5-1. 参考课件《偏微分方程 A》，对 Kruskal, Zalusky 孤立子问题, 给出数值解（随时间演化的动画示意图，或者代表性时刻的帧图）及说明，注意保证大 t 时数值结果的稳定性。

$$\begin{cases} u_t + uu_x + \delta^2 u_{xxx} = 0 \\ u(x,0) = \cos(\pi x) \qquad 0 \le x \le 2. \end{cases}$$

u, u_x, u_{xx}为在[0,2]上的周期函数。

5-2. 参考课件《偏微分方程 B》，使用谱方法或者其他方法求解 2 维扩散方程，给出数值解（随时间演化的动画示意图，或者代表性时刻的帧图）及说明：

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + D\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

其中$D = 1$， $0 <= x <= 1$, $0 <= y <= 1$,

x 方向的边界条件为$T(x = 0, y) = T(x = 1, y) = 0$,

y 方向的边界条件为$dT/dy(x, y = 0) = dT/dy(x, y = 1) = 0$

5-3. 考虑由以下初始条件和边界条件给出的振动方膜的二维波动方程:

$$\begin{cases} \lambda\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} & x, y \in [0,1], t \ge 0 \\ u(x,y,0) = sin(\pi x)sin(2\pi y) & x, y \in (0,1) \\ u = 0 \ \text{ boundary} & t \ge 0 \\ \partial u/\partial t|_{t=0} = 0 & x, y \in (0,1) \end{cases}$$

边界由 x=0, x=1, y=0 及 y=1 给定。λ 可以取为 1。

1) 使用分离变量法给出该方程的解析解。
2) 使用二维差分网格,写出求解该方程的显式方法的算法，并编写数值求解离散波动方程的程序。特别是描述如何处理边界条件和初始条件，并将结果与封闭形式的解决方案进行比较。
3) 给出不同差分步长($\Delta t, \Delta x$及Δy）情形的数值表现，特别是考虑和校验数值稳定性条件（此处可以设置$\lambda = 1, 2$等不同值）：

$$\Delta t \le \frac{1}{\sqrt{\lambda}}\left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}\right)^{-1/2}$$

4) 对$\Delta x = \Delta y$情形，给出结果的动画展示。

5-4. 参考课件《随机数及简明概率论》，选取某种程序自带的随机数产生方法，产生一组[0-1]之间均匀分布的随机数， 统计[0-0.1-0.2...0.9-1.0]各个区间的撒点数。重复上述步骤多次（如：10000 次）

1）请数值模拟，得到落入区间如[0.3-0.4]内的随机数的比例，给出这个比例的

10000 次数值的分布曲线，并给予论述说明；

2）参照课件，构建 Chi2 检验随机数的性质，并论述结果。