Introducción al Cálculo Diferencial e Integral
Trabajo práctico N^o 2

El objetivo de este práctico es resolver ecuaciones diferenciales separables y lineales de primer orden. Resolver problemas a valores iniciales, plantear y resolver problemas.

1. Resolver las ecuaciones de variables separables:

   a) $4xy\ dx + (x^2+1)\ dy = 0$
   b) $(xy + 2x + y + 2)\ dx + (x^2 + 2x)\ dy = 0$
   c) $2r(s^2+1)\ dr + (r^4+1)\ ds = 0$
   d) $\operatorname{cosec}(y)\ dx + \sec(x)\ dy = 0$
   e) $(e^x+1)\cos u\ du + e^x(\operatorname{sen} u + 1)\ dy = 0$
   f) $\operatorname{tg}\theta\ dr + 2r\ d\theta = 0$

2. Resolver los problemas de valor inicial

   a) $(y+2)\ dx + y(x+4)\ dy = 0;\ y(-3) = -1$
   b) $8\cos^2 y\ dx + \operatorname{cosec}^2 x\ dy = 0;\ y(\frac{\Pi}{12}) = \frac{\Pi}{4}$

3. Resolver las ecuaciones diferenciales lineales:

   a) $y' - 3x^2y = x^2$
   b) $y' + y\ \operatorname{tg}(x) = \sec(x) + 2x\ \cos(x)$
   c) $y' - 3y = 2$
   d) $xy' + (1+x)y = 5$
   e) $x^2\ dy + (2xy - e^x)\ dx = 0$
   f) $y' + y\operatorname{tg}(x) = \operatorname{sen} x$
   g) $y' + 2y = e^{2x}$
   h) $y' + y\ \operatorname{cotg}(x) = 4x^2\ \operatorname{cosec}(x)$
   i) $xy' + (2+3x)y = xe^{-3x}$
   j) $xy' + y + x = e^x$
   k) $x^2\ dy + (x - 3xy + 1)\ dx = 0$
   l) $x^{-1}y' + 2y = 3$

4. Encontrar la solución particular de la ecuación que satisface la condición dada:

   a) $xy' - y = x^2 + x;\ y(1) = 2$
   b) $y' + 2y = e^{-3x};\ y(0) = 2$
   c) $xy' + y + xy = e^{-x};\ y(1) = 0$

5. Una ciudad tenía una población de 25000 habitantes en 1970 y una población de 30000 habitantes en 1980. Suponiendo que la población continuará creciendo exponencialmente a una razón constante, ¿Qué población se puede esperar para el año 2020?

6. Los procesosde eliminación de drogas en sangreo de decaimiento de un material radiactivo pueden modelarse siguiendo el mismo proceso descripto en el crecimiento exponencial de poblaciones, pero considerando que no existe el término de natalidad, sino solo el término de mortandad negativo denominado, en estos casos, tasa específica de decaimiento o desintegración, que indica la eliminación o destrucción de materia en cada caso. En el caso del decaimiento, se denomina vida media VM, de un isótopo radiactivo al tiempo necesario para que la mitad de su masa se desintegre. Problema:

   a) Si después de que te aplican un antibiótico inyectable, la concentración de la droga en el cuerpo disminuye al 50 % en 10hs. ¿Cuánto tiempo pasa hasta que la droga alcanza el 10 % de la concentración original?

b) 5 gr de una sustancia radiactiva decaen a 4.1 gr en 4 días. Encontrar la vida media y la tasa específica de decaimiento.

7. Se calienta agua para mate, pero el cebador se distrae y el agua alcanza los 110ºC. La pava se deja entonces a temperatura ambiente, que en ese día otoñal ronda los 10ºC. Luego de media hora, el agua está a 60º ¿En cuánto tiempo alcanzará los 30ºC?

8. En un tanque de 500 litros hay un flujo de agua de 10 litros/segundo.

   a) Si se arrojan al tanque 20 kg de sal,
      1) Plantee el modelo y grafique el campo direcciones.
      2) ¿Cuánto tiempo tomará que la cantidad remanente de sal sea de 5 kg?

   b) Si inicialmente el tanque no tenía sal y en un determinado momento se comienzan a incorporar al tanque 3 kg de sal por segundo,
      1) Plantee el modelo y grafique el campo direcciones.
      2) ¿Cuánto tiempo debo esperar para que la cantidad de sal sea 50 kg?

   c) ¿Y si la cantidad de sal que ingresa al tanque por segundo está dada por f(t)=2 t?

   d) Analizar cómo varió el modelo en función de los enunciados.