

2022-04-16 — 2022-04-21

计算机视觉导论 (北京大学 2022 春)

第二次课程作业笔记 by PkuCuipy

⚠ 请独立完成课程作业!

报告及代码仅供参考, 欢迎 issue 讨论代码中的问题和改进办法, 提前表示感谢!

另附我的完成时间如下, 供任务量参考:

第一题: 5h (误入歧途浪费了很多时间, 如果直接找博客直奔主题, 2h 应该能搞定)

第二题: 3h (外加很久 (3h+) 的训练和调参的尝试, 虽然后来发现是自己想复杂了..)

第三题: 1.5h (把 Slides 上的结论实现成代码就行)

1. Batch Normalization (30')

1(a) Implement the Forward Pass for Training

- 注意计算 μ 和 σ 时分母是 N , 而不是 $N-1$. 调包的时候可能要注意.
- β 和 γ 是 C 维向量, 而不是一个实数, 之前一直搞错了hhh

1(b) Implement the Backward Pass for Training

- 用计算图的方法来计算可以参考这篇[知乎文章](#). 其思路就是严格地按照计算图一步一步来.
- 一个 Tip 是推导这个的时候可以不考虑样本的 channel 数 C , 而是只需要先考虑假设 x 是 Batch Size 个 Scalar 来推即可.
- 对于这里, $\partial L / \partial \gamma$ 和 $\partial L / \partial \beta$ 都是比较简单的. 而 $\partial L / \partial x$ 则要用计算图的技巧——如果不这样, 硬推的话要注意 x_i 影响 L 可不仅是通过 y_i , 而是通过全部的 y_1, \dots, y_n ! 这里一开始我搞错了, 浪费了不少时间还没检查出错误, 多亏课友帮忙.
- 注: 计算图的核心思路就是: 假设节点 A 的下游节点是 B 和 C , 那么 $\partial L / \partial A$ 就拆解为 $\partial L / \partial B \cdot \partial B / \partial A + \partial L / \partial C \cdot \partial C / \partial A$.

Handwritten mathematical derivations for the backward pass of Batch Normalization:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \hat{x}} = \frac{\partial L}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial \hat{x}} = \text{dout} \cdot \text{gamma} \\ \frac{\partial L}{\partial \sigma^2} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial L}{\partial \hat{x}_i} \cdot \frac{\partial \hat{x}_i}{\partial \sigma^2} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial L}{\partial \hat{x}_i} \cdot \frac{x_i - \mu}{(\sigma^2 + \epsilon)^{\frac{3}{2}}} \\ \frac{\partial L}{\partial \mu} = \left(\sum_{i=1}^N \frac{\partial L}{\partial \hat{x}_i} \cdot \frac{\partial \hat{x}_i}{\partial \mu} \right) + \left(\frac{\partial L}{\partial \sigma^2} \cdot \frac{\partial \sigma^2}{\partial \mu} \right) = \left(\sum_{i=1}^N \frac{\partial L}{\partial \hat{x}_i} \cdot \frac{-1}{\sqrt{\sigma^2 + \epsilon}} \right) + \left(\frac{\partial L}{\partial \sigma^2} \cdot \frac{-2}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu) \right) \end{cases}$$

Final simplified expression for $\frac{\partial L}{\partial x}$:

$$\Rightarrow \frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial L}{\partial \mu} \cdot \left(\frac{\partial \mu}{\partial x} \right) + \frac{\partial L}{\partial \sigma^2} \cdot \left(\frac{\partial \sigma^2}{\partial x} \right) + \frac{\partial L}{\partial \hat{x}} \cdot \left(\frac{\partial \hat{x}}{\partial x} \right) = \frac{1}{\sqrt{\sigma^2 + \epsilon}}$$

1(c) Implement the Forward Pass for Inference

- 和 1(a) 的区别在于这里 μ 和 σ 使用 Streaming Algorithm 给出, 而非通过 batch 算出来 (test 的时候 B 恒为 1 也没法算 σ).

