Числовые неравенства

Никакие физические величины не могут быть определены абсолютно точно. Важно знать, в каком диапазоне лежит это число. Данная операция называется оцениванием, ее результатом будет неравенство, в котором присутствуют буквы, обозначающие физические величины и числа, характеризующие диапазон.

Другим примером из современной жизни является вычисления, которые производит компьютер. Вслу внутреннего строения вычисления эти проводятся с ограниченной точностью, поэтому проверка числа на равенство может зачастую привести к неверному результату, так как в точности внутреннее представление компьютера может отличаться от нашего представления. Программисту важно правильно оценивать переменные программы.

Сравнение значений функций

Если требуется сравнить значение функций, то можно следовать простому правилу: если функция убывает, то результат сравнения определяется сравнением аргументов; в противном случае неравенство противоположное. Данное правило справедливо только на участке, где функция **непрерывная** и не меняет характер поведения (**убывает**/**возрастает**).

6.1. Сравните:

1) 2^2 и 9^2
2) $(-2)^2$ и $(-3)^2$
3) $(-1)^2$ и $(-1{,}4)^2$
4) $1{,}3^2$ и $(-1{,}5)^2$

6.2. Сравните:

1) $\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$
2) $\sqrt{3{,}2}$ и $\sqrt{3{,}1}$
3) $\sqrt{(-2)^2}$ и $-\sqrt{4}$
4) $\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$

6.3. Сравните:

1) $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{2}$
2) $\frac{5}{4}$ и $\frac{3}{4}$
3) $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{2}$
4) $-\frac{1}{-2}$ и $-\frac{1}{3}$

Сложение неравенств

Верные одноименные неравенства можно складывать.

6.4. Сложите числовые неравенства:

1) $14 > 11$ и $10 > 9$
2) $-6 < -5$ и $2 < 3$
3) $-2 > -3$ и $3 > 2$
4) $4 - 8 \leqslant 0$ и $8 \leqslant 9$

Умножение неравенств

Верные одноименные неравенства можно перемножать, если сравниваются положительные величины.

6.5. Перемножьте числовые неравенства:

1) $14 > 10$ и $10 > 9$
2) $6 < 7$ и $2 < 3$
3) $-2 > -3$ и $3 > 2$
4) $4 - 8 \leqslant 0$ и $8 \leqslant 9$

6.6. Докажите, что:
1) если $a > 2, b > 3$, то $3a + 5b > 21$;
2) если $a > 5, b < 2$, то $2a - 3b > 4$;
3) если $a > 5b, b > 2c$, то $a > 10c$;
4) если $a < 2b+3c, b < 5m+1, c < 4m-2$, то $a < 22m-4$.

Двойные неравенства

Это сокращенная форма записи системы двух неравенств, в каждом из которых присутствует одна и та же часть.

Пример: $a < b < c$ или $\begin{cases} a < b, \\ b < c \end{cases}$

Красным цветом выделена общая часть неравенств. В качестве знака неравенств могут возникать разноименные неравенства. Таким образом, с двойными неравенствами можно совершать те же действия, что и с обычными неравенствами.

6.7. Пусть $-4 < b < 3$. Найдите множество значений выражения b^2.

6.8. Пусть $0{,}5 < c < 4$. Найдите множество значений выражения $\frac{1}{c}$.

6.9. Пусть $-0{,}5 < c < 4$, но $c \neq 0$. Найдите множество значений выражения $\frac{1}{c}$.

6.10. Пусть $-3 < s < 5$. Найдите множество значений выражения $\frac{8}{6-s}$.

Знакопостоянные величины

Если $a > 0$, то a – положительная величина.
Если $b < 0$, то b – отрицательная величина.
Если $c \geqslant 0$, то c – неотрицательная величина.
Если $d \leqslant 0$, то d – неположительная величина.

6.11. Известо, что $a > 2$. Какая величина определяется выражением:

1. $3a - 6$
2. $10 - 5a$
3. $2a - 2$
4. $(a-2)(1-a)$
5. $\frac{a-2}{a-1}$
6. $(a-3)^2(a-1)$
7. $\frac{-5}{2-a}$
8. $\frac{(a-1)(2-a)}{5+a}$

6.12. Найдите наименьшее значение выражения $x + y$, если известно, что $xy = 9$, $x > 0$.

6.13. Два туриста вышли из пункта А в пункт Б. Первый турист половину затраченного времени от начала движения шел со скоростью v_1 км/ч, затем – со скоростью v_2 км/ч. Второй же турист первую половину пути шел со скоростью v_1 км/ч, а вторую половину – со скоростью v_2 км/ч. Кто из них затратил меньше времени на прохождение пути от А до Б?