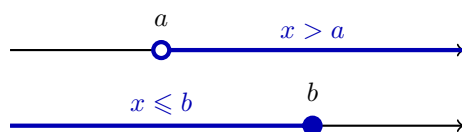
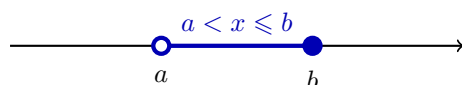


О числовых промежутках

Когда в алгебре имеют дело с переменными величинами, то нужно определить какие значения может принимать эта величина. Неравенство, в одной части которого стоит переменная величина, а в другой – число, определяет множество значений переменной величины, которое на числовой прямой выглядит как луч.



Если отобразить эти лучи на одной прямой, то в случае их пересечения можно выделить множество общих точек, которое будет отрезком с одной оговоркой. Концы отрезка могут не принадлежать сразу обоим лучам.



Данное множество называется *промежутком* и обозначается двумя числами, взятыми в скобочки. В данном случае $(a; b]$. Первое число определяет начало промежутка, второе число – конец. Точки, обозначающие начало и конец называются границами промежутка. Если граница входит в промежуток, то скобочка квадратная, если не входит, то круглая. Если граница находится сколь угодно далеко, то вместо числа пишут символ $\pm\infty$, где знак выбирают в зависимости от того в какое направление числовой оси промежуток продолжается. Скобки при этом всегда ставятся круглые.

Над числовыми промежутками, как над множествами точек, можно совершать операции объединения и пересечения. Система из промежутков, записанных в форме неравенств определяет пересечение этих промежутков. Так в результате пересечения двух противоположно направленных лучей мы получаем отрезок, который задается двойным неравенством.

Примеры

$x > a \Leftrightarrow (a; \infty)$	$a < x < b \Leftrightarrow (a; b)$
$x \geq a \Leftrightarrow [a; \infty)$	$a \leq x < b \Leftrightarrow [a; b)$
$x < a \Leftrightarrow (-\infty; a)$	$a < x \leq b \Leftrightarrow (a; b]$
$x \leq a \Leftrightarrow (-\infty; a]$	$a \leq x \leq b \Leftrightarrow [a; b]$

У П Р А Ж Н Е Н И Я

8.1. Изобразите на числовой прямой точки, удовлетворяющие неравенствам:

- $x > 5$;
- $x < 9$;
- $x \geq -2$;
- $x \leq 0$;
- $-5 < x < 6$;
- $-8 \leq x \leq 8$;
- $4,2 < x \leq 4,21$;
- $5 \geq x > -3$;

8.2. Запишите указанные числовой промежуток в виде неравенства:

- $(-\infty; 9,3)$;
- $(0,3; 3,5)$;
- $[5; \infty)$;
- $(-2; -0,3]$.

Линейные неравенства

8-Д

Линейные неравенства – это неравенства, в левой и правой частях которых стоят линейные функции одного и того же переменного.

Решить линейное неравенство значит найти все значения переменной величины, при подстановке которых в неравенство получается верное утверждение.

Алгоритм решения неравенства сводится к применению основных свойств числовых неравенств с целью получения промежутка. Чтобы получить промежуток необходимо выполнить ряд преобразований, в ходе которых левая или правая часть неравенства будет содержать только переменную величину. Полученное неравенство можно записать в виде промежутка, которому принадлежит переменная.

У П Р А Ж Н Е Н И Я

8.3. Решить неравенства, изобразить множество его решений на координатной прямой, ответ записать в виде промежутка.

- $x + 1 > 0$;
- $2x \geq 8$;
- $11x > -33$;
- $-8x \geq 24$;
- $3x + 2 > 0$;
- $-5x - 1 \leq 0$;
- $-2(x - 3) \leq 5$;
- $6(x - 1) \leq 11$;
- $2a - 11 > a + 13$;
- $8b + 3 < 9b - 2$;

Системы линейных неравенств

Множество линейных неравенств с одной и той же переменной величиной называется системой линейных неравенств с одной переменной. Решением такой системы называется множество значений переменной, при подстановке которых в каждое неравенство системы получается верное утверждение. Алогоритм решения системы неравенств сводится к отдельному решению каждого неравенства и нахождению пересечения найденных промежутков.

У П Р А Ж Н Е Н И Я

8.4. Решите системы неравенств:

- $\begin{cases} x > 5, \\ x > 7 \end{cases}$
- $\begin{cases} x > -3, \\ x < 1 \end{cases}$
- $\begin{cases} x \leq 1, \\ x < 5 \end{cases}$
- $\begin{cases} x \geq 3, \\ x < -1 \end{cases}$
- $\begin{cases} 7y \leq 422, \\ 2y < 4 \end{cases}$
- $\begin{cases} 8y < 48, \\ -3y < 12 \end{cases}$
- $\begin{cases} 7 - 2t \geq 0, \\ 5t - 20 < 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} 0,4x - 1 \leq 0, \\ 2,3x \geq 4,6 \end{cases}$
- $\begin{cases} \frac{5}{6}z - 10 \leq 0, \\ \frac{1}{9}z \geq 1\frac{1}{3} \end{cases}$
- $\begin{cases} 5x - 7 > -14 + 13x, \\ -4x + 5 > 29 + 2x \end{cases}$

8.5. Решите двойное неравенство:

- $3 < x + 5 < 6$;
- $-4 \leq 9 - x \leq 5$;
- $-1 < -\frac{x}{3} \leq 2$;
- $-4 < 3x + 2 < 5$;

8.6. Решите неравенства:

- $a(a - 2) - a^2 > 5 - 3a$;
- $5y^2 - 5y(y + 4) \geq 100$;