FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA
ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN
LÓGICA

Nombre y Apellido: Legajo:

# Examen Parcial

**1.** Determine la veracidad de las siguientes afirmaciones (no está permitido usar soundness/-corrección y demostrar $\vdash$):

a) $\exists x\phi \wedge \exists x\psi \ \models\ \exists x(\phi \wedge \psi)$

b) $\forall x\phi \ \models\ \exists x\neg\phi \rightarrow \forall x\psi$

**2.** Demuestre por deducción natural:
$\forall x(S(x) \rightarrow (Q(x) \vee P(x))),\ \neg\exists x(S(x) \wedge P(x)) \ \vdash\ \forall x(S(x) \rightarrow Q(x))$

**3.** Sean $Q$ un símbolo de predicado de aridad 2 y $f$ un símbolo de función. Considere las sentencias

$$\phi_1 \ \equiv\ \forall x(Q(f(x), x) \rightarrow Q(x, x))$$
$$\phi_2 \ \equiv\ \exists x(Q(f(x), x) \rightarrow Q(x, x))$$

Encuentre, si es posible, un modelo $\mathcal{M}$ tal que $\mathcal{M} \not\models \phi_1$ y $\mathcal{M} \models \phi_2$. Demuestre.

**4.** Un Lattice es un conjunto A con dos operaciones $\cup$, $\cap$ tales que se cumplen los siguientes axiomas:

i. Las operaciones $\cup$ y $\cap$ son asociativas y conmutativas.
ii. Absorción para $\cup$: para todo x, y $x \cup (x \cap y) = x$
iii. Absorción para $\cap$: para todo x,y $x \cap (x \cup y) = x$

a) Defina una signatura para representar Lattices en lógica de predicados

b) Defina un conjunto $\Gamma$ de fórmulas de la lógica de predicados sobre la signatura del punto anterior que modelen los axiomas de Lattices.

c) Demuestre en deducción natural:

(1) $\Gamma \vdash \forall x(x \cup x = x)$
(2) $\Gamma \vdash \forall x\forall y\forall z((x = x \cap y) \wedge (y = y \cap z) \rightarrow (x = x \cap z))$