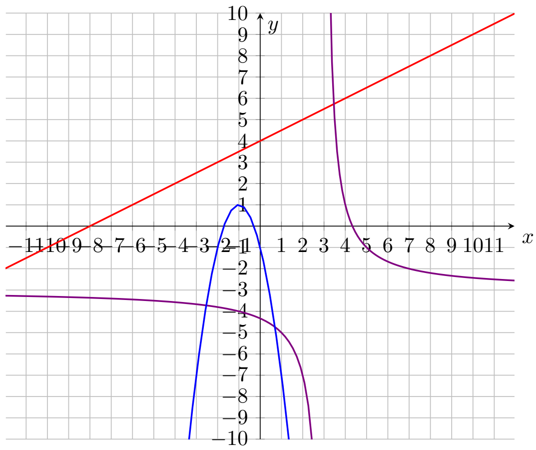
Определение функций по графику

Для определения формулы, которая задает функциональную зависимость, по графику это зависимости необходимо сначала определить ту кривую, которая задана графиком. После этого можно пойти одним из двух путей:

1) Выписать общий вид функции, график которой построен (в нашем случае это прямая, парабола, гипербола), и по графику в полученное уравнение последовательно подставить столько точек, сколько необходимо для определения неизвестных коэффициентов. Получится система линейных уравнений (опять-таки только в случае рассматриваемых функций) из n уравнений с n неизвестными.
2) Определить координаты характерных точек графика функции и попытаться понять с помощью каких преобразований был получен этот график.

Рассмотрим следующий пример:



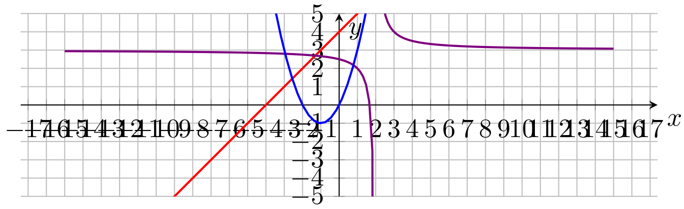
Красная линия очевидно является прямой. Коэффициент угла наклона положительный, если угол между прямой и осью абсции острый, и отрицательный, если тупой. Отношение модуля ординаты точки пересечения его с осью ординат и модуля абсциссы точки пересечения его с осью абсцисс дает абсолютное значение коэффициента. Чтобы получить красную прямую необходимо график прямой пропорциональности с коэффициентом $k = \dfrac{1}{2}$ поднять веерх на 4 единицы. Окончательно получаем функцию $y = \dfrac{1}{2}x + 4$, графиком которой является красная линия.

Синяя линия очевидно является параболой. Ее вершина находится в точке $(-1; 1)$. Парабола сжата, значит коэффициент сжатия больше 1, а именно 2. Это легко определить, сравнив данную параболу с параболой, вершина которой находится в начале координат. Поскольку ветви параболы направлены вниз, то коэффициент сжатия отрицательный. Окончательно получаем функцию $y = 2(x+1)^2 + 1$, графиком которой является синяя линия.

Фиолетовая линия очевидно является гиперболой. Точка персечения асимптот имеет координаты 3 и -3. Гипербола растянута с коэффициентом растяжения 2. Окончательно получаем функцию $y = \dfrac{4}{x-3} + 3$, графиком которой является фиолетовая линия.

УПРАЖНЕНИЯ

4.1. Восстановить функцию по графику:



Присутствие модуля в функции

Модуль в формуле, задающей функцию, может обрамлять различные выражения. В двух следующих случаях график функции с модулем может быть получен из графика функции без модуля.

$y = f(|x|)$

Зеркально отразить график функции $y = f(x)$ относительно оси **абсцисс**.

$y = |f(x)|$

Зеркально отразить график функции $y = f(x)$ относительно оси **ординат**.

УПРАЖНЕНИЯ

4.2. Построить графики функций с модулем от x:

1) $y = |x|$
2) $y = 2|x|$
3) $y = 1 - 4|x|$
4) $y = |x|^2$
5) $y = \dfrac{1}{2}|x|^2$
6) $y = -\dfrac{1}{2}|x|^2 - 3$
7) $y = \dfrac{1}{|x|}$
8) $y = \dfrac{1}{4|x|}$
9) $y = \dfrac{1}{|x| + 4}$

4.3. Построить графики функций с модулем от функции:

1) $y = |2x|$
2) $y = |2x + 3|$
3) $y = |0.25x - 3|$
4) $y = |0.25(x-4) + 2|$
5) $y = |x^2|$
6) $y = |x^2 - 3|$
7) $y = |(x-1)^2|$
8) $y = |(x+1)^2 + 2|$
9) $y = \left|\dfrac{1}{x}\right|$
10) $y = \left|\dfrac{1}{x} + 3\right|$
11) $y = \left|\dfrac{1}{x+1}\right|$
12) $y = \left|\dfrac{1}{x-2} - 5\right|$

4.4. Построить графики функций с модулем внутри функции:

1) $y = 2|x - 2|$
2) $y = -|x - 2| + 3$
3) $y = |x - 2|^2$
4) $y = |x - 2|^2 + 1$
5) $y = \left|\dfrac{1}{x-3}\right|$
6) $y = \left|\dfrac{1}{x}\right| + 3$
7) $y = \left|\dfrac{1}{x+2}\right| - 5$

ПРЕДУНИВЕРСАРИЙ