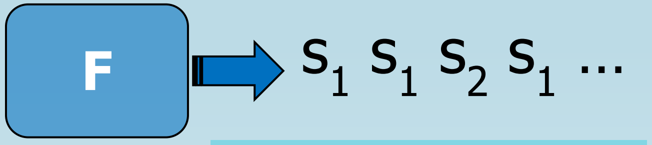
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CENTRO DE LA PROVINCIA DE BUENOS AIRES

TEORÍA DE LA INFORMACIÓN

Fuentes de Información (5)

INGENIERÍA DE SISTEMAS – 2022

Fuentes markovianas
¿qué se puede calcular en la aleatoriedad?



- La probabilidad de emitir cada símbolo s_i de la fuente *F*
  - en distintos instantes (V_t, t = 1, 2, ….)
  - en estado estacionario (V*)
  - en *t+n,* conocida la emisión en *t*
  - en *t+n por primera vez,* conocida la emisión en *t*

- El "tiempo medio de espera" entre sucesivas emisiones de s_i
- Indicadores de "acople" en la secuencia de símbolos de *F* o entre fuentes

La emisión de símbolos de una fuente es un *proceso estocástico*
(hay aleatoriedad, no certezas) → se pueden obtener probabilidades y estimaciones

Indicadores: media y desvío

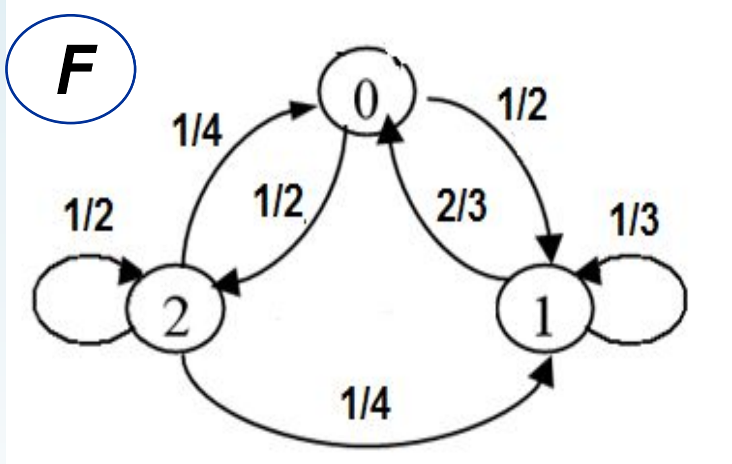
- Para una fuente ***F*** que emite símbolos de un conjunto $\{s_i\}$, en cada *t* o en estado estacionario*:*

Media: $\langle S(t)\rangle = \sum_i s_i \,.P(S(t)=s_i)$ ⟵ Probabilidades marginales

Desviación estándar: $\sigma(t) = \sqrt{\sum_i (s_i - \langle S(t)\rangle)^2 \,.\, P(S(t)=s_i)}$

Ejemplo

Obtener la media y desvío para el símbolo emitido por *F* en V_0, V_1, V_2, V_3 y en estado estacionario:



	V_0	V_1	V_2	V_3		V^*
0	1	0	11/24	0,257	...	8/25
1	0	1/2	7/24	0,389	...	9/25
2	0	1/2	1/4	0,354	...	8/25
Media:	**0**	**1,5**	**0,792**	**1,097**	**...**	**1**
Desvío St.	**0**	**0,5**	**0,815**	**0,775**	**...**	**0,8**

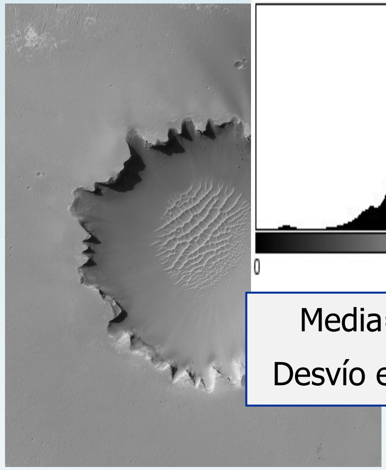
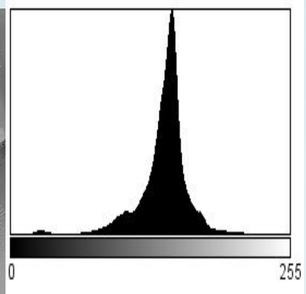
Indicadores: media y desvío

