Homework 9

R13525009 羅筠笙

a. **Robert's Operator: 12**

Description: Uses a 2x2 kernel to compute the gradient magnitude for edge detection by applying convolution to the input image.

```
def robert(img_arr, threshold):
    res_arr = np.zeros([img_size0, img_size1])
    for i in range(img_size0-1):
        for j in range(img_size1-1):
            '''
            r1 = [-1 0
                  0 1]
            r2 = [[0 -1
                   1  0]
            '''
            r1 =  - int(img_arr[i][j]) + int(img_arr[i+1][j+1])
            r2 = - int(img_arr[i][j+1]) + int(img_arr[i+1][j])

            grad = np.sqrt(r1**2 + r2**2)
            res_arr[i, j] = 255 if grad < threshold else 0

    return res_arr
```

b. **Prewitt's Edge Detector: 24**

Description: Applies 3x3 kernels for horizontal and vertical gradients using convolution.

```
def prewitt_edge(img_arr, threshold):
    img_arr = expand_with_replicate(img_arr, 1)
    m, n = img_arr.shape
    res_arr = np.zeros([img_size0, img_size1])

    for i in range(img_size0):
        for j in range(img_size1):
            '''
            p1 = [-1 -1 -1
                  0 0 0
                  1 1 1]
            p2 = [-1 0 1
                  -1 0 1
                  -1 0 1]
            '''
            p1 = - int(img_arr[i, j]) - int(img_arr[i, j+1]) - int(img_arr[i, j+2]) + int(img_arr[i+2, j]) + int(img_arr[i+2, j+1]) + int(img_arr[i+2, j+2])
            p2 = - int(img_arr[i, j]) - int(img_arr[i+1, j]) - int(img_arr[i+2, j]) + int(img_arr[i, j+2]) + int(img_arr[i+1, j+2]) + int(img_arr[i+2, j+2])

            grad = np.sqrt(p1**2 + p2**2)
```

```
            res_arr[i, j] = 255 if grad < threshold else 0

    return res_arr
```

c. **Sobel's Edge Detector: 38**

Description: Implements Sobel's operator by convolving the image with 3x3 kernels that emphasize the center pixels.

```
def sobel_edge(img_arr, threshold):
    img_arr = expand_with_replicate(img_arr, 1)
    m, n = img_arr.shape
    res_arr = np.zeros([img_size0, img_size1])

    for i in range(img_size0):
        for j in range(img_size1):
            '''
            s1 = [-1 -2 -1
                  0 0 0
                  1 2 1]
            s2 = [-1 0 1
                  -2 0 2
                  -1 0 1]
            '''
            s1 = - int(img_arr[i, j]) - 2 * int(img_arr[i, j+1]) - int(img_arr[i, j+2]) + int(img_arr[i+2, j]) + 2 * int(img_arr[i+2, j+1]) + int(img_arr[i+2, j+2])
```

```
            s2 = - int(img_arr[i, j]) - 2 * int(img_arr[i+1, j]) - int(img_arr[i+2, j]) + int(img_arr[i, j+2]) + 2 * int(img_arr[i+1, j+2]) + int(img_arr[i+2, j+2])

            grad = np.sqrt(s1**2 + s2**2)
            res_arr[i, j] = 255 if grad < threshold else 0

    return res_arr
```

d. **Frei and Chen's Gradient Operator: 30**

Description: Uses modified Sobel-like 3x3 kernels, applying specific weights to capture diagonal and straight-edge gradients

```
def frel_and_chen_grad(img_arr, threshold):
    img_arr = expand_with_replicate(img_arr, 1)
    m, n = img_arr.shape
    res_arr = np.zeros([img_size0, img_size1])

    for i in range(img_size0):
        for j in range(img_size1):
            '''
            f1 = [-1 sqrt(-2)   -1
                    0         0   0
                    1 sqrt(2)   1]
            f2 = [-1          0   1
                sqrt(-)2      0 sqrt(2)
                -1            0   1]
```

```
            '''
            f1 = - int(img_arr[i, j]) - np.sqrt(2) * int(img_arr[i, j+1]) - int(img_arr[i, j+2]) + int(img_arr[i+2, j]) + np.sqrt(2) * int(img_arr[i+2, j+1]) + int(img_arr[i+2, j+2])
            f2 = - int(img_arr[i, j]) - np.sqrt(2) * int(img_arr[i+1, j]) - int(img_arr[i+2, j]) + int(img_arr[i, j+2]) + np.sqrt(2) * int(img_arr[i+1, j+2]) + int(img_arr[i+2, j+2])

            grad = np.sqrt(f1**2 + f2**2)
            res_arr[i, j] = 255 if grad < threshold else 0

    return res_arr
```

