> 2022-03-20
>
> 计算机视觉导论 (北京大学 2022 春)
>
> 第一次课程作业笔记 by PkuCuipy

> ⚠️ 请独立完成课程作业!
>
> 报告及代码仅供参考, 欢迎 issue 讨论代码中的问题和改进办法, 提前表示感谢!
>
> 另附我的完成时间如下, 供任务量参考:
>
> 第一题: 2.5h; 第二题: 3.5h; 第三题: 0.5h; 第四题: 3h; 第五题: 2h

# 1. Convolution operation (15')

## 1(a) Implementing Padding Function

- 在 Replicate Padding 中, 要注意四个角上的复制的规则.

## 1(b) Implementing 2D Convolution via Toeplitz Matrix

- Toeplitz Matrix 的构造参考 2-D convolution as a matrix-matrix multiplication.
- 题目暗示要用 fancy indexing 构造 Toeplitz Matrix, 我不太能想得到, 而是用的 `np.roll()` 来实现.

  因为矩阵 T 正是这种「每行是上一行的错开」的那种形状 (不完全是, 请自行推导 or 参考链接).

## 1(c) Convolution by Sliding Window

- 这个题要求用纯粹的不带 for 的 Numpy 来完成.

  用到的索引方式我之前确实没用过, 是这样的:

  对一个二维矩阵 A 而言, `A[ [1,2,3] ]` 意味着取出 A 的第 1、2、3 行, 然后构成一个矩阵;

  而如果 `A[•]` 中的 `•` 是二维矩阵, 则会得到一个三维矩阵, 每个子二维矩阵是用 `•` 的某一行对 A 进行索引得到的二维矩阵.
- 具体代码参考: 2D Image Convolution with Numpy with a Handmade Sliding Window View.

  其思路是: 首先取出 012 行、123 行、234 行..., 然后对每个 [xyz] 行都再取 012 列、123 列、234 列...

# 2. Canny Edge Detector (20')

## 2(a) Compute the Image Gradient

- 由于涉及除法, 最好应该在分母上加上 Epsilon 防止出现 NaN. 我这里取的 `EPS = 1e-10`.

## 2(b) Non-Maximal Suppression (NMS)

- NMS 的思路就是: 对于 (m, n) 位置, 计算当前的值 A, 以及梯度正方向和梯度反方向走 1 格的值 B、C,

  如果发现 A > B 且 A > C, 则说明 A 是一个 Maximal, 否则就是 Non-Maximal, 需要被 Suppress.
- 这里由于 B、C 点不一定是网格点, 因此需要通过插值得到. 这里使用双线性插值 (BiLinear Interpolation).
- 并行化的双线性插值参考在numpy和python中简单有效的双线性插值图像.

  要注意仔细判断链接里代码的 x 和 y 的方向是否和你理解的一致! (我就被这里坑到了, 见下)

- 用 Lenna 图 NMS 后的梯度有点断断续续的, 和 PPT 上的不太一样, 不知道是否正常?..

  **不正常!** 最后发现把 grad_x 和 grad_y 交换一下顺序才对.

  这是因为: 题目理解的 x 和 y 方向是 x 向右, y 向下; 而我则想当然地认为 x 向下, y 向右. 真是**$%#!&**了.

### 2(c) Edge Linking with Hysteresis Threshold

- 这里 PPT 上没有详细的细节, 于是参考了这篇文章和这篇博客.

## 3. Harris Corner Detector (10')

- 直接抄的 PPT 上的公式, 翻译成 Numpy 几行就搞定. 但完全不知道原理.

## 4. Plane Fitting using RANSAC (25')

- RANSAC 算法参考这个页面, 简短直观. 也参考了wiki 的这个部分.
- 直觉上说, 就是现在有一堆点, 假设是 M 个. 但其中只有一部分能比较近似地拟合一条直线, 假设占比为 $p$, 称为 inlier; 另外的则比较离谱地分散各处, 后者被称之为 outlier. 此时如果使用最小二乘, 拟合的直线会被 outlier 严重影响!!
- RANSAC 的解决办法是:
  - 从这 M 个点中随机抽取 N 个点, 用这 N 个点做最小二乘拟合出一个直线 l. 然后检查 l 在 M 上的 inlier 个数 K.
  - 如果 K 目前最大, 就记录下直线 l.
  - 重复这样抽 L 次. L 可以预先计算, 使得在多少多少概率下 (比如 > 99.9%) 最好的 K 对应的 l 恰是包含所有 inlier 的.
- 对于这道题的数据而言, 130 个点, 其中 100 个点都完美地落在一个二维平面, 另外30个则散布在空间各处.

  要求预先给定轮数 L 以保证至少 99.9% 的概率最后能成功找到完美的平面.
- 计算 L:

  对于每一轮, 由于拟合平面只需要抽 3 个点, 那这三个点都是 inlier (从而成功) 的概率就是 $\frac{100}{130}\frac{99}{129}\frac{98}{128} \approx 0.452$.