2. Train a CNN on CIFAR-10 (40')

- CIFAR-10 数据集: 60000 32x32 colour images in 10 classes, 6000 images per class. 50000 train and 10000 test.

2(a) Implement a CNN

- CNN 网络结构的建议见 PDF 最后一页, 保险起见我正是按照这个实现的。
其中每个结构的参数 (channel 数、padding、kernel_size 等) 可以通过图中箭头上的数字推断得到。
- **不要**擅自主张在最后加 `nn.Softmax()` ! 因为给的代码中用的 Loss 是 `CrossEntropyLoss`, 而根据 PyTorch 的文档, 这个东西接收的 input 应该是 "raw" 的, 即不是 Softmax 过的! 本质的原因也很简单, 因为 `nn.CrossEntropyLoss()` 是 `nn.LogSoftmax()` 和 `nn.NLLLoss()` 组合起来的简写而已hhh.

```
1 self.model = nn.Sequential(  
2     # PART 1  
3     nn.Conv2d(in_channels=3, out_channels=32, kernel_size=3), nn.ReLU(),  
4     nn.Conv2d(in_channels=32, out_channels=32, kernel_size=3), nn.ReLU(),  
5     nn.MaxPool2d(kernel_size=2),  
6     # PART 2  
7     nn.Conv2d(in_channels=32, out_channels=64, kernel_size=3), nn.ReLU(),  
8     nn.Conv2d(in_channels=64, out_channels=64, kernel_size=3), nn.ReLU(),  
9     nn.MaxPool2d(kernel_size=2),  
10    # PART 3  
11    nn.Flatten(start_dim=1, end_dim=-1),  
12    nn.Linear(in_features=1600, out_features=512), nn.ReLU(),  
13    nn.Linear(in_features=512, out_features=10),  
14    # nn.Softmax() # 不要擅作主张!  
15 )
```

2(b) Adjust Learning Rate and Visualize Curves

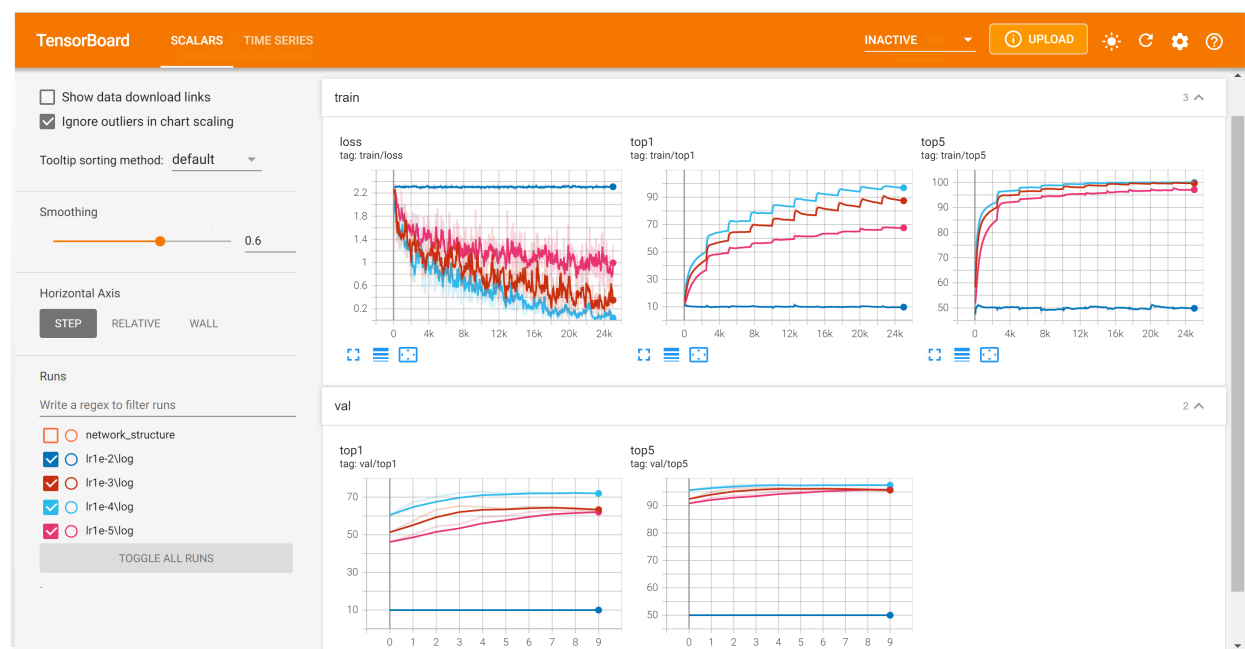
- 利用 Tensorboard 绘制用到的关键代码如下. `add_scalar` 的参数依次为: 图表名称、y 轴值、x 轴值.

```
1 writer.add_scalar('train/loss', loss, iteration)
```