Otro ejemplo

En **Procesamiento de Imágenes** (una imagen puede tratarse como una fuente de información)

- MEDIA: representa el promedio de los valores de intensidad de los pixeles de una imagen (o región)
- DESVÍO: medida de la dispersión o variación de los valores de píxeles alrededor de su media

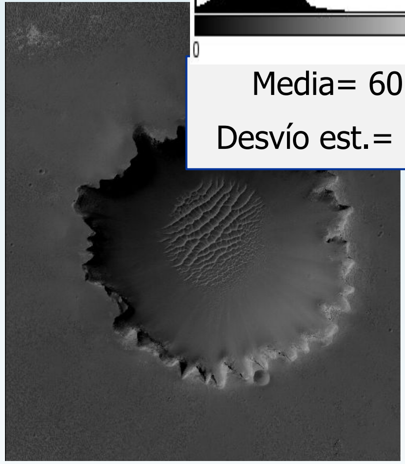
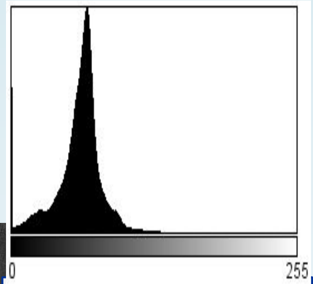
Imagen de 256 tonos de gris

Media= 139.7

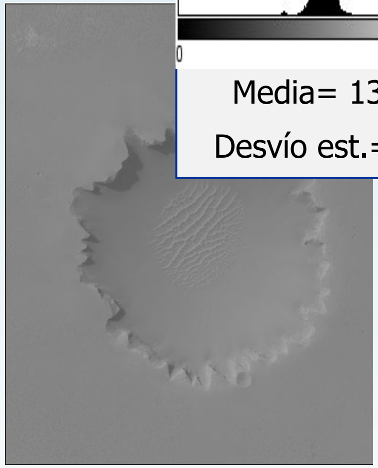
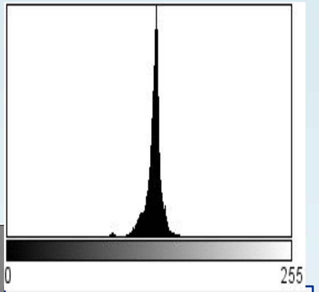
Desvío est.= 23.9

Imagen original

Media= 60.3

Desvío est.= 21.4

Media= 131.5

Desvío est.= 7.9

Imagen procesada - variaciones de media y desvío estándar

La MEDIA es uno de los filtros para ”suavizado” de imágenes (reducción del efecto del “ruido”)

Imagen original (con ruido)

Imagen suavizada (aplicación media local)

Indicadores: autocorrelación

- Para una fuente ***F*** que emite símbolos de un conjunto $\{s_i\}$, entre dos instantes t_1 y t_2, se puede calcular :

probabilidades conjuntas

Autocorrelación: $$R(t_1,t_2)=\langle S(t_1)\,S(t_2)\rangle=\sum_i\sum_j s_i\,s_j\,P(S(t_1)=s_i,\,S(t_2)=s_j)$$

Autocovarianza: $$C(t_1,t_2)=\langle S(t_1)\,S(t_2)\rangle-\langle S(t_1)\rangle\langle S(t_2)\rangle$$

Coeficiente de autocorrelación: $$r(t_1,t_2)=\frac{C(t_1,t_2)}{\sigma(t_1)\,\sigma(t_2)}$$

Nota: La emisión de símbolos de ***F*** en cada instante *t* se comporta como una variable aleatoria

Indicadores: autocorrelación

Cuando la fuente markoviana está en estado **estacionario**:

- los vectores de estado son estables a lo largo del tiempo: V*= M.V*
- la media y la desviación estándar son constantes:

