



誠朴雄偉
勵學敦行

第九章 机器无关的优化

陈 林





主要内容



- 优化的来源
 - 全局公共子表达式
 - 复制传播
 - 死代码消除
 - 代码移动
 - 归纳变量和强度消减
- 数据流分析
 - 数据流分析框架
 - 到达定值分析
 - 活跃变量分析
 - 可用表达式分析
- 机器无关的优化
 - 局部优化
 - 全局优化
 - 循环的优化



引言



- 代码优化
 - 在目标代码中**消除**不必要的指令
 - 把一个指令序列**替换**为一个完成相同功能的更快的指令序列
- 全局优化
- 基于数据流分析技术
 - 用以收集程序相关信息的算法



优化的主要来源



- 编译器只能通过一些相对低层的语义等价转换来优化代码
- 冗余运算的原因
 - 源程序中的冗余
 - 高级程序设计语言编程的副产品
 - 比如 $A[i][j].f = 0; A[i][j].k = 1;$ 中的冗余运算
- 语义不变的优化
 - 公共子表达式消除
 - 复制传播
 - 死代码消除
 - 常量折叠



优化的例子（1）



■ 快速排序算法

```
void quicksort(int m, int n)
    /* 递归地对 a[m]和a[n]之间的元素排序 */
{
    int i, j;
    int v, x;
    if (n <= m) return;
    /* 片断由此开始 */
    i = m-1; j = n; v = a[n];
    while (1) {
        do i = i+1; while (a[i] < v);
        do j = j-1; while (a[j] > v);
        if (i >= j) break;
        x = a[i]; a[i] = a[j]; a[j] = x; /* 对换a[i]和a[j] */
    }
    x = a[i]; a[i] = a[n]; a[n] = x; /* 对换a[i]和a[n] */
    /* 片断在此结束 */
    quicksort(m,j); quicksort(i+1,n);
}
```



优化的例子（2）



■ 三地址代码

(1)	$i = m - 1$	(16)	$t7 = 4 * i$
(2)	$j = n$	(17)	$t8 = 4 * j$
(3)	$t1 = 4 * n$	(18)	$t9 = a[t8]$
(4)	$v = a[t1]$	(19)	$a[t7] = t9$
(5)	$i = i + 1$	(20)	$t10 = 4 * j$
(6)	$t2 = 4 * i$	(21)	$a[t10] = x$
(7)	$t3 = a[t2]$	(22)	goto (5)
(8)	if $t3 < v$ goto (5)	(23)	$t11 = 4 * i$
(9)	$j = j - 1$	(24)	$x = a[t11]$
(10)	$t4 = 4 * j$	(25)	$t12 = 4 * i$
(11)	$t5 = a[t4]$	(26)	$t13 = 4 * n$
(12)	if $t5 > v$ goto (9)	(27)	$t14 = a[t13]$
(13)	if $i \geq j$ goto (23)	(28)	$a[t12] = t14$
(14)	$t6 = 4 * i$	(29)	$t15 = 4 * n$
(15)	$x = a[t6]$	(30)	$a[t15] = x$

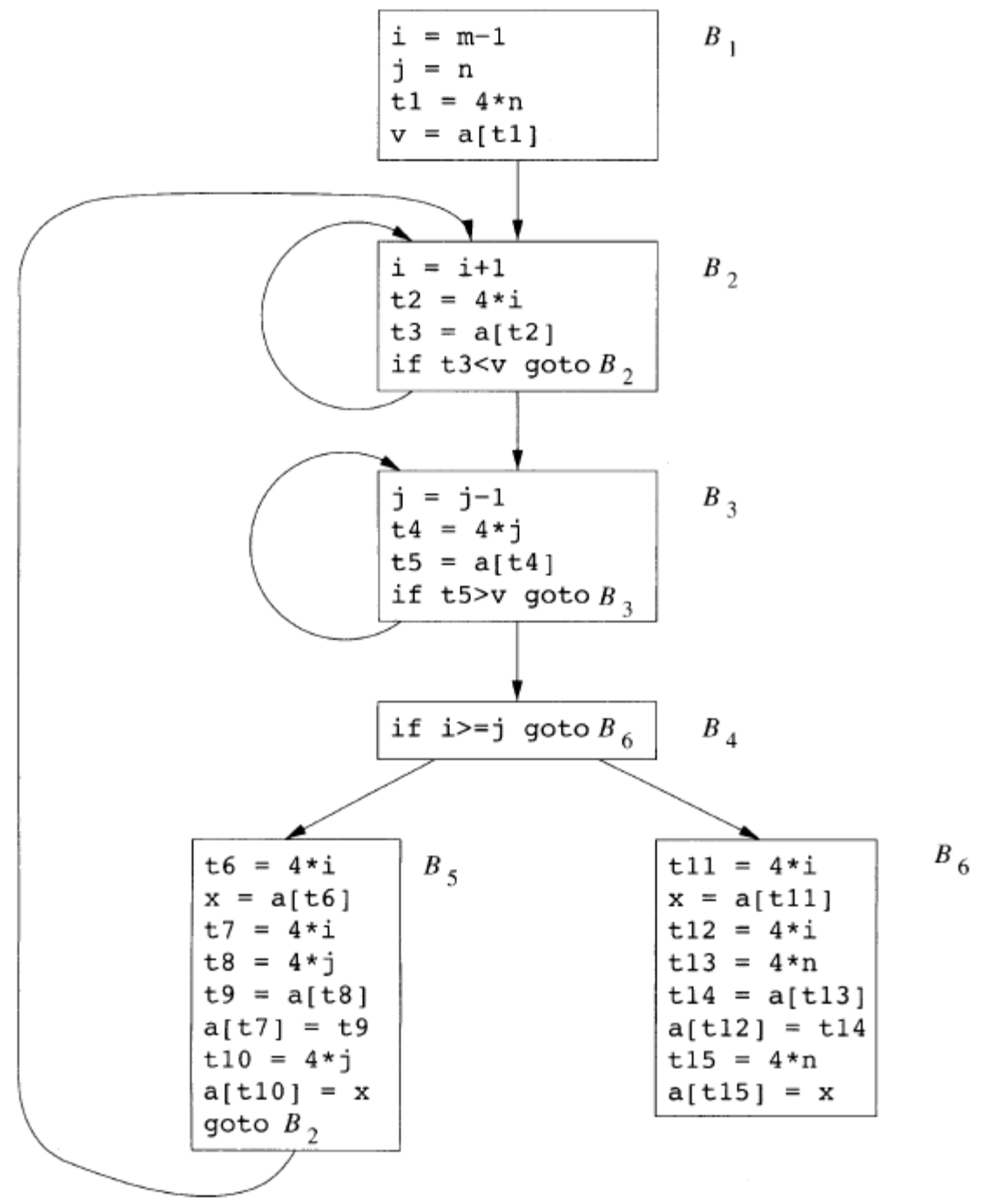


Quicksort的流图



■ 循环:

- B_2
- B_3
- B_2 、 B_3 、 B_4 、 B_5





全局公共子表达式

- 如果E
 - 在某次出现之前必然已经被计算过，且
 - E的分量在该次计算之后一直没有被改变，
- 那么E的本次出现就是一个公共子表达式
- 如果上一次E的值赋给了x，且x的值至今没有被修改过，那么我们就可以使用x，而不需要计算E

```
t6 = 4*i  
x = a[t6]  
t7 = 4*i  
t8 = 4*j  
t9 = a[t8]  
a[t7] = t9  
t10 = 4*j  
a[t10] = x  
goto B2
```

a) 消除之前

```
t6 = 4*i  
x = a[t6]  
t8 = 4*j  
t9 = a[t8]  
a[t6] = t9  
a[t8] = x  
goto B2
```

b) 消除之后

B₅



B₅



全局公共子表达式的例子

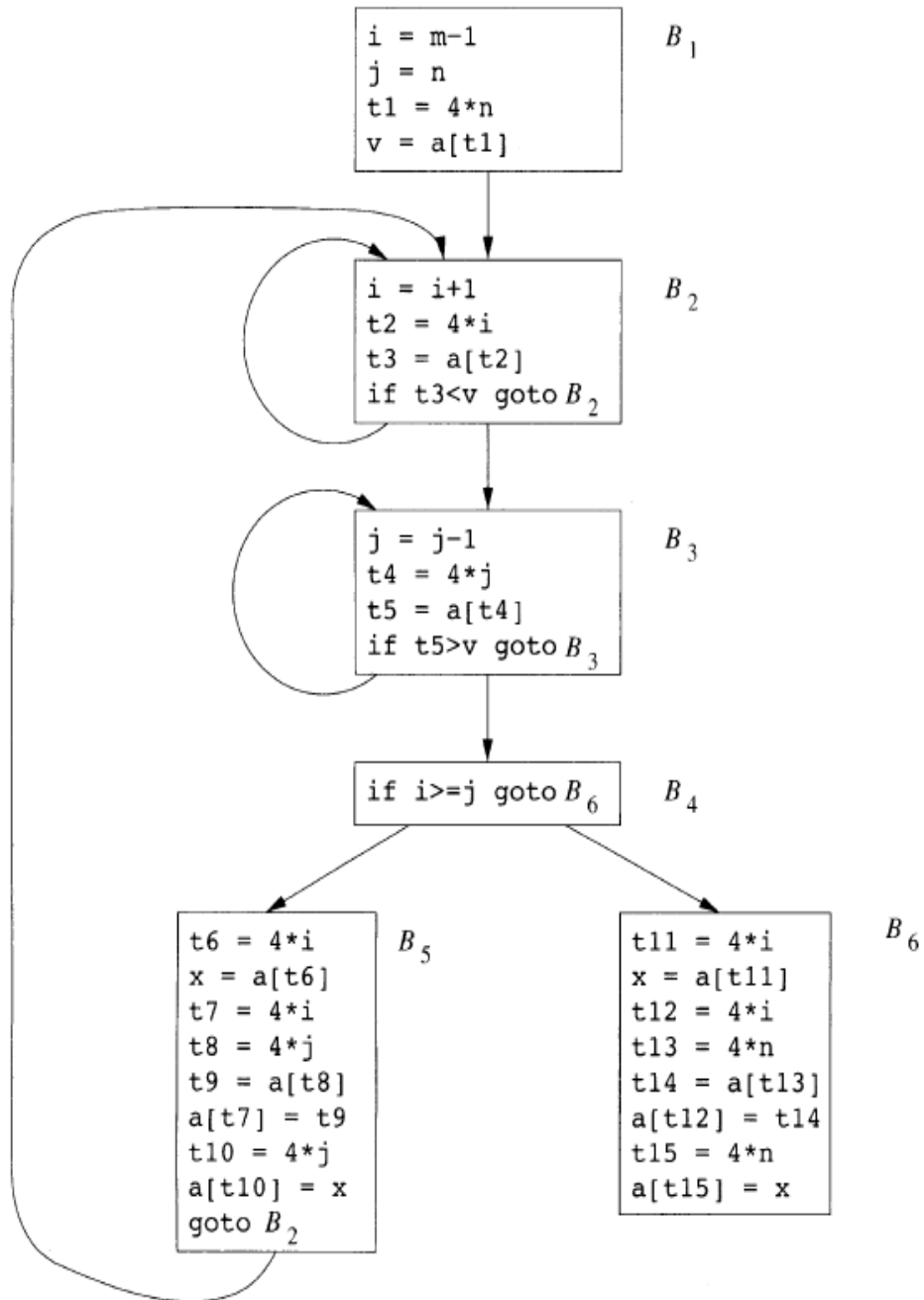


■ 右图

- 在 B_2 、 B_3 中计算了 $4*i$ 和 $4*j$
- 到达 B_5 之前必然经过 B_2 、 B_3
- t_2 、 t_4 在赋值之后没有被改变过，因此 B_5 中可直接使用它们
- t_4 在替换 t_8 之后， B_5 : $a[t_8]$ 和 B_3 : $a[t_4]$ 又相同

■ 同样：

- B_5 中赋给 x 的值和 B_2 中赋给 t_3 的值相同
- B_6 中的 $a[t_{13}]$ 和 B_1 中的 $a[t_1]$ 不同，因为 B_5 中可能改变 a 的值