e. **Kirsch's Compass Operator: 135**

Description: Applies eight 3x3 directional masks (compass masks) to calculate gradient magnitudes in all compass directions.

```
def kirsch_comass(img_arr, threshold):
    img_arr = expand_with_replicate(img_arr, 1)
    m, n = img_arr.shape
    res_arr = np.zeros([img_size0, img_size1])

    for i in range(img_size0):
        for j in range(img_size1):
            '''
            k0 = [-3   -3    5
                  -3    0    5
```

```
                    -3   -3    5]
            k1 = [-3    5    5
                  -3    0    5
                  -3   -3   -3]
            k2 = [5     5    5
                  -3    0   -3
                  -3   -3   -3]
            k3 = [5     5   -3
                   5    0   -3
                  -3   -3   -3]
            k4 = [5    -3   -3
                   5    0   -3
                   5   -3   -3]
            k5 = [-3   -3   -3
                   5    0   -3
                   5    5   -3]
            k6 = [-3   -3   -3
                  -3    0   -3
                   5    5    5]
            k7 = [-3   -3   -3
                  -3    0    5
                  -3    5    5]
            '''
            k0 = - 3 * int(img_arr[i, j]) - 3 * int(img_arr[i, j+1]) + 5 *
int(img_arr[i, j+2]) \
                - 3 * int(img_arr[i+1, j]) + 5 * int(img_arr[i+1, j+2]) \
                - 3 * int(img_arr[i+2, j]) - 3 * int(img_arr[i+2, j+1]) + 5 *
int(img_arr[i+2, j+2])
            k1 = - 3 * int(img_arr[i, j]) + 5 * int(img_arr[i, j+1]) + 5 *
int(img_arr[i, j+2]) \
                - 3 * int(img_arr[i+1, j]) + 5 * int(img_arr[i+1, j+2]) \
                - 3 * int(img_arr[i+2, j]) - 3 * int(img_arr[i+2, j+1]) - 3 *
int(img_arr[i+2, j+2])
            k2 = 5 * int(img_arr[i, j]) + 5 * int(img_arr[i, j+1]) + 5 *
int(img_arr[i, j+2]) \
                - 3 * int(img_arr[i+1, j]) - 3 * int(img_arr[i+1, j+2]) \
                - 3 * int(img_arr[i+2, j]) - 3 * int(img_arr[i+2, j+1]) - 3 *
int(img_arr[i+2, j+2])
```

```
43.                 k3 = 5 * int(img_arr[i, j]) + 5 * int(img_arr[i, j+1]) - 3 *
    int(img_arr[i, j+2]) \
44.                     + 5 * int(img_arr[i+1, j]) - 3 * int(img_arr[i+1, j+2]) \
45.                     - 3 * int(img_arr[i+2, j]) - 3 * int(img_arr[i+2, j+1]) - 3 *
    int(img_arr[i+2, j+2])
46.                 k4 = 5 * int(img_arr[i, j]) - 3 * int(img_arr[i, j+1]) - 3 *
    int(img_arr[i, j+2]) \
47.                     + 5 * int(img_arr[i+1, j]) - 3 * int(img_arr[i+1, j+2]) \
48.                     + 5 * int(img_arr[i+2, j]) - 3 * int(img_arr[i+2, j+1]) - 3 *
    int(img_arr[i+2, j+2])
49.                 k5 = - 3 * int(img_arr[i, j]) - 3 * int(img_arr[i, j+1]) - 3 *
    int(img_arr[i, j+2]) \
50.                     + 5 * int(img_arr[i+1, j]) - 3 * int(img_arr[i+1, j+2]) \
51.                     + 5 * int(img_arr[i+2, j]) + 5 * int(img_arr[i+2, j+1]) - 3 *
    int(img_arr[i+2, j+2])
52.                 k6 = - 3 * int(img_arr[i, j]) - 3 * int(img_arr[i, j+1]) - 3 *
    int(img_arr[i, j+2]) \
53.                     - 3 * int(img_arr[i+1, j]) - 3 * int(img_arr[i+1, j+2]) \
54.                     + 5 * int(img_arr[i+2, j]) + 5 * int(img_arr[i+2, j+1]) + 5 *
    int(img_arr[i+2, j+2])
55.                 k7 = - 3 * int(img_arr[i, j]) - 3 * int(img_arr[i, j+1]) - 3 *
    int(img_arr[i, j+2]) \
56.                     - 3 * int(img_arr[i+1, j]) + 5 * int(img_arr[i+1, j+2]) \
57.                     - 3 * int(img_arr[i+2, j]) + 5 * int(img_arr[i+2, j+1]) + 5 *
    int(img_arr[i+2, j+2])
58.
59.                 k_list = np.array([k0, k1, k2, k3, k4, k5, k6, k7])
60.                 grad = np.max(k_list)
61.
62.                 res_arr[i, j] = 255 if grad < threshold else 0
63.
64.     return res_arr
```