- 实现完绘图指令后, 在 Shell 运行如下命令得到不同学习率下的图表  (& 是依次运行的小技巧):

```
1 python train.py -e lr1e-2 -l 1e-2 &  
2 python train.py -e lr1e-3 -l 1e-3 &  
3 python train.py -e lr1e-4 -l 1e-4 &  
4 python train.py -e lr1e-5 -l 1e-5 &  
5 echo "All Done!"
```

- 关于这里统计的 top-1 和 top-5:
 - top-1: 模型预测概率最高那个类是否是真实类?
 - top-5: 模型预测概率最高的那 5 个类中是否包含真实类?
- 运行结果:



- 为什么 Accuracy 曲线 (第一层中间) 呈阶梯状???

2(c) Data Augmentation and Visualization

- 根据代码框架, 需要补全的是 `CIFAR10` 类的 `__getitem__` 方法来实现 Data Augmentation.

这里我疑惑了一会——因为感觉这样会让原数据被替换, 而非增加新数据.

后来看到[这个帖子](#)才恍然大悟——因为具有随机性, 所以对 dataset 的同一个 index 的多次索取取出的图片是具有随机变化的!

2(d) Further Improve your Network

- 根据 2(b) 的运行结果, 可知 $1e-4$ 的学习率可以达到最好的效果, 此时 Validation Accuracy 是 72%, 而这道题只要 $\geq 75\%$ 就能拿到满分, 所以可以直接基于这个进行调整——事实上只要加上 Horizontal Flip 的 Data Augment, 就可以达到 76% 的 Accuracy, 从而拿到满分. 以下是踩坑:
- 最开始发现只要一加 ColorJitter 就学不出来, 非常诡异; 后来过了几天查出来问题了: `torch.transforms` 接收的图片是 float32 的 $[0, 1]$ 的 `torch.tensor`! 然而代码框架里原本的 `img` 是 $[0, 255]$ 的 float32 `numpy.ndarray`, 这实在令人迷惑! 我一开始看到 float32 想当然地以为是 $[0, 1]$ 的了.. 所以解决办法就是: 喂给 transform 前 `/255`, 变换完再乘回去 (只为了训练其实也不用乘回去, 乘回去只是因为之前代码框架中的 output 是 $0\sim 255$ 的 float.. 这样可以兼容作业框架中「可视化 Data Augment 后的 CIFAR data」的那部分代码.

3. Camera Calibration (30')

3(a) Compute the Corresponding 3D coordinates

- 不知道什么叫 Compute, 我反正是人工一个一个写的..