消除公共子表达式后

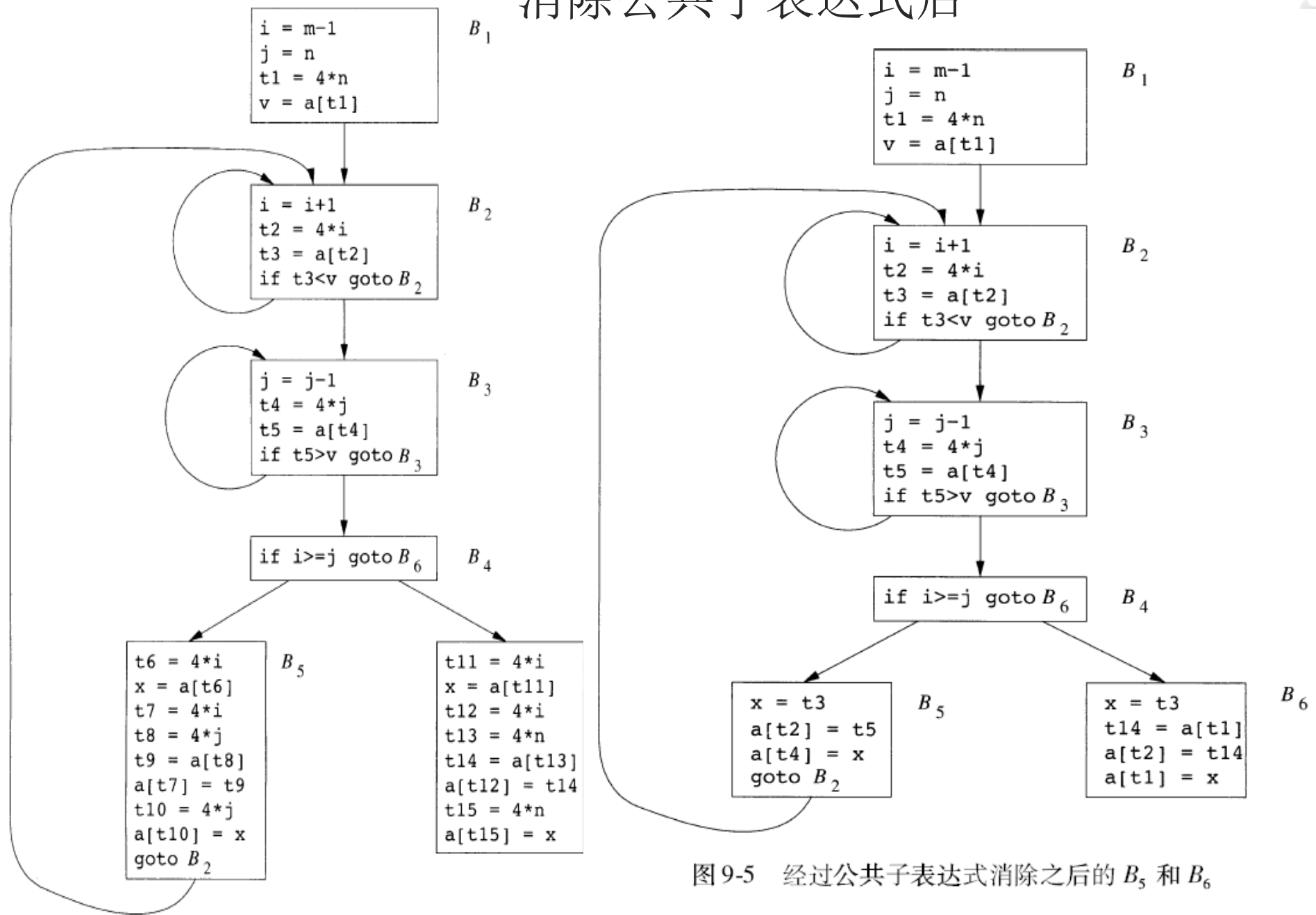


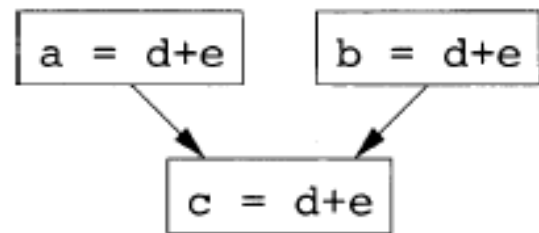
图 9-5 经过公共子表达式消除之后的 B₅ 和 B₆



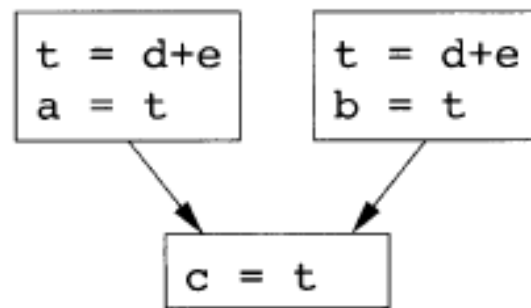
复制传播



- 形如 $u=v$ 的复制语句使得语句后面的程序点上， u 的值等于 v 的值
 - 如果在某个位置上 u 一定等于 v ，那么可以把 u 替换为 v
 - 有时可以彻底消除对 u 的使用，从而消除对 u 的赋值语句
- 右图所示，消除公共子表达式时引入了复制语句
- 如果尽可能用 t 来替换 c ，可能就不需要 $c=t$ 这个语句了



a)



b)



复制传播的例子



- 右图显示了对 B_5 进行复制传播处理的情况
 - 可能消除所有对 x 的使用

```
x = t3  
a[t2] = t5  
a[t4] = x  
goto B2
```

B_5

```
x = t3  
a[t2] = t5  
a[t4] = t3  
goto B2
```



死代码消除



- 如果一个变量在某个程序点上的值可能会在之后被使用，那么这个变量在这个点上**活跃**；否则这个变量就是**死的**，此时对这个变量的赋值就是没有用的死代码
- 死代码多半是因为前面的优化而形成的
- 比如， B_5 中的 $x=t3$ 就是死代码
- 消除后得到

```
x=t3  
a[t2] = t5  
a[t4] = t3  
goto B2
```



```
a[t2] = t5  
a[t4] = t3  
goto B2
```



■ 循环不变表达式

- 循环的同一次运行的不同迭代中，表达式的值不变
- 把循环不变表达式移动到循环入口之前计算可以提高效率
 - 循环入口：进入循环的跳转都以这个入口为目标
- `while(i <= limit-2) ...`
 - 如果循环体不改变`limit`的值，可以在循环外计算`limit - 2`
`t=limit-2`
`while(i<= t) ...`



归纳变量和强度消减



- 归纳变量
 - 每次对x的赋值都使得x的值增加c，那么x就是归纳变量
 - 把对x的赋值改成增量操作，可消减计算强度，提高效率
 - 如果两个归纳变量步调一致，还可以删除其中的某一个
- 例子
 - 如果在循环开始时刻保持 $t4=4*j$
 - 那么， $j=j-1$ 后面的 $t4=4*j$ 每次赋值使得 $t4$ 减4
 - 替换为 $t4 = t4 - 4$
 - $t2$ 也可以同样处理