f. **Robinson's Compass Operator: 43**

Description: Implements eight directional 3x3 masks similar to Kirsch but uses simpler calculations.

```
def robinson_compass(img_arr, threshold):
    img_arr = expand_with_replicate(img_arr, 1)
    m, n = img_arr.shape
    res_arr = np.zeros([img_size0, img_size1])

    for i in range(img_size0):
        for j in range(img_size1):
            '''
            r0 = [-1    0    1
                  -2    0    2
                  -1    0    1]
            r1 = [0     1    2
                  -1    0    1
                  -2   -1    0]
            r2 = [1     2    1
                  0     0    0
                  -1   -2   -1]
            r3 = [2     1    0
                  1     0   -1
                  0    -1   -2]
            r4 = [1     0   -1
                  2     0   -2
```

```
                    1     0    -1]
            r5 = [0    -1    -2
                    1     0    -1
                    2     1     0]
            r6 = [-1   -2    -1
                    0     0     0
                    1     2     1]
            r7 = [-2   -1     0
                   -1     0     1
                    0     1     2]
            '''
            r0 = - int(img_arr[i, j]) + int(img_arr[i, j+2]) \
                - 2 * int(img_arr[i+1, j]) + 2 * int(img_arr[i+1, j+2]) \
                - int(img_arr[i+2, j]) + int(img_arr[i+2, j+2])
            r1 = int(img_arr[i, j+1]) + 2 * int(img_arr[i, j+2]) \
                - int(img_arr[i+1, j]) + int(img_arr[i+1, j+2]) \
                - 2 * int(img_arr[i+2, j]) - int(img_arr[i+2, j+1])
            r2 = int(img_arr[i, j]) + 2 * int(img_arr[i, j+1]) + int(img_arr[i, j+2]) \
                - int(img_arr[i+2, j]) - 2 * int(img_arr[i+2, j+1]) - int(img_arr[i+2, j+2])
            r3 = 2 * int(img_arr[i, j]) + int(img_arr[i, j+1]) \
                + int(img_arr[i+1, j]) - int(img_arr[i+1, j+2]) \
                - int(img_arr[i+2, j+1]) - 2 * int(img_arr[i+2, j+2])
            r4 = int(img_arr[i, j]) - int(img_arr[i, j+2]) \
                + 2 * int(img_arr[i+1, j]) - 2 * int(img_arr[i+1, j+2]) \
                + int(img_arr[i+2, j]) - int(img_arr[i+2, j+2])
            r5 = - int(img_arr[i, j+1]) - 2 * int(img_arr[i, j+2]) \
                + int(img_arr[i+1, j]) - int(img_arr[i+1, j+2]) \
                + 2 * int(img_arr[i+2, j]) + int(img_arr[i+2, j+1])
            r6 = - int(img_arr[i, j]) - 2 * int(img_arr[i, j+1]) - int(img_arr[i, j+2]) \
                + int(img_arr[i+2, j]) + 2 * int(img_arr[i+2, j+1]) + int(img_arr[i+2, j+2])
            r7 = - 2 * int(img_arr[i, j]) - int(img_arr[i, j+1]) \
                - int(img_arr[i+1, j]) + int(img_arr[i+1, j+2]) \
                + int(img_arr[i+2, j+1]) + 2 * int(img_arr[i+2, j+2])

            r_list = np.array([r0, r1, r2, r3, r4, r5, r6, r7])
```

```
                grad = np.max(r_list)

                res_arr[i, j] = 255 if grad < threshold else 0

    return res_arr
```

