NumPy 라이브러리

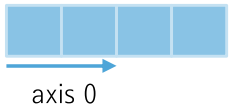
NumPy

- 강력한 N차원 배열 객체로 범용적 데이터 처리를 위한 다차원 컨테이너
  - 과학 연산을 위한 파이썬 핵심 라이브러리 중 하나로 빠른 고성능 연산을 위해 C언어로 구현
    - 파이썬의 편의성과 C언어의 연산 능력을 동시에 이용
  - 벡터부터 텍서에 이르기까지 다양한 방법으로 만드는 다차원 배열 제공하며, 선형대수 문제를 쉽게 처리할 수 있음
    - 스칼라 scalar
      - 하나의 값. a = 10
    - 벡터 vector
      - 순서가 있는 1차원 배열. x = [0, 1, 2]
      - 순서가 없는 배열은 집합 set
    - 행렬 matrix
      - 벡터 m이 n개 존재(m x n)하는 2차원 배열
      - 1 x n 행 row 벡터 [[1 2]] 와 m x 1 열 column 벡터 $\begin{matrix}[[1]\\[2]]\end{matrix}$ 는 서로 전치 관계
    - 텐서 tensor
      - 같은 크기의 행렬로 구성된 3차원 이상 배열
  - 인기있는 서드파티 라이브러리들이 NumPy를 기본 자료구조로 사용하거나 호환됨
    - matplotlib, pandas, opencv, pytorch, tensorflow 등

ndarray

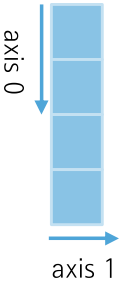
- NumPy의 다차원 배열 객체
  - ndarray의 주요 속성
    - ndarray.ndim: 배열의 축 $_{axis}$ (차원 $_{dimensions}$) 수
    - ndarray.shape: 배열의 차원으로, 각 차원 배열의 크기를 정수 튜플로 나타냄.
      - ($4_{axis\ 0}$,), ($4_{axis\ 0}$, $3_{axis\ 1}$), ($2_{axis\ 0}$, $4_{axis\ 1}$, $3_{axis\ 2}$)
      - 4 ≒ (4,) ➡ (1, 4): 1x4 행 벡터
      - (4, 1): 4x1 열 벡터
    - ndarray.size: 배열의 총 요소 수로, 각 차원 배열의 크기를 모두 곱한 값
    - ndarray.dtype: 배열 요소 타입
      - 정수: numpy.int8, numpy.int16, numpy.int32, numpy.int64 (== int, 정수 기본 타입)
      - 실수: numpy.float16, numpy.float32, numpy.float64 (== float, 실수 기본 타입), nympy.float128
      - 기타: numpy.complex, numpy.bool, numpy.str, numpy.object
    - ndarray.itmesize: 바이트 단위 배열 요소의 크기 (요소 타입 크기)
    - ndarray.data: 실제 배열 요소를 포함하는 버퍼로, 이미지나 오디오 같은 바이너리 데이터를 다룰 때 사용

1D array



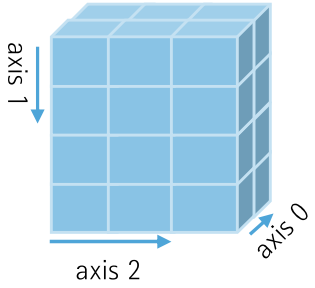
ndim: 1
shape: (4,)
size: 4
dtype: int64
itemsize: 8

2D array



ndim: 2
shape: (4, 1)
size: 4
dtype: int64
itemsize: 8

3D array



ndim: 3
shape: (2, 4, 3)
size: 24
dtype: int64
itemsize: 8

실습 환경

- WSL 리눅스에서 실습
  - 윈도우 C 드라이버에 VSCode를 포터블 모드로 설치해야 함
    - C:₩VSCode
  - WSL 우분투 리눅스 실행
    - 윈도우 터미널의 시작 메뉴에서 우분투를 선택하거나 명령창에서 wsl 실행
    - Numpy 라이브러리 설치
      - sudo pip3 install numpy
    - 작업 공간 생성
      - mkdir -p ~/Project/Python/ws
      - cd ~/Project/Python/ws
    - WSL 리눅스에서 VSCode 실행 및 테스트
      - /mnt/c/VSCode/bin/code np_test.py
      - 만약 환경변수 PATH에 /mnt/c/VSCode/bin이 등록되어 있다면 (export PATH=/mnt/c/VSCode/bin:$PATH)
        - code np_test.py