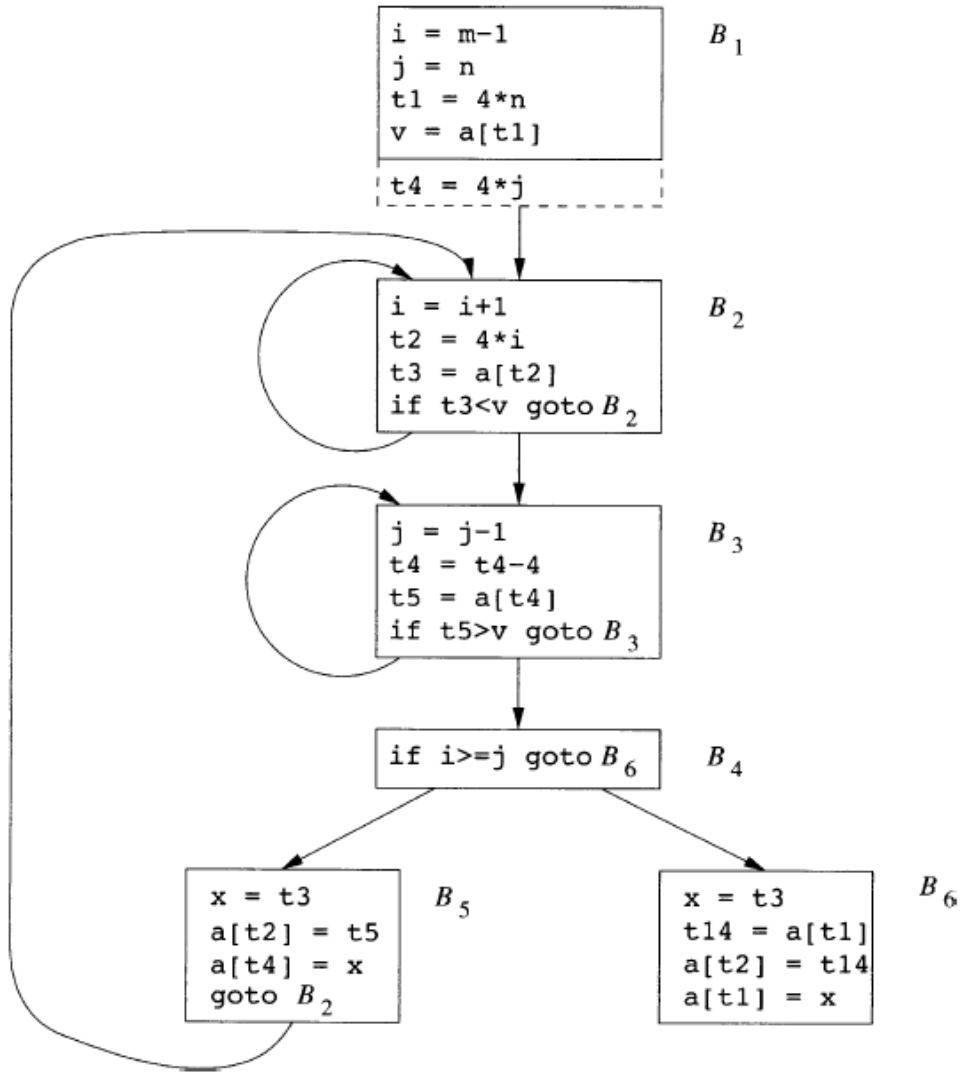


图 9-8 对基本块 B_3 中的 $4*j$ 应用强度消减优化

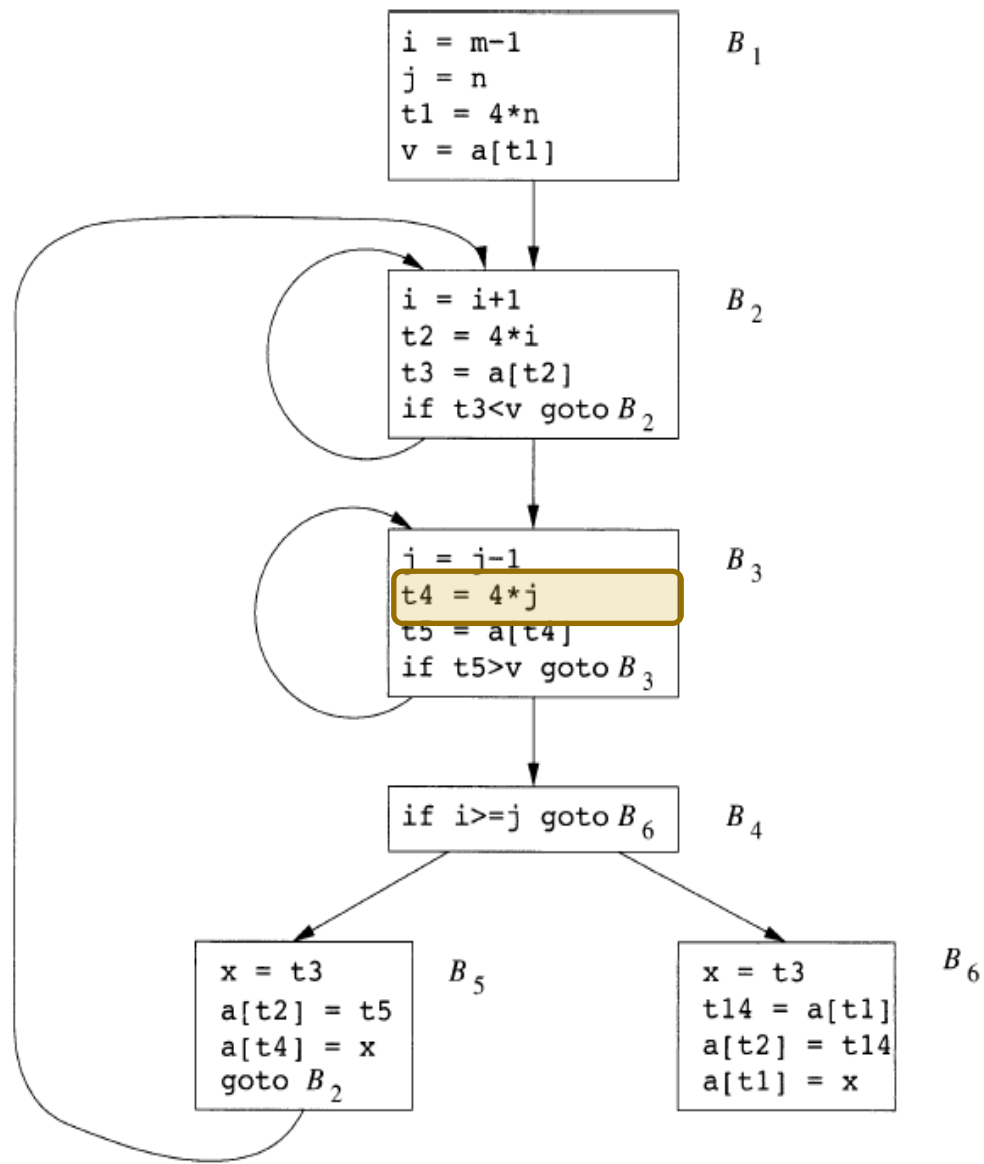


图 9-5 经过公共子表达式消除之后的 B_5 和 B_6

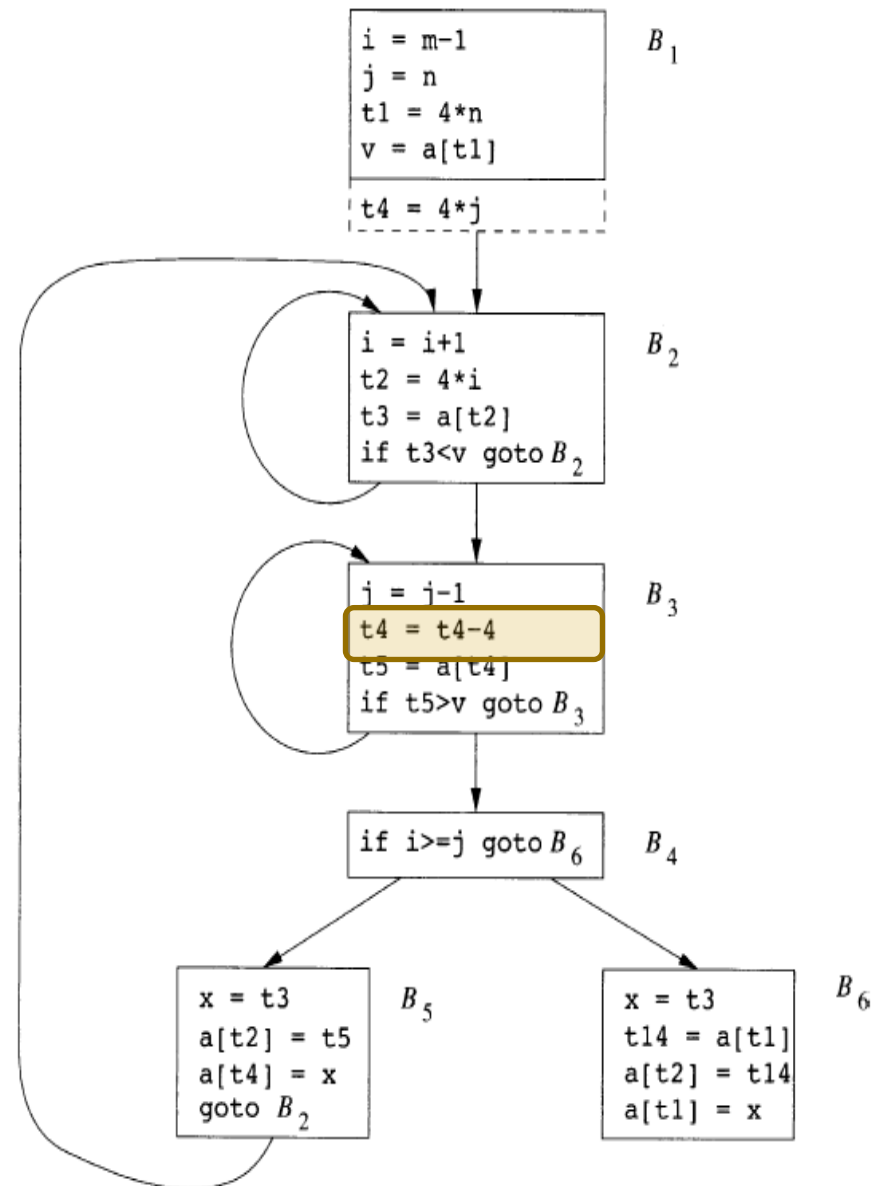


图 9-8 对基本块 B_3 中的 $4*j$ 应用强度消减优化



继续优化



- 对t2强度消减
- B_4 中对i和j的测试可以替换为对t2, t4的测试

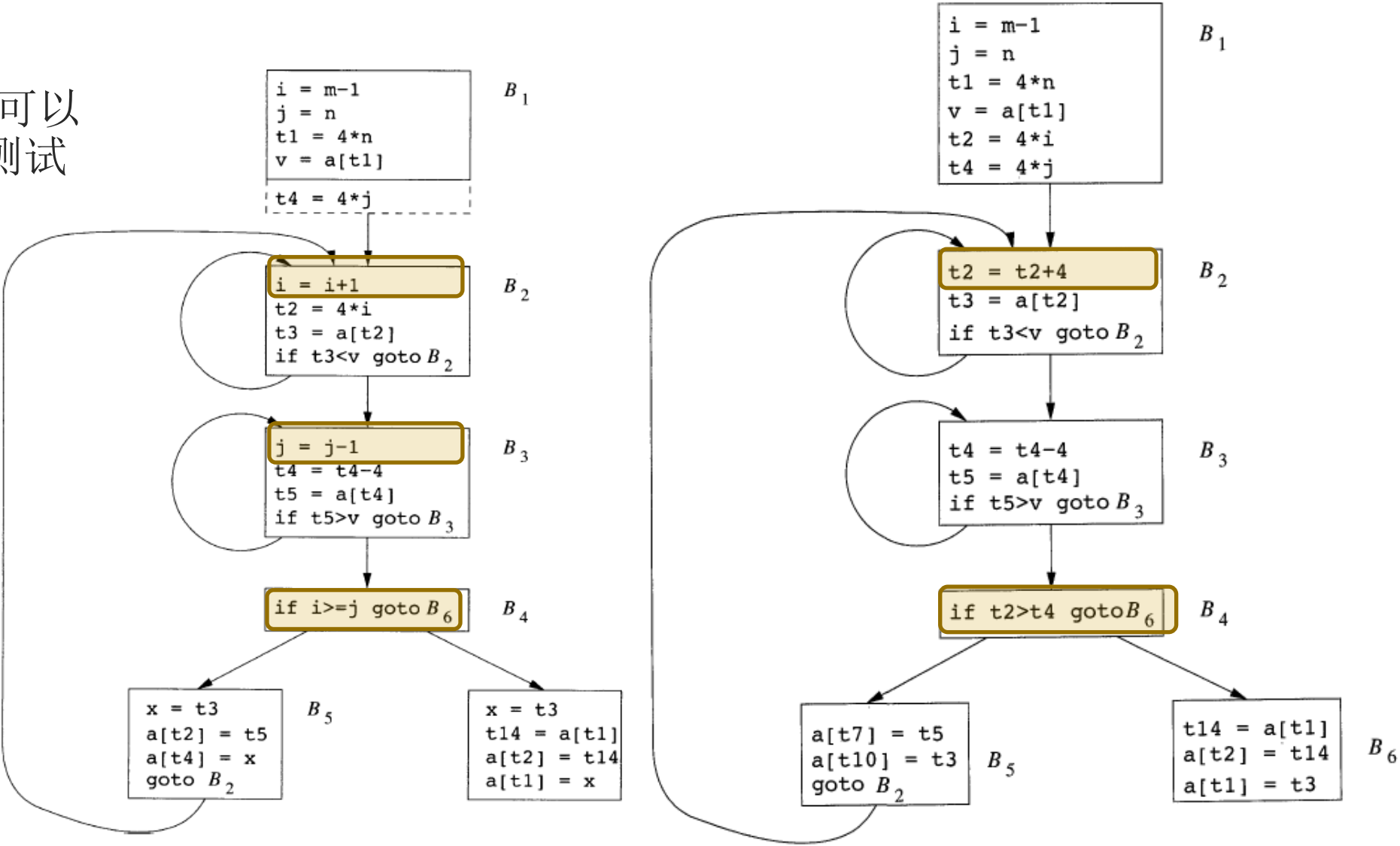


图 9-8 对基本块 B_3 中的 $4*j$ 应用强度消减优化



数据流分析



■ 数据流分析

- 用于获取数据沿着程序执行路径流动的信息的相关技术
- 是优化的基础

■ 例如

- 两个表达式是否一定计算得到相同的值？（公共子表达式）
- 一个语句的计算结果有没有可能被后续语句使用？（死代码消除）



数据流分析理论与框架



- 数据流
 - 在基本块中， 数据的流动是线性的
 - 全局的情况下， 因存在循环、 函数调用等情况， 数据的流动变得复杂
- 如何将数据流分析（**Data-Flow Analysis**） 技术引入到全局优化工作中？
- 抽象解释（**Abstract Interpretation**） vs 具体解释（**Concrete Interpretation**）
 - 通过对感兴趣的问题进行近似的抽象， 取出其中的关键部分进行分析， 从而使得程序内部的状态是有限的
- 基于单调框架的抽象解释
 - 程序状态是有限
 - 状态的变化是单调的