3(b) Construct the Equation $Pm = 0$ and Solve m

- 使用 Slides 上的公式来构造系数矩阵 P:

Calibration Problem

$$\begin{cases} -u_1(\mathbf{m}_3 P_1) + \mathbf{m}_1 P_1 = 0 \\ -v_1(\mathbf{m}_3 P_1) + \mathbf{m}_2 P_1 = 0 \\ \vdots \\ -u_n(\mathbf{m}_3 P_n) + \mathbf{m}_1 P_n = 0 \\ -v_n(\mathbf{m}_3 P_n) + \mathbf{m}_2 P_n = 0 \end{cases} \longrightarrow \boxed{\mathbf{P} \mathbf{m} = 0} \quad [\text{Eq. 4}]$$

Homogenous linear system

known unknown

$$\mathbf{P} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} P_1^T & \mathbf{0}^T & -u_1 P_1^T \\ \mathbf{0}^T & P_1^T & -v_1 P_1^T \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ P_n^T & \mathbf{0}^T & -u_n P_n^T \\ \mathbf{0}^T & P_n^T & -v_n P_n^T \end{pmatrix}_{2n \times 12}$$

$$\mathbf{m} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} \mathbf{m}_1^T \\ \mathbf{m}_2^T \\ \mathbf{m}_3^T \end{pmatrix}_{4 \times 1}$$

- 使用 SVD 的技巧求解方程 $\mathbf{P}\mathbf{m}=0$ 中的 \mathbf{m} :
 - 为了避免问题 $\mathbf{P}\mathbf{m} = 0$ 的平凡解 $\mathbf{m} = 0$.
 - 问题转换为在 $|\mathbf{m}| = 1$ 的约束下最小化 $|\mathbf{P}\mathbf{m}|$.
 - 而对 \mathbf{P} 进行 SVD 分解, 即 $\mathbf{P} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T$, 则其中的 v_n 刚好符合 \mathbf{m} 的定义. 即 $\mathbf{m} = v_n$, 其中 v_n 是 \mathbf{V} 的最后一列.

3(c) Solve K and [R T] from m

- 套 Slides 上的公式即可:

- Since $||\hat{\mathbf{M}}||_F = 1$, we need find a scale ρ to unnormalize it:

$$\mathbf{M} = \rho \hat{\mathbf{M}} = \begin{pmatrix} \alpha \mathbf{r}_1^T - \alpha \cot \theta \mathbf{r}_2^T + u_0 \mathbf{r}_3^T & \alpha t_x - \alpha \cot \theta t_y + u_0 t_z \\ \frac{\beta}{\sin \theta} \mathbf{r}_2^T + v_0 \mathbf{r}_3^T & \frac{\beta}{\sin \theta} t_y + v_0 t_z \\ \mathbf{r}_3^T & t_z \end{pmatrix} = \mathbf{K} [\mathbf{R} \quad \mathbf{T}]$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \alpha & -\alpha \cot \theta & u_0 \\ 0 & \frac{\beta}{\sin \theta} & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Note that we can also represent $\hat{\mathbf{M}} = [\hat{\mathbf{A}}_{3 \times 3} \quad \hat{\mathbf{b}}_{1 \times 3}]$, which satisfies $\mathbf{A} = \rho \hat{\mathbf{A}}, \mathbf{b} = \rho \hat{\mathbf{b}}$.

记刚才得到的 \mathbf{m} 为 \mathbf{M}_{hat}

$$\mathbf{M} = \rho \hat{\mathbf{M}} = \begin{pmatrix} \alpha \mathbf{r}_1^T - \alpha \cot \theta \mathbf{r}_2^T + u_0 \mathbf{r}_3^T & \alpha t_x - \alpha \cot \theta t_y + u_0 t_z \\ \frac{\beta}{\sin \theta} \mathbf{r}_2^T + v_0 \mathbf{r}_3^T & \frac{\beta}{\sin \theta} t_y + v_0 t_z \\ \mathbf{r}_3^T & t_z \end{pmatrix} = \mathbf{K} [\mathbf{R} \quad \mathbf{T}]$$

Box 1

$$\hat{\mathbf{M}} \triangleq [\hat{\mathbf{A}} \quad \hat{\mathbf{b}}] \quad \hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{a}}_1^T \\ \hat{\mathbf{a}}_2^T \\ \hat{\mathbf{a}}_3^T \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \\ \hat{b}_3 \end{bmatrix}$$