배열 생성

- 파이썬 객체 (리스트, 튜플)
  - 2차원 이상은 반드시 열의 개수가 일치해야 함
  - 요소 중에 실수가 하나라도 포함되면 실수 타입
  - 정수 요소의 디폴트 타입은 int64이고 실수 요소의 디폴트 타입은 float64

```
01: import numpy as np
02:
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: a1 = np.array([2, 3, 4], dtype=np.int8)
06: a2 = np.array((1.5, 7, 9, 10))
07: a3 = np.array([[2, 3, 4], [7, 9, 10]])
08:
09: show("a1:", a1)
10: show("a2:", a2)
11: show("a3:", a3)
```

배열 생성

- 범위 기반
  - arange()는 range()처럼 주어진 [start, stop)에서 균일한 정수 또는 실수 배열 반환
    - numpy.arange([start]stop, [step,]dtype=None)
  - linspace()는 arange()와 유사하나 step이 실수이면 오차가 발생할 수 있으므로 개수 사용
    - numpy.linspace(start, stop, num=50, endpoint=True, retstep=False, dtype=None, axis=0)

```
01: import numpy as np
02
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: a1 = np.arange(27+1)
06: a2 = np.arange(1, 10+1, 0.5)
07: a3 = np.linspace(1, 10+1, 20)
08:
09: show("a1:", a1)
10: show("a2:", a2)
11: show("a3:", a3)
```

배열 생성

- 특정 값으로 초기화
  - numpy.zeros(shape, dtype=float): 배열 전체를 0으로 초기화
  - numpy.ones(shape, dtype=None): 배열 전체를 1로 초기화. 기본 타입은 float
  - numpy.full(shape, fill_value, dtype=None): 배열 전체를 전달한 값으로 초기화
  - numpy.eye(N, M=None, k=0, dtype=float): N x M 배열에 대해 대각선이 1이고 나머지는 0으로 초기화
    - M을 생략하면 M=N (항등 또는 단위 행렬 identity matrix) , k는 대각선 인덱스로 0은 기준 대각, 양수는 기준 대각 위쪽, 음수는 아래쪽
  - numpy.diag(a, k=0): 단위 행렬의 대각선 값들을 하나의 배열로 반환

```
01: import numpy as np
02
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: a0 = np.zeros(5)
06: a1 = np.zeros((5,1), dtype=int)
07: a2 = np.ones((3, 4), dtype=int)
08: a3 = np.full((2, 3), -1)
09: a4 = np.eye(5, k=1)
10: a5 = np.diag(a4, k=1)
11:
12: show("a0:", a0) ; show("a1:", a1) ; show("a2:", a2)
13: show("a3:", a3) ; show("a4:", a4) ; show("a5:", a5)
```

배열 생성

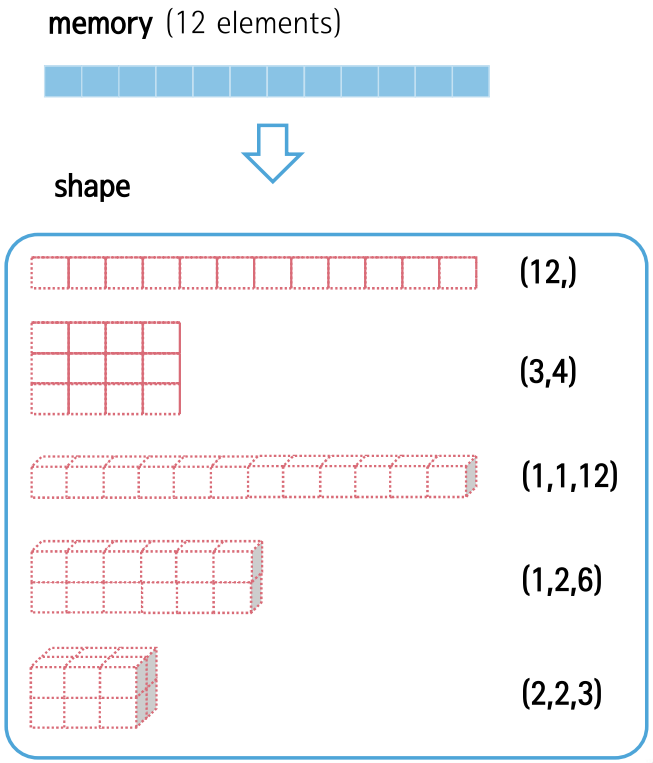
- 기존 배열 복사
  - numpy.ones_like(a, dtype=None): 1로 채워진 배열
  - numpy.zeros_like(a, dtype-None): 0으로 채워진 배열
  - numpy.full_like(a, fill_value, dtype=None): 전달한 값으로 채워진 배열

```
01: import numpy as np
02
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: a = np.linspace(1, 12, 12).reshape((2, 3, 2))
06:
07: b1 = np.ones_like(a)
08: b2 = np.zeros_like(a)
09: b3 = np.full_like(a, -1)
10:
11: show("a:", a)
12: show("b1:", b1)
13: show("b2:", b2)
14: show("b3:", b3)
```