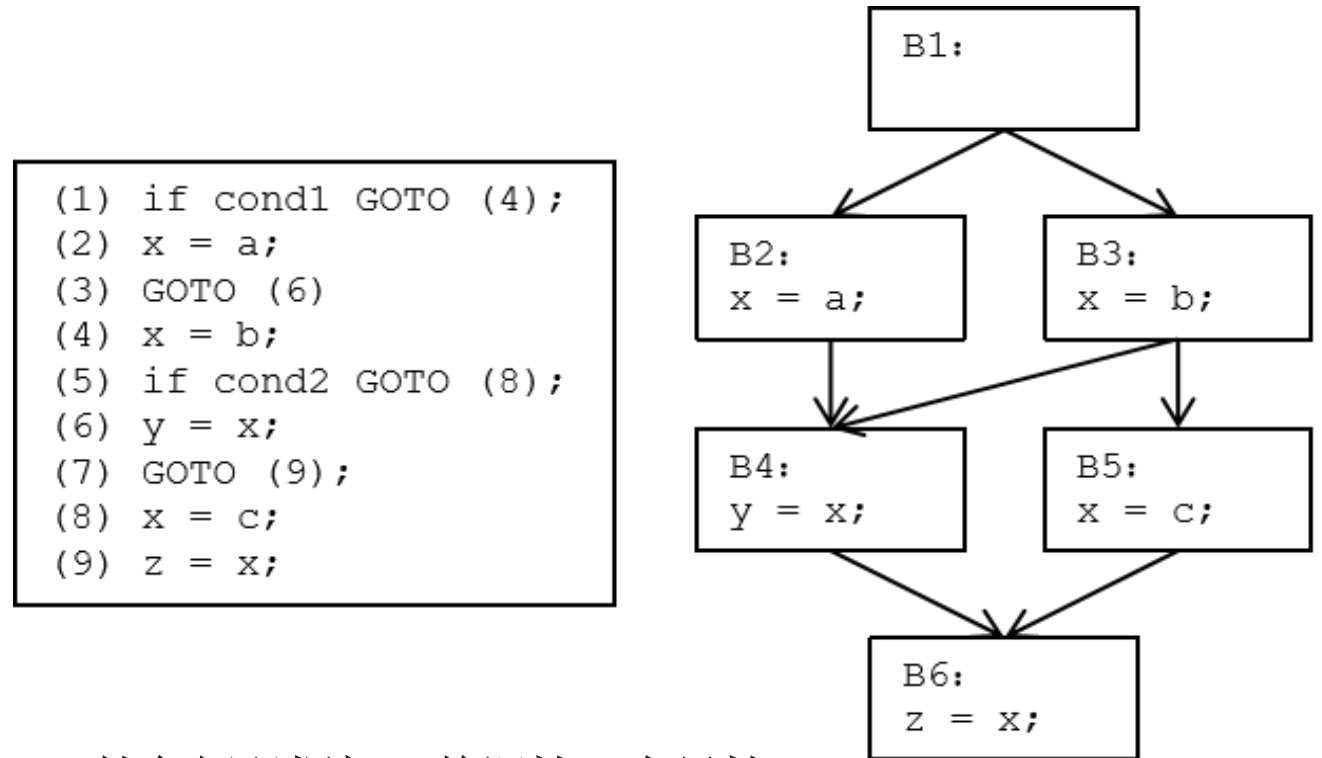
■ 集合理论

- 集合相等与子集
- 集合运算
- 最大下界与最小上界
- 集合的关系

■ 偏序关系与半格

- 偏序关系
- 偏序集
- 极大元与极小元
- 最大元与最小元
- 偏序集的上界与下届
- 偏序集的最大下界与最小上界
- 半格

设 x 的可能取值构成的集合为 X



- 抽象解释框架：单调性、有界性
 - 程序状态是有限
 - 状态的变化是单调的



■ 程序点

- 三地址语句之前或之后的位置
- 基本块内部：一个语句之后的程序点等于下一个语句之前的程序点
- 如果流图中有 B_1 到 B_2 的边，那么 B_2 的第一个语句之前的点可能紧跟在 B_1 的最后语句之后的点后面执行

■ 从 p_1 到 p_2 的执行路径： p_1, p_2, \dots, p_n

- 要么 p_i 是一个语句之前的点，且 p_{i+1} 是该语句之后的点
- 要么 p_i 是某个基本块的结尾，且 p_{i+1} 是该基本块的某个后继的开头



数据流抽象（2）



- 出现在某个程序点的**程序状态**
 - 在某个运行时刻，当指令指针指向这个程序点时，各个变量和动态内存中存放的值
 - 指令指针可能多次指向同一个程序点
 - 因此一个程序点可能对应多个程序状态
- 数据流分析把可能出现在某个程序点上的**程序状态集合**总结为一些特性
 - 不管程序怎么运行，当它到达某个程序点时，程序状态总是满足分析得到的特性
 - 不同的分析技术关心不同的信息
- 为了高效、自动地进行数据流分析，通常要求这些特性能够被高效地表示和求解



例子 (1)



- 路径
 - 1, 2, 3, 4, 9
 - 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
 - ...
- 第一次到达 (5), $a=1$; 第二次到达 (5), $a=243$; 且之后都是243
- 我们可以说:
 - 点 (5) 具有特性 $a=1$ or $a=243$
 - 表示成为 $\langle a, \{1, 243\} \rangle$

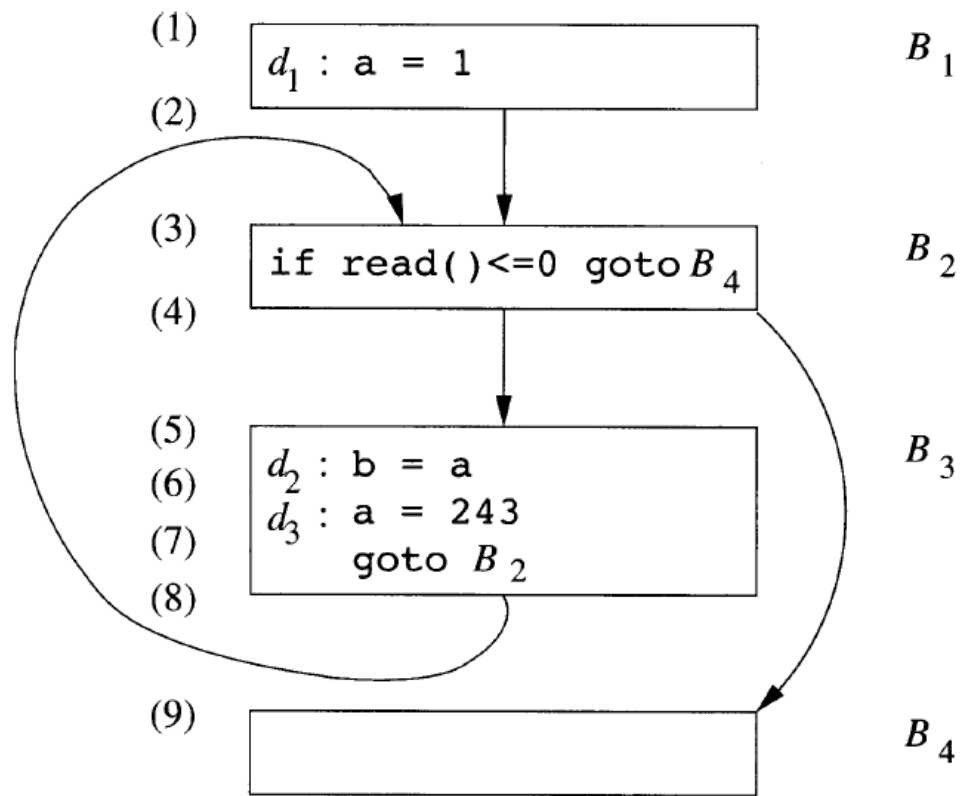


图 9-12 说明数据流抽象的例子程序



- 不同的需求对应不同的性质集合与算法
- 分析得到的性质集合应该是一个安全的估计值
 - 即根据这些性质进行优化不会改变程序的语义
- 确定变量 x 在某个程序点是否常量
- 确定变量是否先使用后定值（未初始化就使用）
- 假设所有可能定值都不能到达
- 假设所有可能定值都能到达



