Tomás Pitinari

1) $\overline{C} \subseteq A \cup B \iff \overline{B} \subseteq A \cup C$

Si llego desde una de las expresiones a la otra, queda demostrado.

$\overline{C} \subseteq A \cup B$	Teorema 3.4 $A \subseteq B \to \overline{B} \subseteq \overline{A}$ a
$\overline{A \cup B} \subseteq \overline{\overline{C}}$	Ley de De Morgan y doble comp.
$\overline{A} \cap \overline{B} \subseteq C$	1
$A \cup (\overline{A} \cap \overline{B}) \subseteq A \cup C$	Distributiva
$(A \cup \overline{A}) \cap (A \cup \overline{B}) \subseteq A \cup C$	Propiedad del Inverso
$\mathcal{U} \cap (A \cup \overline{B}) \subseteq A \cup C$	Propiedades del neutro
$A \cup \overline{B} \subseteq A \cup C$	$A \subseteq A \cup B$
$\overline{B} \subseteq A \cup C$	

Llegamos al otro lado, por lo que queda demostrada la ida (que se puede llegar de $\overline{C} \subseteq A \cup B$ a $\overline{B} \subseteq A \cup C$), ahora hay que hacer lo mismo pero al reves

$\overline{B} \subseteq A \cup C$	Teorema 3.4 $A \subseteq B \to \overline{B} \subseteq \overline{A}$
$\overline{A \cup C} \subseteq \overline{\overline{B}}$	Ley de De Morgan y doble comp.
$\overline{A} \cap \overline{C} \subseteq B$	1
$A \cup (\overline{A} \cap \overline{C}) \subseteq A \cup B$	Distributiva
$(A \cup \overline{A}) \cap (A \cup \overline{C}) \subseteq A \cup B$	Propiedad del Inverso
$\mathcal{U} \cap (A \cup \overline{C}) \subseteq A \cup B$	Propiedad del neutro
$A \cup \overline{C} \subseteq A \cup B$	$A \subseteq A \cup B$
$\overline{C} \subseteq A \cup B$	

1 $A, B, C \subseteq \mathcal{U}$ Si $A \subseteq B \to A \cup C \subseteq B \cup C$

Si $x \in A \to x \in B \therefore x \in A \vee x \in C \to x \in B \vee x \in C$

2) a) $\mathcal{R}$ es de equivalencia, ya que es:

- Reflexiva: $(x,x) \in R \Rightarrow x^2+x = x^2+x$
- Simetrica: $(x,y) \in R \Leftrightarrow x^2+x = y^2+y \Rightarrow (y,x) \in R$ ya que $y^2+y = x^2+x$
- Transitiva: $(x,y) \in R \Leftrightarrow x^2+x = y^2+y \wedge (y,z) \in R \Leftrightarrow y^2+y = z^2+z$

$$\Rightarrow x^2+x = z^2+z \therefore (x,z) \in R$$

b) $R(0) = \{-1, 0\}$ $\quad$ $R(-1) = \{-1, 0\}$ $\quad$ $R(-3) = \{-3, 2\}$ $\quad$ ⊙: Aplicar resolvente sobre y.

$0^2+0 = 0 = y^2+y$ ⊙ $\quad$ $(-1)^2+(-1) = 0 = y^2+y$ ⊙ $\quad$ $(-3)^2+(-3) = 6 = y^2+y$ ⊙

c) Debo buscar un α tal que $[\alpha]$ posea un único elemento, por lo que al buscar las soluciones con una resolvente, el discriminante debe ser 0

$$\alpha^2 + \alpha = -x \ / \text{ el discriminante sea } 0$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4.1.x}}{2.1} \Longrightarrow 1 - 4.x = 0$$

$$1 = 4x$$

$$\frac{1}{4} = x$$

$$\alpha^2 + \alpha = -\frac{1}{4} \Longrightarrow \alpha = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4.\frac{1}{4}}}{2}$$

$$\alpha = \frac{-1 \pm 0}{2} = -\frac{1}{2} \wedge \left[-\frac{1}{2}\right] = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

3) a) Dadas $f: A \to B$ y $g: B \to C$, sabemos por suryectividad que dado un $c \in C$, $\exists\, g(b) = c \ / \ b \in B$. Luego por la misma suryectividad de f, sabemos que dado $a \in A$, $\exists\, f(a) = b$.

$\therefore g(f(a)) = g(b) = c$

b) Voy a refutar con un contra ejemplo: $f(x) = x^2$, $g(x) = x$ y $h(x) = |x|$

$$g(f(x)) = x^2 \quad \wedge \quad h(f(x)) = |x^2|$$

Como el $\text{Codom}(f) = \mathbb{R}^+_0 \Rightarrow g(f(x)) = h(f(x)) \wedge g \neq h$

Éxito

Tomás Pitinari

4) a) $f(a,b) = a + b + 11$ Prop. conmutativa

$= b + a + 11 = f(b,a)$

b) $f(a, f(b,c)) = a + (b + c + 11) + 11$ Prop asoc. y conmutativa

$= (a + b + 11) + c + 11 = f(f(a,b), c)$

c) $f(a, a_0) = \cancel{a} + a_0 + 11 = \cancel{a}$

$a_0 + 11 = 0$

$a_0 = -11$

El elemento neutro de f es -11

5) $\sum_{i=1}^{n} (3i+5) = \frac{n(3n+13)}{2}$

caso base, $n=1$:

$3.1 + 5 = \frac{1(3.1+13)}{2} = 8$

caso n:

$8 + \ldots + (3n+5) = \frac{n(3n+13)}{2}$ HI

caso $n+1$:

$\underbrace{8 + \ldots + (3n+5)}_{HI} + (3(n+1)+5) = \frac{(n+1).(3(n+1)+13)}{2}$ Prop. dist.

Prop. dist
elem. neutro
del producto

$\frac{n(3n+13)}{2} + (3n+8) = \frac{3n^2+16n+3n+16}{2}$

$\frac{3n^2+13n}{2} + \frac{6n+16}{2} = \frac{3n^2+19n+16}{2}$

$\frac{3n^2+19n+16}{2} = \frac{3n^2+19n+16}{2}$

Con esto se verifica la validez de la expresión.