모양 변경

- 배열은 각 축을 따라 요소의 수로 지정된 모양을 가짐
  - 배열 자체는 변하지 않고 새로운 차원으로 모양만 바꾸므로 size는 같아야 함
    - numpy.reshape(a, new_shape)
    - ndarray.reshape(new_shape)
  - 모양에 맞춰 배열 크기도 함께 변경하므로 새 모양의 size가 더 크면 나머지 요소는 0으로 채움
    - ndarray.resize(new_shape)

```
01: import numpy as np
02
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: a1 = np.full((6, 3), -1)
06: a2 = np.reshape(a1, (3, 3, 2))
07: a3 = np.arange(1, 10 + 1, 0.5).reshape((5, 4))
08: a4 = np.linspace(1, 10 + 1, 20).reshape((2, 5, 2))
09:
10: show("a1:", a1)
11: show("a2:", a2)
12: show("a3:", a3)
13: show("a4:", a4)
```



기본 연산

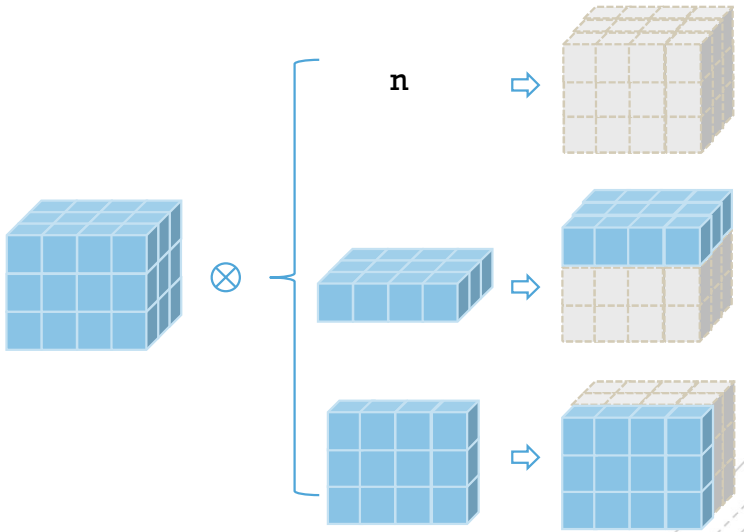
- 산술 연산과 관계 연산
  - 산술 연산과 관계 연산은 행렬 요소 사이 1:1로 적용되며 관계 연산은 불 결
    - 피 연산자는 배열 또는 스칼라 값으로 둘 다 배열일 때는 shape와 size가 같아야 함
      - 스칼라 값은 같은 크기 및 모양의 배열로 브로드캐스딩 broadcasting 한 후 연산 수행
    - 산술 연산은 연산자 (+, -, *, /, %, **)와 함수(numpy 모듈의 add, subtract, multiply, divide, mod, power) 모두 지원. *는 일반적인 행렬 곱셈이 아님
    - 관계 연산의 결과는 불 배열

```
01: import numpy as np
02:
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: a1 = np.array([10, 20, 30, 40, 50, 60])
06: a2 = np.linspace(5, 6, a1.size)
07:
08: b1 = a1 - a2
09: b2 = np.power(b1, 2)    # b1 ** [2, 2, 2, 2, 2, 2]
10: b3 = np.sin(a1) * 10    # np.sin(a1) * [10, 10, 10, 10, 10, 10]
11: b4 = a1 % a2
12: b5 = b1 < 25            # b1 < [25, 25, 25, 25, 25, 25]
13:
14: show("a1:", a1) ; show("a2:", a2)
15: show("b1:", b1) ; show("b2:", b2) ;  show("b3:", b3) ; show("b4:", b4) ; show("b5:", b5)
```

기본 연산

- 브로드캐스팅
  - 스칼라 값이나 벡터를 배열과 연산할 때 이를 배열의 share와 같도록 확장한 후 기존 데이터 복사
    - 배열과 스칼라 값 사이 연산: 스칼라를 배열의 share로 확장한 후 스칼라 값 복사
    - 벡터와 벡터 사이 연산: 벡터 N, M에 대해 양쪽 다 배열의 N x M shape로 확장한 후 행 또는 열 단위 요소 복사
    - 배열과 벡터 사이 연산: 배열의 마지막 축 크기와 벡터의 크기가 같을 때, 벡터를 배열의 shape로 확장한 후 백터 요소 복사
    - 크기가 다른 배열과 배열 사이 연산: 두 배열의 마지막 축부터 차례로 비교해 축의 크기가 같거나 1일 때, 양쪽 배열을 큰 축 기준으로 확장한 후 배열 요소 복사