数据流分析模式



- 数据流值
 - 某个程序点所有可能的状态集合的抽象表示
 - 和某个程序点关联的数据流值：程序运行中经过这个点时必然满足的这个条件
- 域
 - 所有可能的数据流值的集合
- 不同的应用选用不同的域，比如到达定值
 - 目标是分析在某个点上，各个变量的值由**哪些语句**定值
 - 因此数据流值是定值（即三地址语句）的集合，表明集合中的定值对某个变量定值了



数据流分析



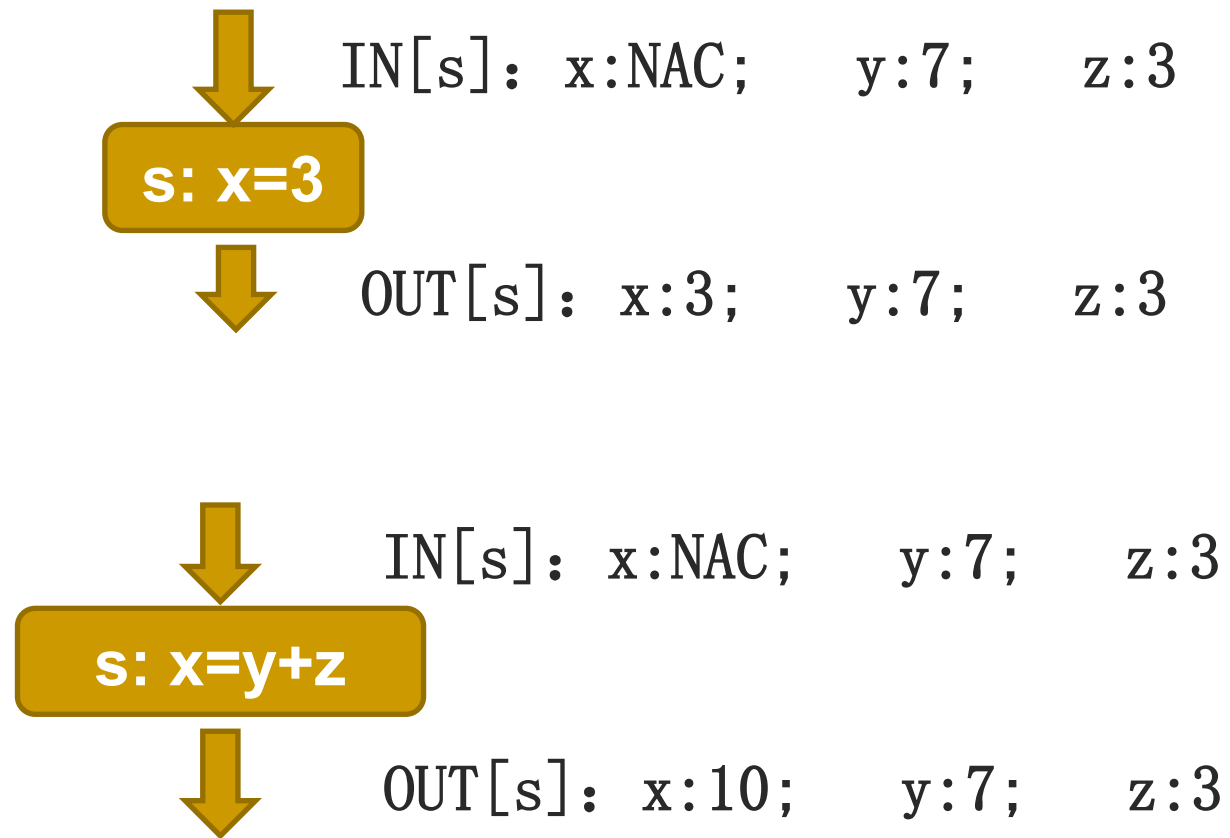
- 数据流分析：对一组约束求解
 - $IN[s]$ 和 $OUT[s]$
- 基于语句语义的约束(传递函数)
 - $IN[s]=f_s(OUT[s])$ (逆向)
 - $OUT[s]=f_s(IN[s])$ (正向)
- 基于控制流的约束
 - $IN[s_{i+1}]=OUT[s_i]$



例子 (1)

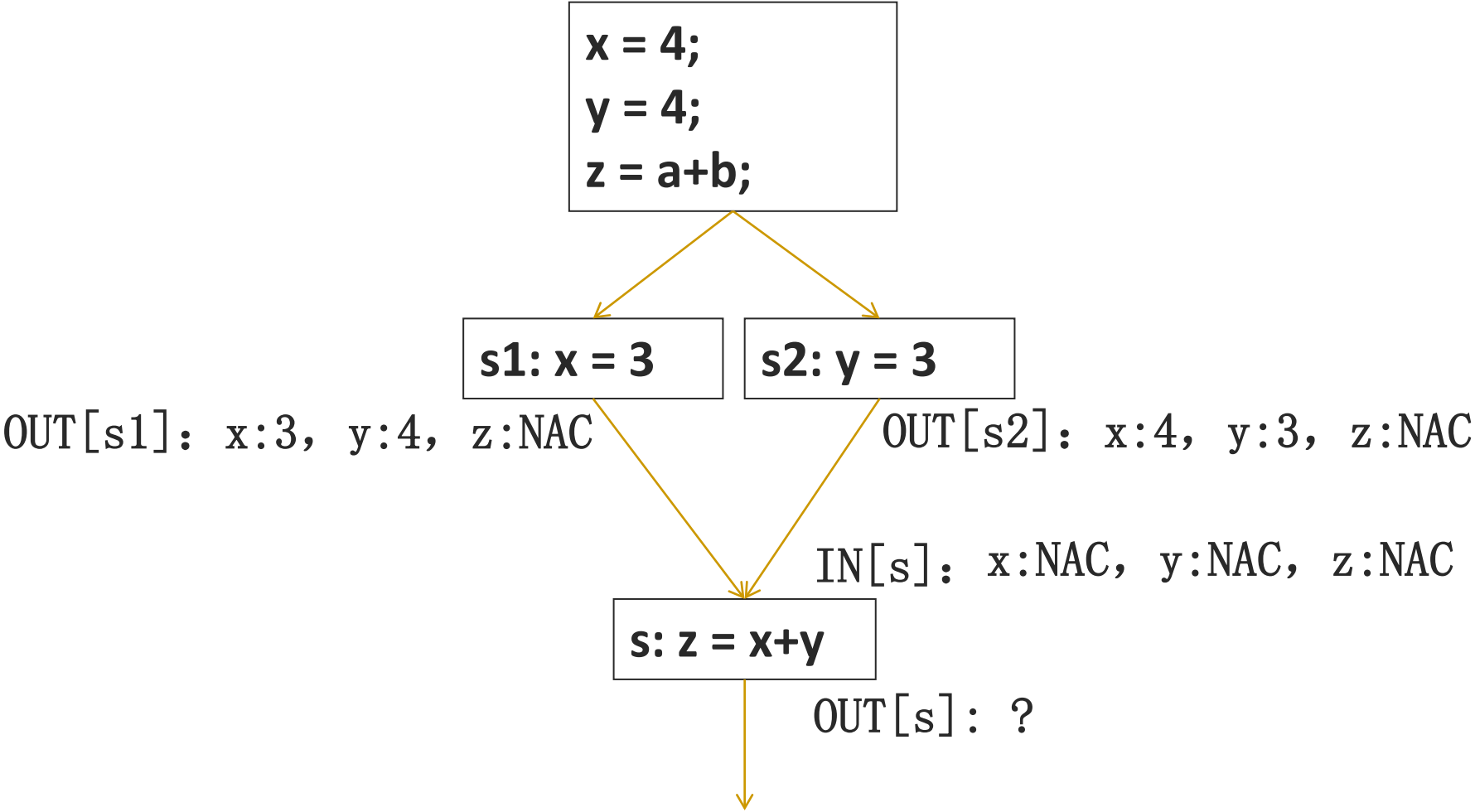


- 假设我们考虑各个变量在某个程序点上是否常量





例子 (2)





