Tomás Pitinari Legajo: P-5039/3 grupo: T1004 Com1 Carrera: LCC

1) Es escalón, ya que el primer elemento no nulo de las filas no nulas debería ser 1 y en $A_{33} = 2$, por lo que no se cumple que sea ERF.

2) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Longrightarrow 0 - y + z = 0$

$z = y \qquad sol = \{0, c, c : c \in F\}$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \Longrightarrow \begin{cases} y + \frac{1}{2}z = 0 \\ -x + y = 0 \end{cases} \quad y = x \quad y = -\frac{1}{2}z$

$sol = \{-\frac{1}{2}z, -\frac{1}{2}z, z : z \in F\}$

Como tiene soluciones distintas nuestros sistemas no son equivalentes

3) Primero vamos a plantearlo como:

$$\begin{cases} 2x = 0 \\ -2x + 2y - z = 0 \\ -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = 0 \\ 0x + 0y + 0z = \delta \end{cases} \Longrightarrow$$

Para que sea compatible δ tiene que ser igual a 0

Luego vamos a resolver el sistema por matrices

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & -1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_2' \to f_2 + f_1} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_3' \to f_3 + \frac{1}{4} f_1} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_3' \to f_3 - \frac{1}{4} f_2} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_2' \to f_2 + \frac{4}{3} f_3}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[f_3' \to \frac{4}{3} f_3]{\substack{f_1' \to \frac{1}{2} f_1 \\ f_2' \to \frac{1}{2} f_2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Longrightarrow \text{sol}\{0,0,0\}$$

El sist. de ecuaciones es compatible determinado

4) Primero llevaremos la ecuación a una ERF

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & \alpha \\ 0 & 1 & -1 & \beta \\ 0 & 0 & 2 & \gamma \end{array}\right) \xrightarrow{f_2' \to f_2 + \frac{1}{2} f_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & \alpha \\ 0 & 1 & 0 & \beta + \frac{1}{2}\gamma \\ 0 & 0 & 2 & \gamma \end{array}\right) \xrightarrow{f_1' \to f_1 - \frac{1}{2} f_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \alpha - \frac{1}{2}\gamma \\ 0 & 1 & 0 & \beta + \frac{1}{2}\gamma \\ 0 & 0 & 2 & \gamma \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{f_3' \to \frac{1}{2} f_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \alpha - \frac{1}{2}\gamma \\ 0 & 1 & 0 & \beta + \frac{1}{2}\gamma \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2}\gamma \end{pmatrix}$$

Por lo que llegamos que cada x_i tiene una solución perteneciente a $\mathbb{F}$, por lo tanto no puede ser incompatible.

5) Dada la matriz podemos plantear el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 0 = 1 \\ y = -1 \\ 0 = 2 \end{cases}$$

Como vemos el sistema plantea que $0=1$ y $0=2$, lo que es absurdo, por lo tanto el sistema es incompatible y claramente no tiene solución.

6) Dadas A y G, calculamos facilmente el determinante de ambos, ya que son triangulares superiores:

$\det(A) = 1 \cdot 1 \cdot 2 = 2 \qquad \det(G) = (-1)\cdot(-1)\cdot 2 = 2$

Sabiendo esto, utilizamos la definición 9.1 y vemos que las matrices A y G son no-singulares ya que su determinante es distinto a 0. Luego la definición nos dice que la unica solución de un sistema homogeneo con nuestra matriz es la trivial, por lo que los sistemas $AX = 0$ y $GX = 0$ son equivalentes.

7) Para resolver el ejercicio buscaré la solución para H y con eso evaluo si es equivalente con el sist.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 3 & 3 \\ 5 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_2' \to f_2 - \frac{3}{2}f_1} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & \frac{7}{2} & 3 & 0 \\ 5 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_3' \to f_3 - \frac{5}{2}f_1} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & \frac{7}{2} & 3 & 0 \\ 0 & \frac{11}{2} & 2 & 0 \\ 4 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_4' \to f_4 - 2f_1}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & \frac{7}{2} & 3 & 0 \\ 0 & \frac{11}{2} & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_3' \to f_3 - \frac{11}{7}f_2} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & \frac{7}{2} & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{19}{7} & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{cases} 2x_1 - x_2 = 2 \\ \frac{7}{2}x_2 + 3x_3 = 0 \\ -\frac{19}{7}x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

$-\frac{19}{7}x_3 = 0 \Longrightarrow \boxed{x_3 = 0}$

$\frac{7}{2}x_2 + 3x_3 = 0 \Longrightarrow \frac{7}{2}x_2 + 0 = 0 \Longrightarrow \boxed{x_2 = 0}$

$2x_1 - x_2 = 2 \Longrightarrow 2x_1 = 2 \Longrightarrow \boxed{x_1 = 1}$

Ahora reemplazamos las x que conseguimos de H y vemos si es solución del sistema.

$$\begin{cases} 2x + 3y + 5z = 4 \\ -x + 2y + 3z = 0 \\ 3y + 2z = -1 \\ 2x + 3y + 5z = 4 \end{cases} \xRightarrow{\text{Reemplazando}} \begin{cases} 2.1 + 0 + 0 = 4 \\ -1 + 0 + 0 = 0 \\ 0 + 0 = -1 \\ 2.1 + 0 + 0 = 4 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2 = 4 \\ -1 = 0 \\ 0 = -1 \\ 2 = 4 \end{cases}$$

Al ser absurda la solución, vemos que la solución de H no es solución del sist. de ecuaciones, por lo que no son equivalentes y no se puede llegar de una matriz a otra aplicando OEF.