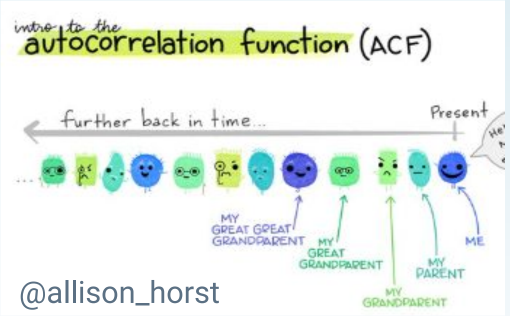
$$\langle S(t) \rangle = \overline{S} \quad y \quad \sigma(t) = \overline{\sigma} \quad , \forall t$$

- la autocorrelación, autocovarianza y factor de correlación sólo dependen del intervalo de tiempo transcurrido τ (y no de los instantes específicos):

Autocorrelación: $R(t_1, t_{1+\tau}) = R(t_2, t_{2+\tau}) = R(\tau)$

Autocovarianza: $C(t_1, t_{1+\tau}) = C(t_2, t_{2+\tau}) = C(\tau)$

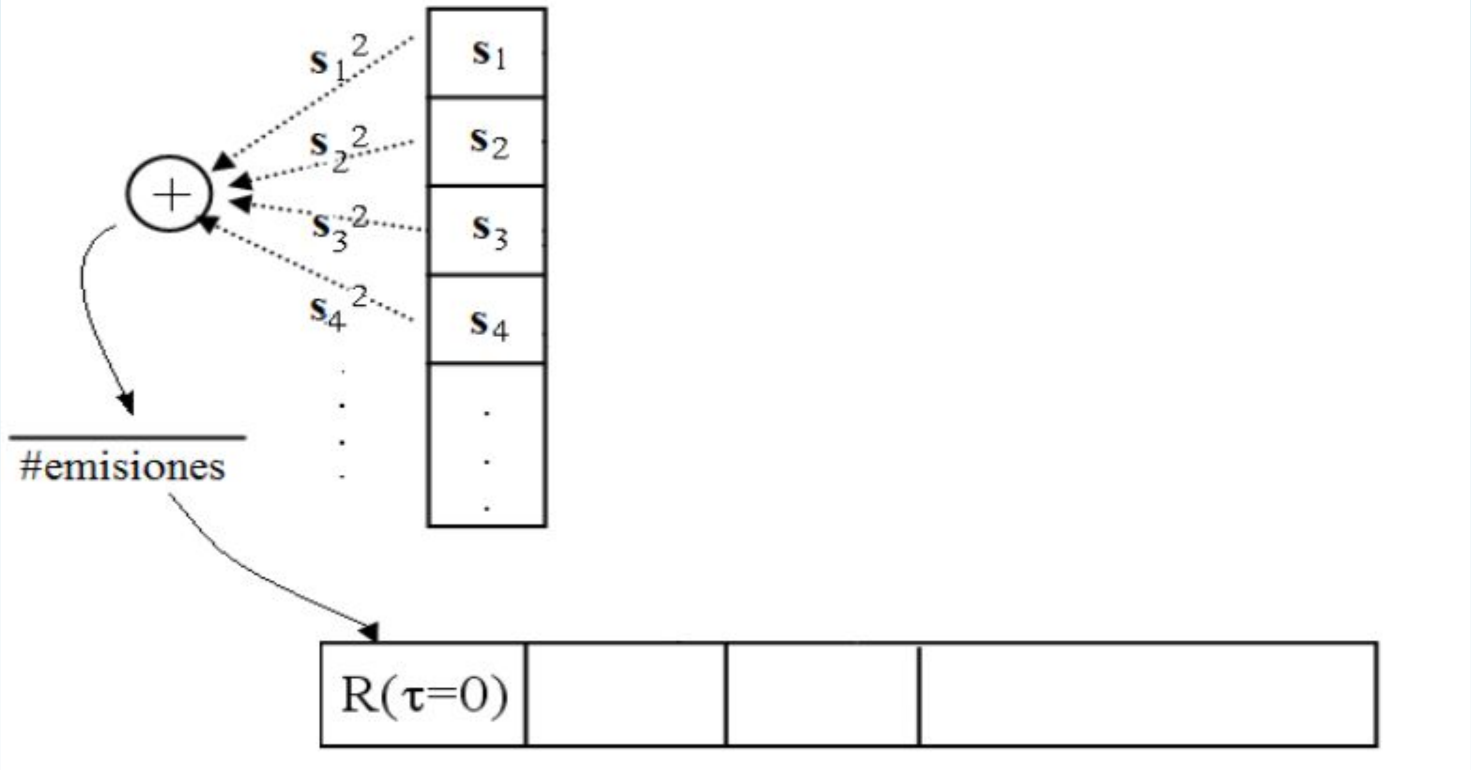
Coeficiente de autocorrelación: $r(t_1, t_{1+\tau}) = r(t_2, t_{2+\tau}) = r(\tau) \quad , \forall t_1, t_2$