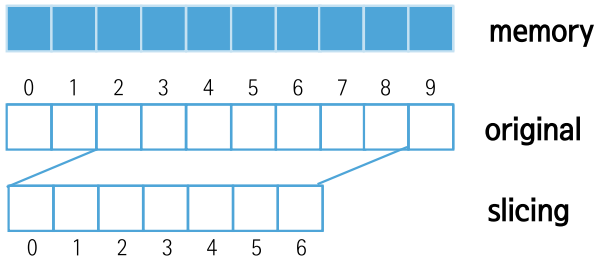
```
01: import numpy as np
02:
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: a1 = np.linspace(1, 12, 12).reshape((3, 4))
06: a2 = np.arange(1, 5)
07: a3 = a2.reshape((4, 1))
08: a4 = a1.reshape((3, 1, 4))
09:
10: b1 = a1 + a2
11: b2 = a2 + a3
12: b3 = a1 + a4
13:
14: show("a1:", a1) ; show("a2:", a2) ; show("a3:", a3)
15: show("b1:", b1) ; show("b2:", b2) ; show("b3:", b3)
```



인덱싱과 슬라이싱

- 리스트처럼 NumPy 배열도 인덱스로 요소에 접근하고 원하는 부분만 잘라내는 슬라이싱 가능
  - 리스트와 다른점은 슬라이싱은 원본 배열의 데이터를 참조하는 새로운 배열이므로 슬라이싱된 배열을 수정하면 원본 배열도 함께 수정됨
  - 1차원 배열의 슬라이싱은 [[start]:[end]:[step]]
    - 인덱스 i가 start일 때 i < end 동안 i += step 단위로 이동하며 요소 접근. i가 음수면 마지막 요소부터 역순으로 접근
    - start를 생략하면 0, end를 생략하면 -1(마지막 요소), step을 생략하면 1

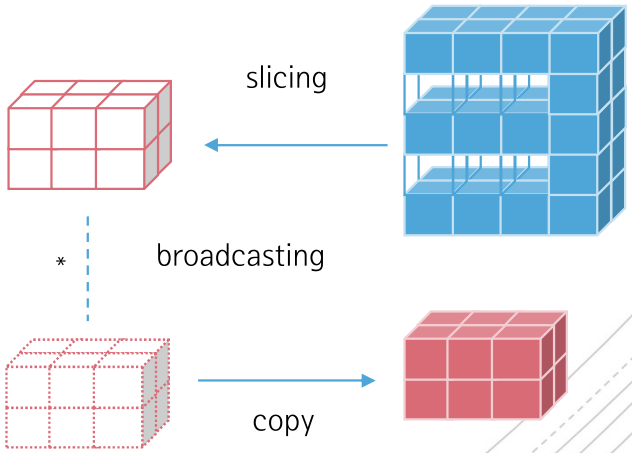
```
01: import numpy as np
02:
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: a1 = np.arange(1, 10+1)**2
06: a2 = a1[2:9]
07:
08: show("a1", a1) ; show("a2", a2)
09:
10: a1[3] = a1[1] + a1[2]
11: a2[:5:2] = 10_1000
12:
13: for i in range(len(a1)):
14:     print(a1[(i+1)*-1], end=', ')
15: print()
```



인덱싱과 슬라이싱

- 다차원 배열은 축당 하나의 인덱스를 가질 수 있으며 인덱스는 쉼표로 구분 ➡ [x, y]
  - 축 수보다 적은 인덱스를 제공하면 누락된 인덱스는 슬라이스로 간주
  - 점(...)은 완전한 인덱싱에 필요한 만큼의 콜론을 나타냄
    - 5차원 배열 x에 대해
      - x[1, 2, ...] == x[1, 2, :, :, :]
      - x[..., 3] == x[:, :, :, :, 3]
      - x[4, ..., 5, :] = x[4, :, :, 5, :]
  - 다차원 배열에 대한 반복은 첫 번째 축에 대해 수행
    - 반복자인 flat 속성을 이용하면 배열의 모든 요소에 접근할 수 있음
- 슬라이싱할 때 추가 연산을 통해 브로드캐스팅이 발생하면 사본 복사