g. **Nevatia-Babu 5x5 Operator: 12500**

Description: Applies multiple 5x5 kernels to analyze high-resolution images, detecting fine and directional edges.

```
def nevatia_babu_5x5(img_arr, threshold):
    img_arr = expand_with_replicate(img_arr, 2)
    m, n = img_arr.shape
    res_arr = np.zeros([img_size0, img_size1])

    for i in range(img_size0):
        for j in range(img_size1):
            '''
            n0 = [100   100   100   100   100
                  100   100   100   100   100
                    0     0     0     0     0
                 -100  -100  -100  -100  -100
                 -100  -100  -100  -100  -100]
            n1 = [100   100   100   100   100
                  100   100   100    78   -32
                  100    92     0   -92  -100
                   32   -78  -100  -100  -100
```

```
                -100  -100  -100  -100  -100]
            n2 = [100   100   100    32  -100
                  100   100    92   -78  -100
                  100   100     0  -100  -100
                  100    78   -92  -100  -100
                  100   -32  -100  -100  -100]
            n3 = [-100 -100     0   100   100
                  -100 -100     0   100   100
                  -100 -100     0   100   100
                  -100 -100     0   100   100
                  -100 -100     0   100   100]
            n4 = [-100   32   100   100   100
                  -100  -78    92   100   100
                  -100 -100     0   100   100
                  -100 -100   -92    78   100
                  -100 -100  -100   -32   100]
            n5 = [100   100   100   100   100
                   -32    78   100   100   100
                  -100   -92     0    92   100
                  -100  -100  -100   -78    32
                  -100  -100  -100  -100  -100]
            '''
            n0 = 100 * int(img_arr[i, j]) + 100 * int(img_arr[i, j+1]) + 100 *
int(img_arr[i, j+2]) + 100 * int(img_arr[i, j+3]) + 100 * int(img_arr[i, j+4]) \
                    + 100 * int(img_arr[i+1, j]) + 100 * int(img_arr[i+1, j+1]) +
100 * int(img_arr[i+1, j+2]) + 100 * int(img_arr[i+1, j+3]) + 100 *
int(img_arr[i+1, j+4]) \
                    - 100 * int(img_arr[i+3, j]) - 100 * int(img_arr[i+3, j+1]) -
100 * int(img_arr[i+3, j+2]) - 100 * int(img_arr[i+3, j+3]) - 100 *
int(img_arr[i+3, j+4]) \
                    - 100 * int(img_arr[i+4, j]) - 100 * int(img_arr[i+4, j+1]) -
100 * int(img_arr[i+4, j+2]) - 100 * int(img_arr[i+4, j+3]) - 100 *
int(img_arr[i+4, j+4])
            n1 = 100 * int(img_arr[i, j]) + 100 * int(img_arr[i, j+1]) + 100 *
int(img_arr[i, j+2]) + 100 * int(img_arr[i, j+3]) + 100 * int(img_arr[i, j+4]) \
                    + 100 * int(img_arr[i+1, j]) + 100 * int(img_arr[i+1, j+1]) +
100 * int(img_arr[i+1, j+2]) + 78 * int(img_arr[i+1, j+3]) - 32 *
int(img_arr[i+1, j+4]) \
```

```
                    + 100 * int(img_arr[i+2, j]) + 92 * int(img_arr[i+2, j+1]) - 92 * int(img_arr[i+2, j+3]) - 100 * int(img_arr[i+2, j+4]) \
                    + 32 * int(img_arr[i+3, j]) - 78 * int(img_arr[i+3, j+1]) - 100 * int(img_arr[i+3, j+2]) - 100 * int(img_arr[i+3, j+3]) - 100 * int(img_arr[i+3, j+4]) \
                    - 100 * int(img_arr[i+4, j]) - 100 * int(img_arr[i+4, j+1]) - 100 * int(img_arr[i+4, j+2]) - 100 * int(img_arr[i+4, j+3]) - 100 * int(img_arr[i+4, j+4])