Autocorrelación
por muestreo computacional

Simular una secuencia de símbolos emitidos por la fuente markoviana estacionaria y acumular los productos de símbolos sucesivos emitidos a distancia τ

mensaje generado por simulación



Autocorrelación (τ):

$$<AB> = \frac{\sum_i \sum_j a_i b_i}{N}$$

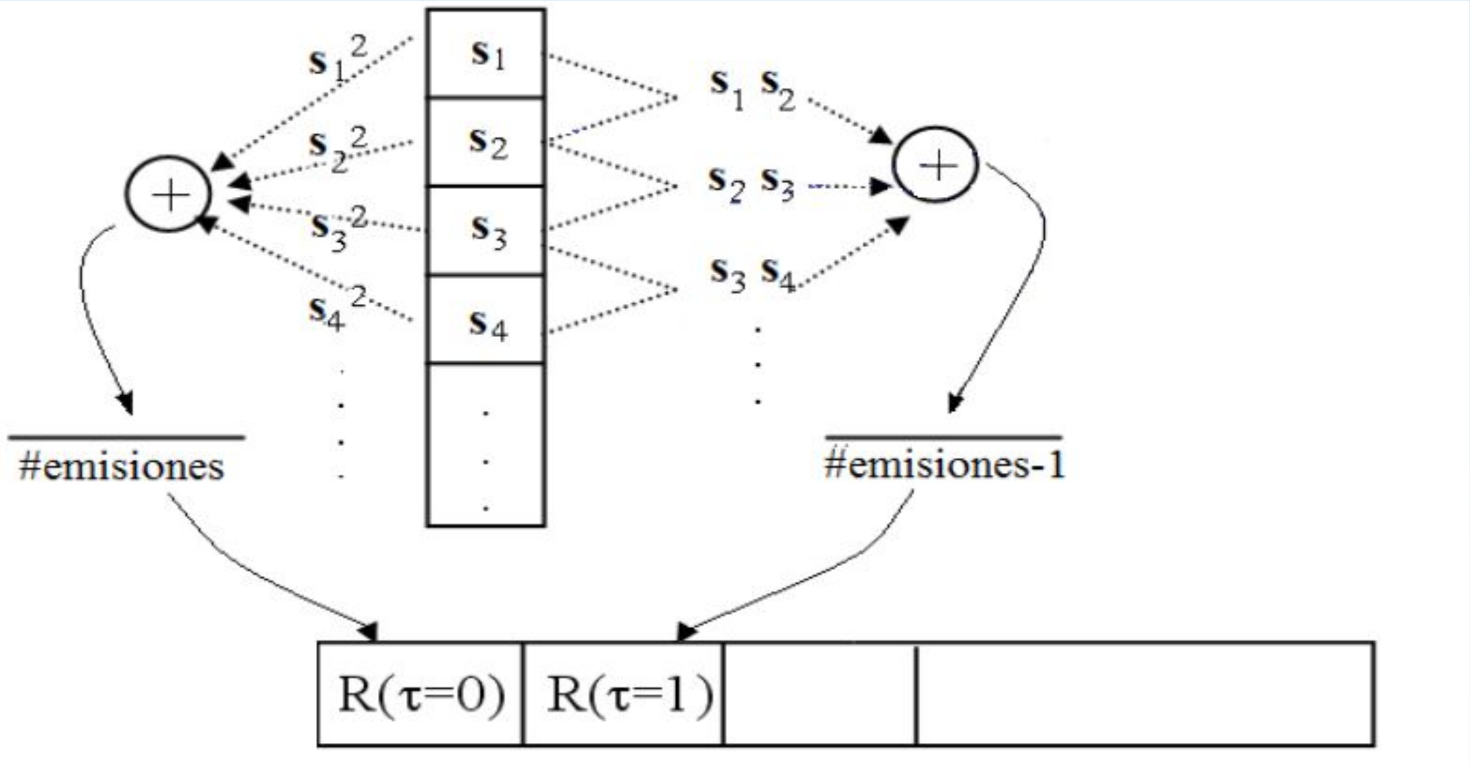
símbolo en t

símbolo en t+τ

Autocorrelación
por muestreo computacional

Simular una secuencia de símbolos emitidos por la fuente markoviana estacionaria y acumular los productos de símbolos sucesivos emitidos a distancia τ