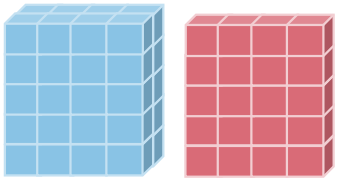
```
01: import numpy as np
02:
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: a1 = np.fromfunction(lambda x, y, z: x + y + z, (2, 5, 4), dtype=int)
06: a2 = a1[:, 1::2, :3] * 10          # a2는 새로운 배열
07:
08: a2[1, ...] = -1
09:
10: show("a1", a1)
11: for array in a2:                   # for element in a2.flat
12:     print("out:\n", array)         #     print(element, end=', ')
```



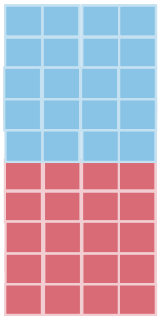
서로 다른 배열 쌓기

- 서로 다른 축을 따라 여러 배열을 수평 또는 수직으로 쌓은 새로운 배열 생성
  - vstack(tup), hstack(tub): 세로(행 방향), 가로(열 방향) 순서로 쌓음
    - tup: 배열 시퀀스로 배열 모양은 첫 번째 축을 제외하고 모두 동일해야 함. 1차원 배열은 길이가 같아야 함
  - concatenate((a1, a2, ...), axis=0, ...): 기존 축을 따라 배열 시퀀스 결합
    - a1, a2, ...: 배열 시퀀스로 첫 번째 축의 차원을 제외하고 동일한 모양을 가져야 함
    - axis: 배열이 결합될 축. None으로 설정하면 1차원으로 병합

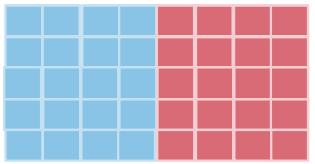
```
01: import numpy as np
02:
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: a1 = np.fromfunction(lambda x, y, z: x + y + z, (2, 5, 4), dtype=int)
06: a2 = np.arange(1, (1*5*4)+1).reshape((1, 5, 4)) * 10
07:
08: a3 = np.vstack((a1[0, ...], a2[0, ...]))
09: a4 = np.hstack((a1[1, ...], a2[0, ...]))
10: a5 = np.concatenate((a1, a2), 0)
11:
12: show("a1", a1) ; show("a2", a2)
13: show("a3", a3) ; show("a4", a4) ; show("a5", a5)
```



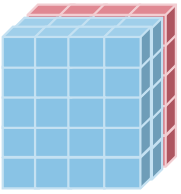
original



vstack



hstack

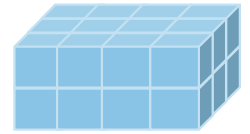


concatenate

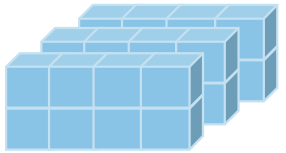
작은 배열로 분할

- 하나의 배열은 여러 개의 작은 배열로 분할될 수 있음
  - vsplit(ary, indices_or_sections): 배열을 세로로(행 방향) 첫 번째 축을 따라 여러 하위 배열로 분할
    - ary는 배열, indices_or_sections는 분할 개수 또는 분할 위치 지정 스퀀스 또는 배열
    - 반환은 튜플 배열
  - hsplit(ary, indices_or_sections): 배열을 가로로(열 방향) 두 번째 축을 따라 여러 하위 배열로 분할

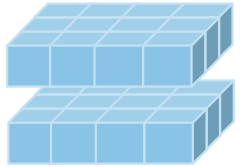
```
01: import numpy as np
02:
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: a = np.arange(24).reshape(3, 2, 4)
06:
07: b1, b2, b3 = np.vsplit(a, 3)
08: b4, b5 = np.vsplit(a, np.array([1]))
09:
10: c1, c2 = np.hsplit(a, 2)
11:
12: show("a", a)
13: show("b1", b1) ; show("b2", b2) ; show("b3", b3) ; show("b4", b4) ; show("b5", b5)
14: show("c1", c1)  ; show("c2", c2)
```



original



vsplit (axis=0)



hsplit (axis=1)

참조와 복사

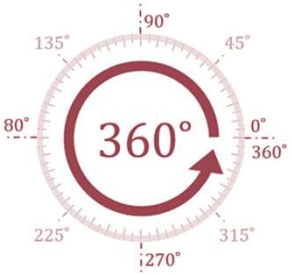
- 배열에 대한 연산 결과로 만들어지는 새로운 배열은 기존 배열의 참조 또는 복사
  - 대입문에 의한 단순 할당과 함수의 인자 전달은 객체 참조
  - 얕은 복사: view() 메소드나 슬라이싱은 동일한 데이터를 새로운 관점에서 보여주는 새로운 배열 객체를 만듦
  - 깊은 복사: copy() 메소드는 배열과 해당 데이터의 전체 사본을 만듦

