① $[x], [y] \in \mathbb{Z}$ por def., la suma en los enteros es conmutativa $\therefore [x]+[y] = [y]+[x]$

a) Sean $x, y \in \mathbb{R}$, tenemos:

$$g(x,y) \overset{\text{Por def. de } g}{=} [x]+[y] \overset{①}{=} [y]+[x] \overset{\text{Por def. de } g}{=} g(y,x)$$

b) Si tomamos g para cualquiera sean dos valores de los reales va a devolver un número entero, debido a que la suma en los numeros enteros es una operacion cerrada , y como los enteros pertenecen a los reales, g es cerrada

Sean $x, y, z \in \mathbb{R}$

$$g(x, g(y,z)) = g(x, [y]+[z]) = [x] + ([y]+[z]) \overset{②}{=} ([x]+[y]) + [z] =$$

$$g([x]+[y], z) = g(g(x,y), z)$$

② Asociatividad de la suma en los enteros

c) Si tenemos un elemento neutro x, se deberia cumplir que dado un y cualquiera perteneciente a los reales, se tiene que $g(x,y) = g(y,x) = y$, pero facilmente podemos ver que no puede existir un elemento neutro, ya que si tomamos $y \in \{\mathbb{R} - \mathbb{Z}\}$, obtenemos $[y] \neq y$, entonces dado $y \in \{\mathbb{R} - \mathbb{Z}\}$