mensaje generado por simulación ↘



$$<AB> = \frac{\sum_i \sum_j a_i b_i}{N}$$

símbolo en t

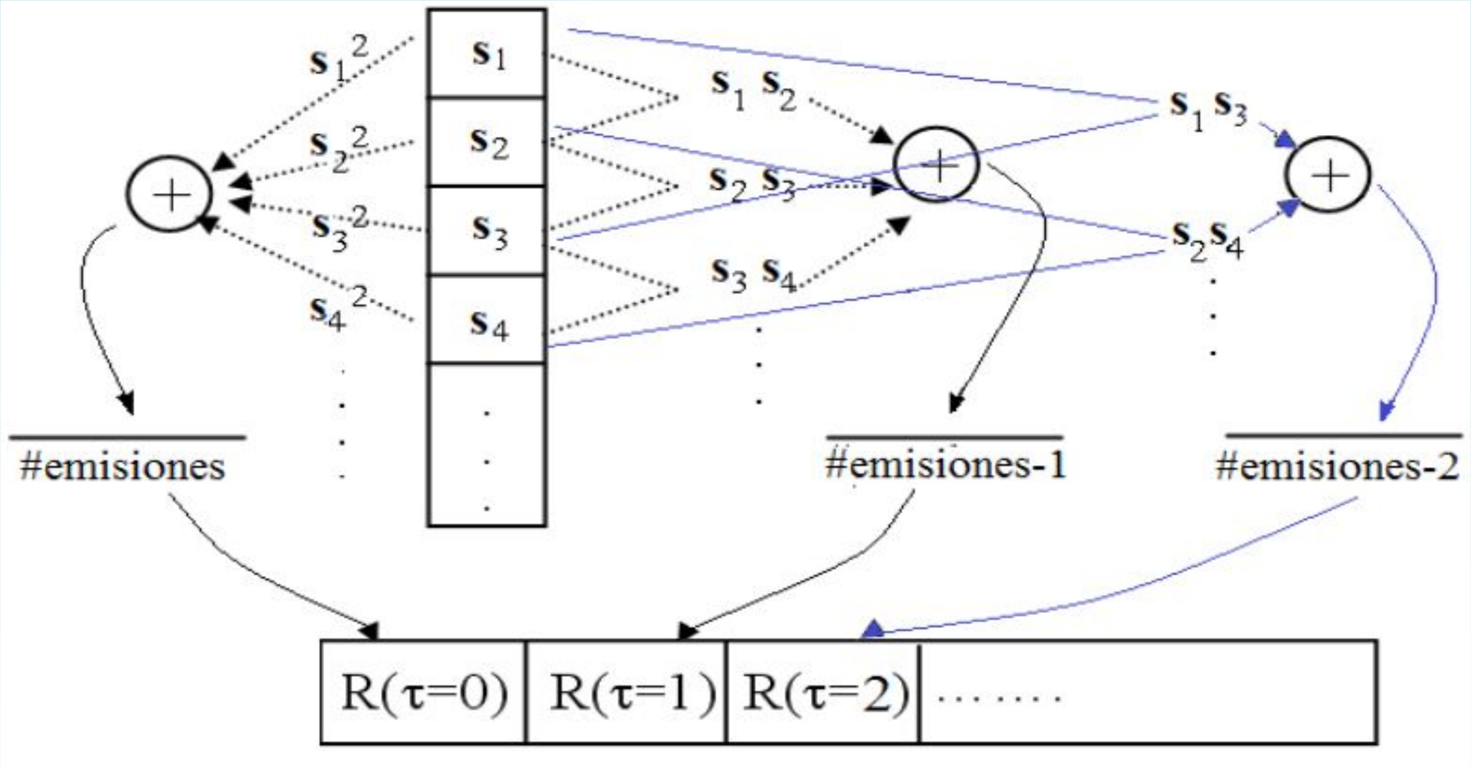
símbolo en t+τ

Autocorrelación (τ):