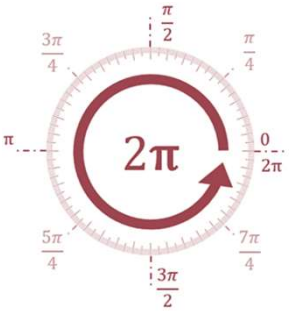
```
01: import numpy as np
02:
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: def foo(n):
06:     return id(n)    # id()는 변수에 저장된 참조 값 반환
07:
08: a = np.arange(20).reshape(4, 5)
09: b = a
10: c = a.view()
11:
12: print(b is a, id(a) == foo(a))
13: print(c is a, c.flags.owndata) # .flags.owndata 데이터 유무
14:
```

```
15: d = c.reshape((2, 10))
16: d[1, 0] = 1_000_000
16: show("d", d)  ;  show("a", a)
17:
18: s = a[: 1:3]
19: s[:] = -1
20: show("a", a)
21:
22: e = a.copy()
23: print(e is a)
24: d[1, 2] = 2_000_000
25: show("e", e)  ;  show("a", a)
26:
27: m = np.arange(1_000_000)
28: n = m[:100].copy()
29: del m
```

수학 함수

- 삼각 함수
  - numpy.pi: π 상수
  - numpy.sin(x), numpy.cos(x), numpy.tan(x) : x에 대해 sine, cosine, tangent 계산. x는 라디안 값 또는 배열
  - numpy.arcsin(x), numpy.arccos(x), numpy.arctan(x): x에 대해 sine, cosine, tangent의 역 함수 계산
  - numpy.radians(x): x에 대해 디그리를 라디안으로 변환. $degree(\frac{\pi}{180})$
  - numpy.degrees(x): x에 대해 라디안을 디그리로 변환. $radian(\frac{180}{\pi})$



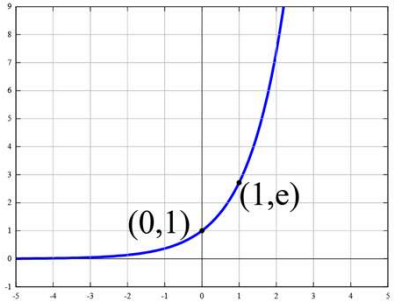



```
01: import numpy as np
02:
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: print(np.pi)
06: print(np.sin(30 * np.pi / 180), np.cos(3 * np.pi / 2), end='\n\n')
07:
08: a1 = np.degrees([np.pi/4, 3*np.pi/4, 5*np.pi/4, 7*np.pi/4])
09: a2 = np.radians(a1)
10: a3 = np.sin(a1 * np.pi / 180)
11: a4 = np.cos(a2)
12:
13: show("a1", a1) ; show("a2", a2) ; show("a3", a3) ; show("a4", a4)
```

수학 함수

- 지수와 로그
  - numpy.e : 지수(자연 로그 밑) 상수(약 2.718281…)
  - numpy.exp(x): x에 대해 $y = e^x$ 인 지수(자연 로그 역) 계산
  - numpy.log(x): x에 대해 밑이 e 인 자연 로그(지수 함수 역) 계산
    - 밑이 10인 상용로그는 numpy.log10(x)

x	$(1+x)^{\frac{1}{x}}$	x	$(1+x)^{\frac{1}{x}}$
0.1	2.59374…	−0.1	2.86797…
0.01	2.70481…	−0.01	2.73199…
0.001	2.71692…	−0.001	2.71964…
0.0001	2.71814…	−0.0001	2.71841…
0.00001	2.71826…	−0.00001	2.71829…
⋮	⋮	⋮	⋮




```
01: import numpy as np
02:
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: d1 = np.exp(1)
06: a1 = np.exp([i for i in range(1, 10 + 1, 2)])
07: d2 = np.log(np.e)
08: a2 = np.log(a1)
09:
10: print("d1:", d1)
11: print("d2:", d2)
12:
13: show("a1", a1)
14: show("a2", a2)
```

수학 함수

- 기타 함수
  - numpy.abs(x), numpy.absolute(x): x에 대해 절대값 계산
    - abs()는 정수 한정
  - numpy.ceil(x): x에 대해 x보다 작은 정수 중 가장 큰 값 계산
  - numpy.floor(x): x에 대해 x보다 큰 정수 중 가장 작은 값 계산
  - numpy.sqrt(x): x에 대해 제곱근 계산

```
01: import numpy as np
02:
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: a1 = np.array([-2.5, 1, -1.7, 5.1, 4.0, -0.2, 6.8])
06: a2 = np.absolute(a1)
07: a3 = np.ceil(a1)
08: a4 = np.floor(a1)
09: a5 = np.sqrt(a2)
10:
11: show("a1", a1)
12: show("a2", a2)
13: show("a3", a3)
14: show("a4", a4)
15: show("a5", a5)
```

