Examen Final - 19/02/2020 - Primer etapa común a todos los estudiantes

Apellido y nombre:	Comisión: Fekete - Reyero - Torres
Legajo: DNI:	Condición: Regular - Libre Carrera:

✏ Hora de entrega: **9h30**.

❶ Considerar la función g dada por

$$g(x) = \begin{cases} \sin(x), & 0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{4}, \\ mx + h, & \frac{\pi}{4} < x \leqq \pi. \end{cases}$$

(a). Elegir las constantes m y h de manera tal que g resulte derivable en $(0, \pi)$. Luego, esbozar la gráfica de la función g.

(b). Analizar la existencia de función inversa $l = g^{-1}$. Si existe, indicar su dominio.

(c). Calcular, si es posible, $l'\left(\frac{1}{2}\right)$, $l'(-1)$, $l'\left(\frac{3}{2}\right)$.

(d). Graficar la función t dada por $t(x) = g(|x|)$. Indicar el dominio de la función t y analizar su paridad.

❷ Dada la sucesión $a_1 = \sqrt{6}$, $a_{n+1} = \sqrt{6 + a_n}$ para $n \geq 1$,

(a). Probar que $0 \leq a_n \leq 3, \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

(b). Demostrar que es convergente y calcular su límite.

❸ El volumen de un cubo está cambiando a razón de $75\ \mathrm{cm}^3/\mathrm{min}$.

(a). Hallar la razón de cambio de su lado cuando el mismo mide $5\ \mathrm{cm}$.

(b). Hallar la razón de cambio del área de superficie cuando ésta es de $24\ \mathrm{cm}^2$.

Examen Final - Segunda etapa para estudiantes en condición regular

Apellido y nombre:		Comisión: Fekete - Reyero - Torres
Legajo:	DNI:	Carrera:

✏ Hora de entrega: **11h15**.

❹ Considerar la función f dada por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x-2x^2}{2-x} & \text{cuando} \quad 12+3x<6, \\ \dfrac{x}{x-2} & \text{cuando} \quad 6+2x>10. \end{cases}$$

(a). Encontrar el dominio de la misma.
(b). Estudiar su paridad.
(c). Analizar la existencia de asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas) a la gráfica de la función. Justificar adecuadamente.
(d). Calcular, si es posible, $\lim_{x\to 2^+} f(x)$ y $\lim_{x\to -3^-} f(x)$.
(e). Mostrar los elementos del conjunto $C = \{x \in \text{Dom}f : f'(x) > 0\}$.
(f). Mostrar los elementos del conjunto $D = \{x \in \text{Dom}f : f(x) = 0\}$.
(g). Responder los cuatro primeros ítems para la función $g(x) = f(x-2)$, **sin** encontrar la ley de g.

❺ Analizar la veracidad de los siguientes enunciados justificando adecuadamente.

(a). $\sup\{x \in \mathbb{R} / |x-2| < |x+4|\} = -1$.
(b). $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x^2-x} - \sqrt{x^2+2} = -\dfrac{1}{2}$.
(c). Sean $g(x) = |x|$, $f(x) = x^2+7x+12$ y $h(x) = (g \circ f)(x)$ definidas para todo $x \in \mathbb{R}$. Entonces h es derivable en $x \in \mathbb{R}$.

Examen Final - Segunda etapa para estudiantes en condición libre

Apellido y nombre:		Comisión: Fekete - Reyero - Torres
Legajo:	DNI:	Carrera:

✏ Hora de entrega: **11h45**.

❹ Considerar la función f dada por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x - 2x^2}{2 - x} & \text{cuando} \quad 12 + 3x < 6, \\ \dfrac{x}{x - 2} & \text{cuando} \quad 6 + 2x > 10. \end{cases}$$

(a). Encontrar el dominio de la misma.
(b). Estudiar su paridad.
(c). Analizar la existencia de asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas) a la gráfica de la función. Justificar adecuadamente.
(d). Calcular, si es posible, $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to -3^-} f(x)$.
(e). Mostrar los elementos del conjunto $C = \{x \in \text{Dom}f : f'(x) > 0\}$.
(f). Mostrar los elementos del conjunto $D = \{x \in \text{Dom}f : f(x) = 0\}$.
(g). Responder los cuatro primeros ítems para la función $g(x) = f(x - 2)$, **sin** encontrar la ley de g.

❺ Calcular los siguientes límites justificando los pasos realizados:

$$(a). \quad \lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x) - \tan(x)}{6x}, \qquad (b). \quad \lim_{x\to 1} \frac{x^2 - 2x + x^3}{8 + 4x} \cos\left(\frac{\pi}{x - 1}\right).$$

❻ Sea $f(x) = x^2 + bx + c$. Hallar un punto donde la recta tangente a la gráfica de la función f sea paralela al segmento que une los puntos $A(1, 1)$ y $B(3, 0)$, pertenecientes a la gráfica de la función.

❼ Analizar la veracidad de los siguientes enunciados justificando adecuadamente.

(a). $\sup\{x \in \mathbb{R} / |x - 2| > |x + 4|\} = -1$.
(b). $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x^2 - x} - \sqrt{x^2 + 2} = -\dfrac{1}{2}$.
(c). Sean $g(x) = |x|$, $f(x) = x^2 + 7x + 12$ y $h(x) = (g \circ f)(x)$ definidas para todo $x \in \mathbb{R}$. Entonces h es derivable en $x \in \mathbb{R}$.
(d). En los puntos de abscisa $x_1 = -1$ y $x_2 = 1$, la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = 4\,x^3 - 2x + 1$ es paralela a la recta $y = 10\,x + 2$.