Tomás
Pitinari
Hoja 1

1) Para definir TR, primero definimos la funcion igualdad perteneciente a FRP, definida como: ~~E(x)~~

$$E(x,y) = \Phi(D_{0,1}^{(1)}(\Phi(\Sigma^{(2)}, \hat{d}^{(2)}(p_1^{(2)}, p_2^{(2)}), \hat{d}^{(2)}(p_2^{(2)}, p_1^{(2)})))(x,y)$$

que devuelve 1 si x e y son iguales y 0 en caso contrario.

~~Luego de defino la función Signo (Sgn) perteneciente a FRP, como:~~

$$\cancel{Sgn(x) = \Phi(D_0^{(1)}, D_0^{(1)})}$$

~~que devuelve 1 si $x \neq 0$ y 0 si $x = 0$~~

Para nuestra funcion TR tenemos que reconocer 3 casos, cuando $\{a,b\}$ son catetos, cuando $\{b,c\}$ son catetos o cuando $\{a,c\}$ son catetos, por lo tanto vamos a sumar las igualdades de la suma de los cuadrados de los catetos con la hip.

$$TR(a,b,c) = E(a^2+b^2, c^2) + E(b^2+c^2, a^2) + E(a^2+c^2, b^2)$$

$$TR(a,b,c) = \Phi(\Sigma^{(2)}, E(\Phi(\Sigma^{(2)}, \Phi(\Pi^{(2)}, p_1^{(3)}, p_1^{(3)}), \Phi(\Pi^{(2)}, p_2^{(3)}, p_2^{(3)})), \Phi(\Pi^{(2)}, p_3^{(3)}, p_3^{(3)})),$$
$$\Phi(\Sigma^{(2)}, E(\Phi(\Sigma^{(2)}, \Phi(\Pi^{(2)}, p_2^{(3)}, p_2^{(3)}), \Phi(\Pi^{(2)}, p_3^{(3)}, p_3^{(3)})), \Phi(\Pi^{(2)}, p_1^{(3)}, p_1^{(3)})),$$
$$E(\Phi(\Sigma^{(2)}, \Phi(\Pi^{(2)}, p_1^{(3)}, p_1^{(3)}), \Phi(\Pi^{(2)}, p_3^{(3)}, p_3^{(3)})), \Phi(\Pi^{(2)}, p_2^{(3)}, p_2^{(3)})))))(a,b,c)$$

Tambien podemos ver que TR pertenece a las FRP, por ser una composición de otras FRP. Facilmente se puede decir lo mismo de E.

2) Primero vamos a definir $mod2 : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ como una FRP usando el operador de recursion, $mod2(x) = R(g^{(0)}, h^{(2)})$

$$mod2(0) = 0 = C^{(0)} = g^{(0)}$$

$$mod2(x) = h^{(2)}(x-1, mod2(x-1)) = D_0(mod2(x-1))$$

$$\Rightarrow h^{(2)}(x) = \Phi(D_0, p_1^{(2)})(x)$$

Luego sabemos que existe una FRP asociada a A, tal que

$$\forall x \in \mathbb{N}_0 \Rightarrow \mathcal{X}_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases}$$

Para decir que R es una relación recursiva primitiva, debemos definir una FRP que haga que R sea un CRP, entonces definimos

$$\forall x, y \in \mathbb{N}_0 \Rightarrow \mathcal{X}_R(x, y) \begin{cases} 1 & \text{si } (x,y) \in R \\ 0 & \text{si } (x,y) \notin R \end{cases}$$

Como queremos que 3 condiciones se cumplan al mismo tiempo vemos a multiplicar sus identificadores:

$$\mathcal{X}_R(x, y) = \Phi(\Pi^{(2)}, \Phi(D_0, \Phi(mod2, \Phi(\Sigma^{(2)}, p_1^{(2)}, p_2^{(2)}))), \Phi(\Pi^{(2)},$$

$$\Phi(\mathcal{X}_A, p_1^{(2)}), \Phi(\mathcal{X}_A, p_2^{(2)})))(x, y)$$

Como sabemos que $\mathcal{X}_R$ es FRP, por ser una composición de otras FRP, que hace a R un CRP, entonces R es una relación recursiva primitiva.

Éxito

Tomás Pitinari Hoja 2

3) ~~Primero definimos nuestra FR~~ ~~{log10(x)} como FR,~~ ~~usando en el operador de minimización~~

Primero definimos la función exp(y,x) perteneciente a FRP definida como:

$$\exp(y,x) = R(g^{(1)}, h^{(3)}) \Longrightarrow$$

$$\exp(0,x) = x^0 = 1 = g^{(1)}$$

$$g(x) = \Phi(s^{(1)}, \Phi(c^{(1)}, p_1^{(1)}))$$

$$\exp(y,x) = x^y = x \cdot x^{y-1} = \Phi(\pi^{(2)}, p_2^{(3)}, \exp(y-1,x))$$

$$h^{(3)}(y-1, x, \exp(y-1,x)) = \Phi(\pi^{(2)}, p_2^{(3)}, p_3^{(3)})(y-1, x, \exp(y-1,x))$$

Ahora definimos log10(x) como una FR usando el operador de minimización $\log 10(x) = M[h(t,x)]$

$$h(t,x) = D_0(E(\exp(t,10), x)) = \Phi(D_0^{(1)}, \overset{⊛_2}{\Phi}(E^{(2)}, \Phi(\exp^{(2)}, p_1^{(2)}, \overset{⊛_1}{g_{10}^{(2)}}), p_2^{(2)}))$$

$⊛_1$ auxiliarmente defino: $g_{10}(x,y) = \underbrace{s^{(1)}(s^{(1)}(\cdots(s^{(1)}}_{10 \text{ veces}}(c^{(2)}_{(x,y)})\cdots))$

$\forall x,y \in \mathbb{N}_0 \; g_{10}(x,y) = 10$

Finalmente, definimos $f(x,y) = x^2 . \log_{10}(y)$, como una composición de FR, $⊛_3$ y por definición de las FR, entonces f es FR:

$$f(x,y) = \Phi(\pi^{(2)}, \Phi(\pi^{(2)}, p_1^{(2)}, p_1^{(2)}), \Phi(\log 10^{(1)}, p_2^{(2)}))$$

$\circledast_2$ Utilizamos la función de igualdad, definida en el ejercicio 1.

$\circledast_3$ Sabemos que $\log 10(x)$ es una FR por ser la minimización de una función FR.