선형 대수

- 전치 행렬 transposed matrix
  - 행과 열을 서로 맞바꾼 행렬로 numpy 모듈이나 ndarray 객체의 transpose() 또는 T 프로퍼티 사용

```
01: import numpy as np
02:
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: a1 = np.array([1, 2, 3, 4])
06: a2 = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6]])
07: a3 = np.linspace(10, 120, 12).reshape((3, 2, 2))
08:
09: b1 = a1.T
10: b2 = a2.transpose()
11: b3 = np.transpose(a3)
12:
13: show("a1:", a1) ; show("a2:", a2) ; show("a3:", a3)
14: show("b1:", b1) ; show("b2:", b2) ; show("b3:", b3)
```

선형대수

- 행렬 곱셈
  - 두 행렬에 대한 곱셈은 연산자 @ 또는 numpy 모듈이나 ndarray 객체의 dot() 사용
    - 첫 번째 배열 행의 요소 수와 두 번째 배열 열의 요소 수는 같아야 함

$$\begin{aligned} ax + by + cz &= p \\ dx + ey + fz &= q \\ gx + hy + iz &= r \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

```
01: import numpy as np
02:
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: a1 = np.array([[2, -1, 5], [-5, 2, 2], [2, 1, 3]])
06:
07: a2 = np.array([[0, 1, 0], [1, 0, 1], [1, 1, 0]])
08: a3 = np.array([1, -1, 1])
09: a4 = np.array([1, 0, 1]).reshape((3,1))
10:
11: b1 = np.dot(a1, a2)
12: b2 = a1.dot(a3)
13: b3 = a1 @ a4
14:
15: show("a1:", a1) ; show("a2:", a2) ; show("a3:", a3) ; show("a4:", a4)
16: show("b1:", b1) ;  show("b2:", b2) ; show("b3:", b3)
```

선형대수

- 역 행렬과 방정식 해
  - 역 행렬은 (n x n) 정방 행렬에 대한 곱셈 결과가 항등원인 단위행렬을 만드는 행렬

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} x & y \\ u & v \end{bmatrix} \Rightarrow \quad A A^{-1} = E \quad \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ u & v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

  - numpy.linalg.inv(a): 배열의 역 행렬 계산
  - numpy.linalg.solve(a, b): 연립방정식 해 계산

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 4 \\ 5x + 6y &= 7 \end{aligned} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$$

```
01: import numpy as np
02:
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: a1 = np.random.randint(10, size=(3, 3))
06: a2 = np.linalg.inv(a1)
07: a3 = np.array([[2, 3], [5, 6]])
08: a4 = np.array([4, 7])
09: a5 = np.linalg.solve(a3, a4)
10:
11: show("a1", a1) ; show("a2", a2)
12: show("a3", a3) ; show("a4", a4) ; show("a5", a5)
```

연립 방정식의 해를 역 행렬을 이용해 구하시오

- 연립 방정식에 대한 A, B 배열에 대해 $A_{-1} \cdot B$ 계산

$$2x + 3y = 4$$
$$5x + 6y = 7$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$$

```
01: import numpy as np
02:
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: A = np.array([[2, 3], [5, 6]])
06: B = np.array([4, 7])
07: C = np.linalg.inv (A)
08: D = np.dot(C, B)
10:
11: show("solve", D)
```

랜덤 샘플

- 균등 분포 uniform distribution : 확률 밀도 $\mathcal{P}(x) = \frac{1}{b-a}$ 에 대해 값이나 요소를 $[a, b)$ 에서 균등 배치
  - numpy.random.random(size=None): [0.0, 1.0) 범위 실수
    - size는 생략하거나 스칼라 값, 2차원 이상은 shape로 반환은 스칼라 값 또는 배열
  - numpy.random.uniform(low=0.0, high=1.0, size=None): [low, high) 범위 실수 타입
  - numpy.random.randint(low, high=None, size=None, dtype=int): [low, high) 범위 정수 타입
    - high를 생략하면 low = 0, high = low

```
01: import numpy as np
02
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: a1 = np.random.random(6)
06: a2 = np.random.random((2, 3))
07: a3 = np.random.uniform(1.0, 2.0, (2, 3))
08: d = np.random.randint(10)
09: a4 = np.random.randint(1, 10, (2, 3))
10:
11: show("a1", a1) ; show("a2", a2) ;  show("a3", a3)
12: print("d:", d) ; show("a4", a4)
```