Autocorrelación
por muestreo computacional

Simular una secuencia de símbolos emitidos por la fuente markoviana estacionaria y acumular los productos de símbolos sucesivos emitidos a distancia τ

mensaje generado por simulación



$$<AB>=\frac{\sum_i \sum_j a_i b_i}{N}$$

símbolo en t

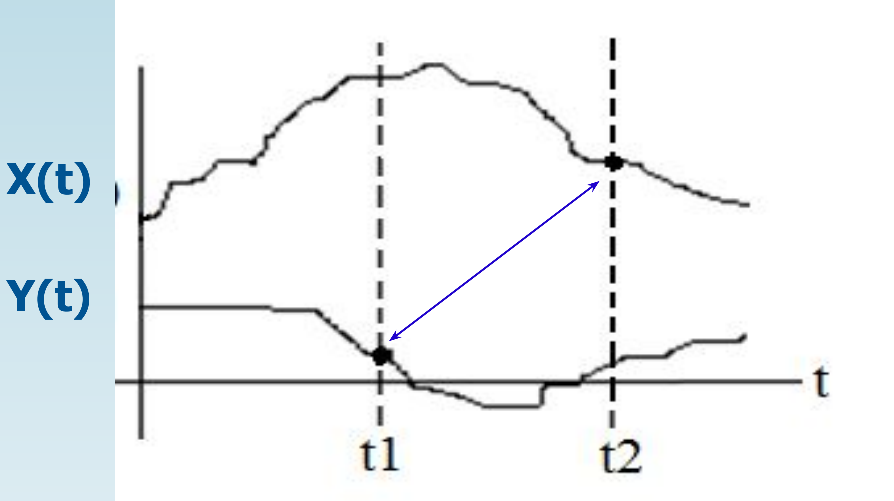
símbolo en t+τ

Autocorrelación (τ):

verificar convergencia del vector

Indicadores cruzados

Permiten cuantificar el grado de interdependencia o acople entre dos fuentes de información X y Y:



Correlación cruzada:

$$R_{XY}(t_1,t_2) = \langle X(t_1)Y(t_2) \rangle$$

Covarianza cruzada:

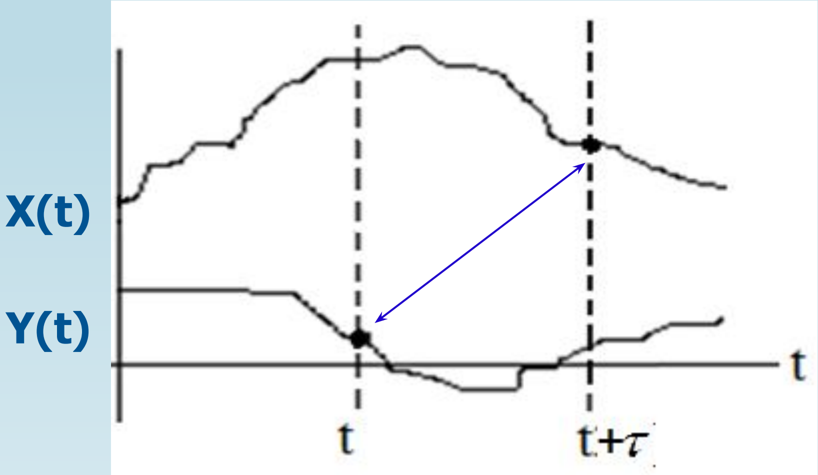
$$C_{XY}(t_1,t_2) = \langle X(t_1)Y(t_2) \rangle - \langle X(t_1) \rangle \langle Y(t_2) \rangle$$

Coeficiente de correlación cruzada:

$$r_{XY}(t_1,t_2) = \frac{C_{XY}(t_1,t_2)}{\sigma_X(t_1)\sigma_Y(t_2)}$$

Indicadores cruzados

Cuando las fuentes markovianas son estacionarias, los indicadores cruzados sólo dependen del intervalo de tiempo transcurrido τ (y no de los instantes específicos):