Estimated values from $\hat{\mathbf{M}}$

Intrinsic

$$\rho = \frac{\pm 1}{|\hat{\mathbf{a}}_3|}$$

$$u_0 = \rho^2 (\hat{\mathbf{a}}_1 \cdot \hat{\mathbf{a}}_3)$$

$$v_0 = \rho^2 (\hat{\mathbf{a}}_2 \cdot \hat{\mathbf{a}}_3)$$

$$\cos \theta = \frac{(\hat{\mathbf{a}}_1 \times \hat{\mathbf{a}}_3) \cdot (\hat{\mathbf{a}}_2 \times \hat{\mathbf{a}}_3)}{|\hat{\mathbf{a}}_1 \times \hat{\mathbf{a}}_3| \cdot |\hat{\mathbf{a}}_2 \times \hat{\mathbf{a}}_3|}$$

$\rho \hat{\mathbf{a}}_1 \cdot \rho \hat{\mathbf{a}}_3 = u_0$
 $\rho \hat{\mathbf{a}}_2 \cdot \rho \hat{\mathbf{a}}_3 = v_0$

ρ, u_0, v_0 和 θ 的公式. (这里士号我取的+)

$$M = \rho \hat{M} = \begin{pmatrix} \underbrace{\alpha \mathbf{r}_1^T - \alpha \cot \theta \mathbf{r}_2^T + u_0 \mathbf{r}_3^T}_{\mathbf{A}} & \underbrace{\alpha t_x - \alpha \cot \theta t_y + u_0 t_z}_{\mathbf{b}} \\ \frac{\beta}{\sin \theta} \mathbf{r}_2^T + v_0 \mathbf{r}_3^T & \frac{\beta}{\sin \theta} t_y + v_0 t_z \\ \mathbf{r}_3^T & t_z \end{pmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

Box 1

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{a}}_1^T \\ \hat{\mathbf{a}}_2^T \\ \hat{\mathbf{a}}_3^T \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{b}}_1 \\ \hat{\mathbf{b}}_2 \\ \hat{\mathbf{b}}_3 \end{bmatrix}$$

Estimated values from \hat{M}

Intrinsic

$$\alpha = \rho^2 |\hat{\mathbf{a}}_1 \times \hat{\mathbf{a}}_3| \sin \theta$$

$$\beta = \rho^2 |\hat{\mathbf{a}}_2 \times \hat{\mathbf{a}}_3| \sin \theta$$

α, β 的公式

$$M = \rho \hat{M} = \begin{pmatrix} \underbrace{\alpha \mathbf{r}_1^T - \alpha \cot \theta \mathbf{r}_2^T + u_0 \mathbf{r}_3^T}_{\mathbf{A}} & \underbrace{\alpha t_x - \alpha \cot \theta t_y + u_0 t_z}_{\mathbf{b}} \\ \frac{\beta}{\sin \theta} \mathbf{r}_2^T + v_0 \mathbf{r}_3^T & \frac{\beta}{\sin \theta} t_y + v_0 t_z \\ \mathbf{r}_3^T & t_z \end{pmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

Box 1

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{a}}_1^T \\ \hat{\mathbf{a}}_2^T \\ \hat{\mathbf{a}}_3^T \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{b}}_1 \\ \hat{\mathbf{b}}_2 \\ \hat{\mathbf{b}}_3 \end{bmatrix}$$

Estimated values from \hat{M}

Extrinsic

$$\mathbf{r}_1 = \frac{(\hat{\mathbf{a}}_2 \times \hat{\mathbf{a}}_3)}{|\hat{\mathbf{a}}_2 \times \hat{\mathbf{a}}_3|} \quad \mathbf{r}_3 = \frac{\pm \hat{\mathbf{a}}_3}{|\hat{\mathbf{a}}_3|}$$

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_3 \times \mathbf{r}_1 \quad \mathbf{T} = \rho \mathbf{K}^{-1} \hat{\mathbf{b}}$$

R = [r1, r2, r3] 和 T 的公式. (这里±号我取的+)