램덤 샘플

- numpy.random.shuffle(x): 시퀀스 x의 내용을 섞어서 수정. 다차원 배열은 첫 번째 축 기준
- numpy.random.choice(a, size=None, replace=True, p=None): 주어진 1차원 배열에서 무작위 샘플 생성
  - replace는 선택 값 재 사용 유무, p는 a 항목 선택 확률
- numpy.seed(seed=None): 의사 난수 제너레이터에서 사용할 시드 값 설정

```
01: import numpy as np
02
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: np.random.seed(1)
06:
07: a1 = np.arange(9)
08: np.random.shuffle(a1)
09:
10: a2 = np.arange(3*3).reshape((3, 3))
11: np.random.shuffle(a2)
12:
13: a3 = np.random.choice([4, 2, 6, 1], 3, False, [0.4, 0.2, 0.3, 0.1])
14:
15: show("a1", a1)
16: show("a2", a2)
17: show("a3", a3)
```

램덤 샘플

- 정규 분포 normal distribution
  - 가우스 분포의 확률 밀도 $\mathcal{P}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ 에 대해 μ는 평균, σ는 표준편차, σ^2는 분산
    - 평균에서 최대치이며, 표준 편차와 함께 확산되며 증가함
    - 멀리 떨어져 있는 것보다 평균에 가까운 샘플을 반환할 확률이 높음
  - numpy.random.normal(loc=0.0, scale=1.0, size=None): 정규 분포
    - loc은 분표의 평균(중앙), scale은 양의 값으로 표준 편차(확산 또는 너비), size는 스칼라 또는 shape
  - numpy.random.standard_normal(size=None): 표준 정규 분포 standard normal (평균=0, 표준편차=1). 무작위 샘플은 $N(\mu, \sigma^2)$

```
01: import numpy as np
02:
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: mu, sigma = 0, 0.1
06: a1 = np.random.normal(mu, sigma, 50)
07: a2 = np.random.normal(4, 1.7, size=(3, 4)) # N(4, 2.89)
08: a3 = np.random.standard_normal(50)
09: a4 = 4 + 1.7 * np.random.standard_normal((3,4)) # N(4, 2.89)
10:
11: show("a1:", a1) ;
12: print("mean and standard deviation:", abs(mu - np.mean(a1)), sigma - np.std(a1, ddof=1), end="\n\n")
13:
14: show("a2:", a2) ; show("a3", a3) ; show("a4", a4)
```

파일 저장 및 로드

- 데이터의 재 사용을 위해 ndarray의 배열 요소를 파일로 저장하거나 파일로부터 데이터를 읽어 ndarray 객체로 변환
  - 바이너리 형식으로 확장자는 .npy
    - numpy.save(fname, arr) : 1개 배열을 파일로 저장
      - file은 확장자 생략 가능
    - numpy.savez(fname, *args, **kwargs) : n개의 배열을 파일로 저장
      - kwargs는 배열 이름을 키, 배열을 값으로 나열한 키워드 인자
    - numpy.load(fname): .npy 파일에서 배열 로드. 압축된 바이너리라면 압축 해제
      - 파일명은 확장자까지 모두 포함해야 하며, 반환 객체는 ndarray와 호환되는 numpy.lib.npyio.NpzFile
    - numpy.lib.npyio.NpzFile.close(): 파일 닫기
      - 파일을 닫으면 더 이상 배열 접근 불가
  - 압축된 바이너리 파일
    - numpy.savez_compressed(fname, *args, **kwargs): 압축 후 저장
  - 텍스트 파일(엑셀 등과 호환) 형식
    - numpy.savetxt(fname, x): 파일 저장
      - x는 1차원 또는 1차원 배열
    - numpy.loadtxt(fname): 파일 로드

파일저장및로드

```
01: import numpy as np
02:
03: show = lambda m, o : print(m, o.shape, o.dtype, '\n', o, '\n')
04:
05: a1 = np.arange(360+1)
06: a2 = np.sin(a1 * np.pi / 180)
07:
08: show("a1", a1)
09: show("a2", a2)
10:
11: np.savez_compressed("sin_sample", x=a1, y=a2)
12:
13: a3 = np.load("sin_sample.npz")
14:
15: print((a3['x'] == a1).all())   # a3['x'] == a1의 결과는 불 배열이며, all()은 전체 요소가 같은지 검사
16: print((a3['y'] == a2).all())
17:
18: a3.close()
```