                n2 = 100 * int(img_arr[i, j]) + 100 * int(img_arr[i, j+1]) + 100 * int(img_arr[i, j+2]) + 32 * int(img_arr[i, j+3]) - 100 * int(img_arr[i, j+4]) \
                    + 100 * int(img_arr[i+1, j]) + 100 * int(img_arr[i+1, j+1]) + 92 * int(img_arr[i+1, j+2]) - 78 * int(img_arr[i+1, j+3]) - 100 * int(img_arr[i+1, j+4]) \
                    + 100 * int(img_arr[i+2, j]) + 100 * int(img_arr[i+2, j+1]) - 100 * int(img_arr[i+2, j+3]) - 100 * int(img_arr[i+2, j+4]) \
                    + 100 * int(img_arr[i+3, j]) + 78 * int(img_arr[i+3, j+1]) - 92 * int(img_arr[i+3, j+2]) - 100 * int(img_arr[i+3, j+3]) - 100 * int(img_arr[i+3, j+4]) \
                    + 100 * int(img_arr[i+4, j]) - 32 * int(img_arr[i+4, j+1]) - 100 * int(img_arr[i+4, j+2]) - 100 * int(img_arr[i+4, j+3]) - 100 * int(img_arr[i+4, j+4])
                n3 = - 100 * int(img_arr[i, j]) - 100 * int(img_arr[i, j+1]) + 100 * int(img_arr[i, j+3]) + 100 * int(img_arr[i, j+4]) \
                    - 100 * int(img_arr[i+1, j]) - 100 * int(img_arr[i+1, j+1]) + 100 * int(img_arr[i+1, j+3]) + 100 * int(img_arr[i+1, j+4]) \
                    - 100 * int(img_arr[i+2, j]) - 100 * int(img_arr[i+2, j+1]) + 100 * int(img_arr[i+2, j+3]) + 100 * int(img_arr[i+2, j+4]) \
                    - 100 * int(img_arr[i+3, j]) - 100 * int(img_arr[i+3, j+1]) + 100 * int(img_arr[i+3, j+3]) + 100 * int(img_arr[i+3, j+4]) \
                    - 100 * int(img_arr[i+4, j]) - 100 * int(img_arr[i+4, j+1]) + 100 * int(img_arr[i+4, j+3]) + 100 * int(img_arr[i+4, j+4])
                n4 = - 100 * int(img_arr[i, j]) + 32 * int(img_arr[i, j+1]) + 100 * int(img_arr[i, j+2]) + 100 * int(img_arr[i, j+3]) + 100 * int(img_arr[i, j+4]) \
                    - 100 * int(img_arr[i+1, j]) - 78 * int(img_arr[i+1, j+1]) + 92 * int(img_arr[i+1, j+2]) + 100 * int(img_arr[i+1, j+3]) + 100 * int(img_arr[i+1, j+4]) \
                    - 100 * int(img_arr[i+2, j]) - 100 * int(img_arr[i+2, j+1]) + 100 * int(img_arr[i+2, j+3]) + 100 * int(img_arr[i+2, j+4]) \
```

```
                    - 100 * int(img_arr[i+3, j]) - 100 * int(img_arr[i+3, j+1]) - 92 * int(img_arr[i+3, j+2]) + 78 * int(img_arr[i+3, j+3]) + 100 * int(img_arr[i+3, j+4]) \
                    - 100 * int(img_arr[i+4, j]) - 100 * int(img_arr[i+4, j+1]) - 100 * int(img_arr[i+4, j+2]) - 32 * int(img_arr[i+4, j+3]) + 100 * int(img_arr[i+4, j+4])
                n5 = 100 * int(img_arr[i, j]) + 100 * int(img_arr[i, j+1]) + 100 * int(img_arr[i, j+2]) + 100 * int(img_arr[i, j+3]) + 100 * int(img_arr[i, j+4]) \
                    - 32 * int(img_arr[i+1, j]) + 78 * int(img_arr[i+1, j+1]) + 100 * int(img_arr[i+1, j+2]) + 100 * int(img_arr[i+1, j+3]) + 100 * int(img_arr[i+1, j+4]) \
                    - 100 * int(img_arr[i+2, j]) - 92 * int(img_arr[i+2, j+1]) + 92 * int(img_arr[i+2, j+3]) + 100 * int(img_arr[i+2, j+4]) \
                    - 100 * int(img_arr[i+3, j]) - 100 * int(img_arr[i+3, j+1]) - 100 * int(img_arr[i+3, j+2]) - 78 * int(img_arr[i+3, j+3]) + 32 * int(img_arr[i+3, j+4]) \
                    - 100 * int(img_arr[i+4, j]) - 100 * int(img_arr[i+4, j+1]) - 100 * int(img_arr[i+4, j+2]) - 100 * int(img_arr[i+4, j+3]) - 100 * int(img_arr[i+4, j+4])

                n_list = np.array([n0, n1, n2, n3, n4, n5])
                grad = np.max(n_list)

                res_arr[i, j] = 255 if grad < threshold else 0

    return res_arr
```