  那么 L 轮至少成功一次的概率 $P_L = 1 - (1 - 0.452)^L$,

  令之 > 0.999, 得到 $(1 - 0.452)^L < 0.001$, 即 $L \ln(1 - 0.452) < \ln(0.001)$, 即 $L > \ln(0.001) / \ln(0.548) \approx 11.48$.

  那取 L = 12 就满足成功概率的要求.
- 对于每一组三个点, 都要对全部点计算是否为 inlier. 这显然是一个二重循环.

  如何使用 numpy 并行呢? 这里用到 CS231n HW1 的同款技巧, 那就是:

  (以这道题 groups.shape=(12, 3)、 points.shape=(130, 3) 为例)

  分别先将二者 reshape 到 (12, 1, 3) 和 (1, 130, 3),

  那么当这两个矩阵, 比如, 相加时, Numpy 就会自动将长度是 1 的维度 broadcast 到对方的相应尺寸!

  于是最终得到的结果就是 shape=(12, 130, 3) 的.
- 这里随机抽样要求并行地进行, 但我遇到了一些小问题, 注释里有提到.

  大概就是, 因为要抽取很多组点, 每组里面的三个点得是互异的, 因此要不放回抽样, 但组之间又理应是放回抽样的.

  所以我也不知道怎么一次性调用 Numpy 生成这样的随机数. 我在用了一个取巧的办法, 对于这道题倒是能完美解决.

  以及也是想吐槽, 这次作业要求是除非显式允许, 否则默认禁止使用 for 循环. 但对于这种其实没什么计算量的地方就很烦, 因为如果允许 for 循环, 这个地方就根本不是问题!

## 5. Backpropagation for an MLP (30')

- 做到这里, 忽然意识到这次作业的分值和难度似乎是成反比的. 这道题的难度绝对不**值** 30 分!

  但还是 Debug 了快 1h, 最后发现是因为 sigmoid 那里求导搞错了! (印象里之前就在这个地方出过错..)

  即: 如果令 $a(z)=\mathrm{sigmoid}(z)$, 则应该有 $a'_z=a(1-a)$, 而不是 $a'_z=z(1-z)$ !
- 另外就是关于: 对于 A、B、C 三个矩阵和相应的运算 $C=AB$, 什么叫 $\partial C/\partial A$?

  我的理解是, 光这么看肯定是未定义的, 但如果最后计算出的 Loss 是一个数, 比如 Loss = `np.sum(C)`,

  那么如果想问 $\partial L/\partial A$, 那么其实就可以拆成 $\partial L/\partial A=\partial L/\partial C\cdot\ulcorner\partial C/\partial A\urcorner$.

  观察等号右边, 第一项是有定义的, 因为是一个数去偏一个矩阵, 那就是个矩阵;

  第二项就是刚才我们认为未定义的东西. 但这里**可以证明**这里缺失的东西其实是 $B^T$,

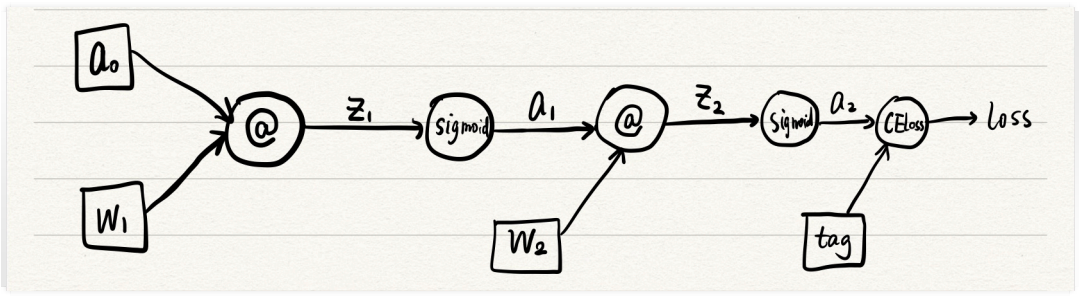
  所以我们就**形式化地**写成 $\partial C/\partial A=B^T$.
- 好吧, 上一段是我意淫的, 主要是参考的 Backpropagation for a Linear Layer from Justin Johnson,

  他这里是用了一个具体的例子来"证明"**这一点** (即上一段那个加粗的"**可以证明**"),

  然后直接告诉你对于一般的情形也成立 (*but it holds for any values of N, D, and M*), 你爱信不信.
- 不过我的看法就是, 既然是线性的, 你考虑三个实数的运算 $c=ab$, 此时导数是很显然的 ($\mathrm{d}c/\mathrm{d}a=b$),

  而换成矩阵的话, 就多加一个转置即可.

  如果记不住要不要转置, 技巧就是, 对于这种全是线性的运算, 看维数能否使得矩阵乘法合法即可!
- 本题代码中计算图部分涉及的变量名如下图所示:




第五题的计算图