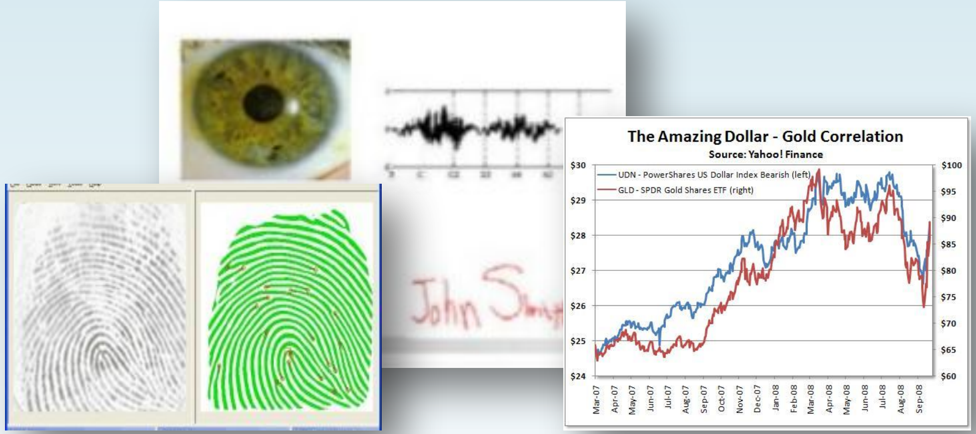
Correlación cruzada: $R_{XY}(t_1, t_{1+\tau}) = R_{XY}(t_2, t_{2+\tau}) = R_{XY}(\tau)$

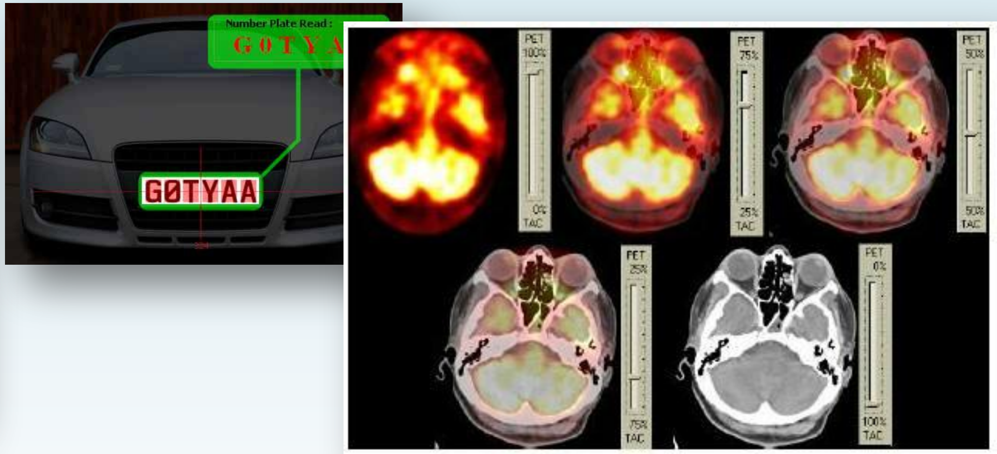
Covarianza cruzada: $C_{XY}(t_1, t_{1+\tau}) = C_{XY}(t_2, t_{2+\tau}) = C_{XY}(\tau)$

Coeficiente de correlación cruzada: $r_{XY}(t_1, t_{1+\tau}) = r_{XY}(t_2, t_{2+\tau}) = r_{XY}(\tau) \quad , \forall t_1, t_2$

Indicadores cruzados

- Permiten analizar el grado de relación entre dos fuentes de información (señales, imágenes, ...) → **Valores altos de correlación indican mayor acople**
- **Aplicaciones:**
  - Reconocimiento de patrones
  - Registración de imágenes (seguimiento satelital, fusión de imágenes,…)
  - Identificación biométrica (por huellas dactilares, por el iris, señal de voz, ...)
  - Análisis de procesos económicos, sociales, ambientales, etc.





Bibliografía

Chiang C.L. **An introduction to stochastic processes and their applications,** Ed. R. E. Krieger, 1980

Gonzalez R., Woods R. **Digital Image Processing**, 2nd ed. Prentice Hall, 2002

Papoulis A., **Probability Random Variables and Stochastic Processes**, McGraw-Hill, 1991