

Introducción al Cálculo Diferencial e Integral

Trabajo Práctico 3

El objetivo de este práctico es encontrar numéricamente la solución a los distintos problemas.

Les recomendamos implementar los algoritmos de los distintos métodos en el programa que ustedes quieran y resolver los problemas computacionalmente.

En cada uno de los siguientes problemas, plantear la ecuación diferencial y contestar la pregunta:

- Utilizando el método de Euler con dos tamaños distintos de paso
 - Utilizando el método de Euler mejorado con dos tamaños distintos de paso
 - Utilizando el método de Runge Kutta con dos tamaños distintos de paso
1. En una población de 1000 habitantes, una de las personas contrajo una infección. Si la razón de cambio del número de personas infectadas es proporcional a la tasa de encuentros entre personas infectadas y personas no infectadas, y la infección se transmite efectivamente en el 20 % de los encuentros. ¿Cuántos infectados habrá en el pueblo a los 10 días?
 2. A un paciente se le administra por única vez una dosis de 100ml de un medicamento. Si la tasa de decaimiento del mismo en el organismo es de 0.01 ml por hora. ¿Cuál será el remanente de medicamento a las 3 horas de habérselo administrado?
 3. Durante décadas, las ballenas han sido cazadas, llegando a valores mínimos de 5000 individuos en 1978. En condiciones óptimas, la tasa intrínseca de crecimiento es de 0.047 año⁻¹. Asumiendo crecimiento exponencial. ¿Cuántas ballenas hay este año?
 4. En un recipiente que contiene 10 litros agua que se renueva a través de una entrada y salida que permite un flujo 1 litros por minuto se agrega sal a razón de 10 grados por minuto. ¿Cuánta sal habrá en el recipiente después de una hora? (Nota: en el enunciado se quiere decir que al recipiente entra agua limpia y sale líquido bien mezclado)
 5. Visualice la solución del problema a valores iniciales:

$$dy/dx = 2x \sin(x^2), y(0) = 1$$

y luego: a) Aproxime numéricamente $y(20)$. Para esto utilizar distintos métodos. b) Sabiendo que $y(20) = -0.53$, compararlo con los valores obtenidos con los distintos métodos. ¿Con que método y tamaño de paso de paso lograste el mejor resultado? ¿Cómo podría reducirse el costo computacional?

Más problemas para practicar:

6. La tasa de crecimiento de un pez es directamente proporcional a $L_{max} - L$, donde L_{max} es la longitud máxima que alcanzar la especie, y L es la longitud del pez en el instante que es estudiado.
 - a) Encontrar la expresión que exprese la longitud del pez en cualquier instante de tiempo.
 - b) Sabiendo que en los peces existe una relación entre peso y longitud dada por $W = \alpha L^v$. Escribir la ecuación que describa la variación del peso en función del tiempo y la expresión del peso del pez en cualquier instante de tiempo dado.
 - c) Estimar gráficamente la longitud del pez a partir de darle valores a los parámetros del modelo.
7. Se calienta agua para mate, pero el cebador se distrae y el agua alcanza los 110°C. La pava se deja entonces a temperatura ambiente, que en ese día otoñal ronda los 10°C. Luego de media hora, el agua está a 60°C ¿En cuánto tiempo alcanzará los 30°C?

8. La media vida del cobalto radiactivo es 5,27 años. Supongamos que un accidente nuclear ha dejado el nivel de radiación de cobalto en una cierta región 100 veces más alto que el nivel aceptable para la vida humana. ¿Cuántos años deberán pasar hasta que la región se vuelva habitable?
9. Hallar la trayectoria ortogonal a $y = \frac{c}{x}$.
10. Un depósito de 100 litros de capacidad contiene 20 litros de agua en la que hay disueltos 10 gramos de sal. A partir de cierto instante se vierten en el depósito 4 litros por minuto de agua que contienen 2 gramos de sal por litro, mientras que se deja salir la disolución bien mezclada a un ritmo de 2 litro por minuto. (a) Encontrar la ecuación que modele la cantidad de sal en el depósito en cada instante. (b) ¿Cuál es la concentración de sal en el momento en que el depósito se llena?
11. Un reactor convierte el uranio 238 relativamente estable en el isótopo plutonio 239. Después de 15 años se determina que se desintegró 0.043 % de la cantidad inicial A_0 de plutonio. Calcule la vida media de este isótopo si la rapidez de desintegración es proporcional a la cantidad presente.
12. El 2 % de los alumnos de los alumnos que cursan matemática difunden a las 12 hs. del lunes el rumor de que el martes a las 11 hs. tendrán un examen sorpresa. Sabiendo que el lunes a las 14hs la noticia es conocida por el 5 % de los alumnos ¿cuál es el porcentaje de alumnos que a la hora de comienzo de la clase del martes conocen la noticia? (el rumor se transmite proporcional al número de encuentros entre alumnos que conocen la noticia y aquellos que no la conocen).
13. Se encuentra un hueso fosilizado que contiene una milésima de la concentración de C-14 que se encontraba en la materia viva. Si se sabe que la vida media del C-14 es de 5700 años, estime la edad del fósil.
14. Una solución de ácido nítrico entra a una razón constante de 6 l/min en un tanque de gran tamaño que en un principio contenía 200 l de una solución de ácido nítrico al 0.5 %. La solución dentro del tanque se mantiene bien revuelta y sale del mismo a una razón de 8 l/min. Si la solución que entra al tanque tiene ácido nítrico al 20 %, determinar el volumen de ácido nítrico en el tanque después de t minutos. a) ¿Cuándo la solución de ácido nítrico llegará al 10? b) Rehacer el problema considerando que la solución sale al mismo ritmo que entra.
15. Suponga que una gota de agua se evapora a una velocidad proporcional a su área superficial. Si originalmente el radio es de 3 mm y una hora después se ha reducido a 2 mm, encontrar una expresión para el radio de la gota como función del tiempo ¿Cuánto tardará en desaparecer?
16. Un Hombre provisto de un paracaídas se lanza desde una gran altura. El peso conjunto entre el hombre y el paracaídas es de 98 Kg. Sea $v(t)$ (la velocidad en metros por segundos) t segundos después del lanzamiento. Durante los 10 primeros segundos, antes de abrirse el paracaídas se supone que la resistencia del aire es de $0,1v(t)$ kg. Después una vez abierto el paracaídas, la resistencia del aire es $2v(t)$. Suponiendo que la aceleración de la gravedad es $9,8\text{m/s}^2$. Hallar una expresión adecuada para la velocidad $v(t)$ y el espacio recorrido.