基本块上的数据流模式



- 基本块的控制流非常简单
 - 从头到尾不会中断
 - 没有分支
- 基本块的效果就是各个语句的效果的复合
- 可以预先处理基本块内部的数据流关系，给出基本块对应的传递函数；

$$\text{IN}[B] = f_B(\text{OUT}[B]) \quad \text{或者}$$

$$\text{OUT}[B] = f_B(\text{IN}[B])$$

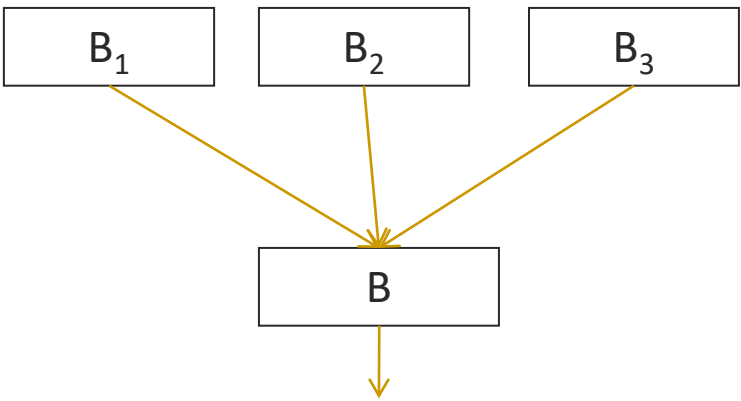
- 设基本块包含语句 s_1, s_2, \dots, s_n

$$f_B = f_{s_n} \circ \dots \circ f_{s_2} \circ f_{s_1}$$



■ 前向数据流问题

- B的传递函数根据 $IN[B]$ 计算得到 $OUT[B]$
- $IN[B]$ 和B的各前驱基本块的 OUT 值之间具有约束关系



■ 逆向数据流问题

- B的传递函数根据 $OUT[B]$ 计算 $IN[B]$
- $OUT[B]$ 和B的各后继基本块的 IN 值之间具有约束关系

前向数据流的例子：
假如：

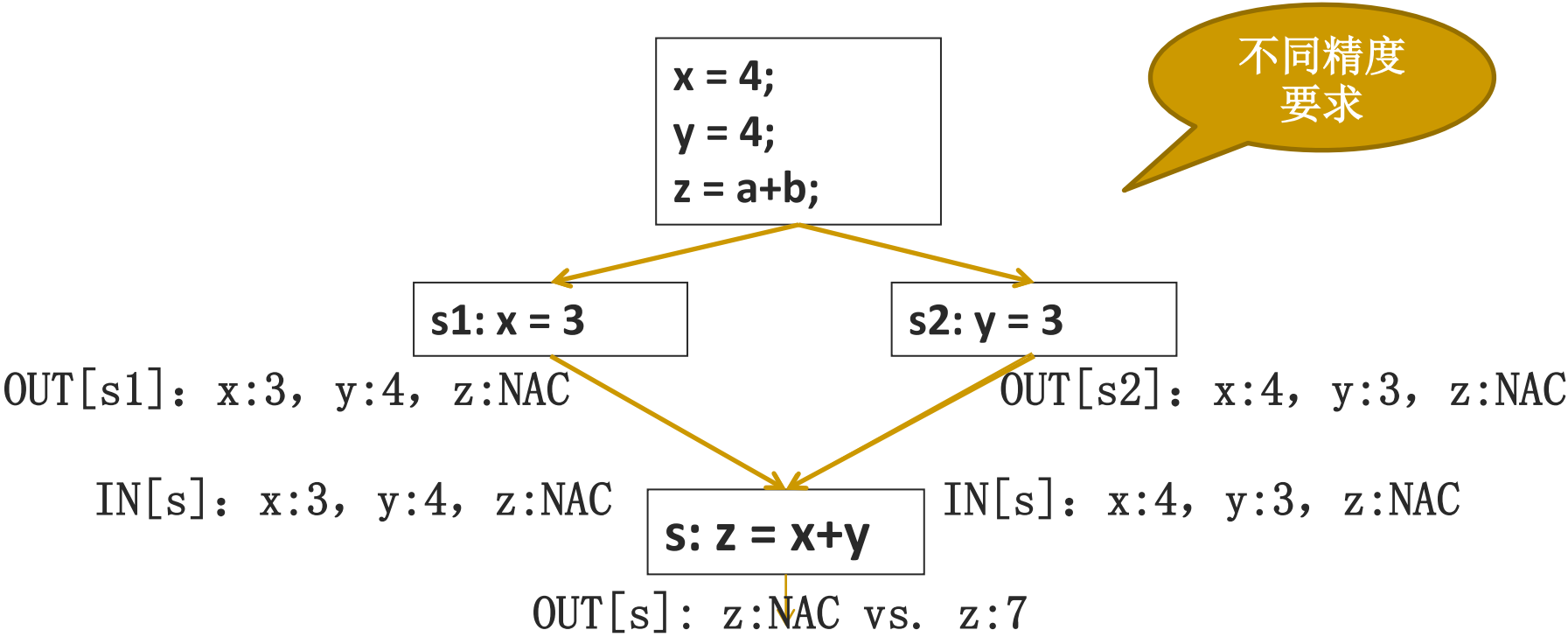
OUT[B1]:	x:3	y:4	z:NAC
OUT[B2]:	x:3	y:5	z:7
OUT[B3]:	x:3	y:4	z:7

则：

IN[B]:	x:3	y:NAC	z:NAC
---------------	------------	--------------	--------------



■ 数据流方程通常没有唯一解



- 目标是寻找一个最“精确的”、满足约束的解
 - 精确：能够进行更多的改进
 - 满足约束：根据分析结果来改进代码是安全的

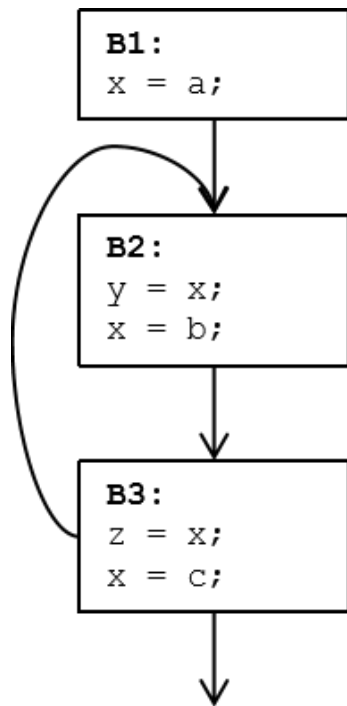


抽象解释框架的单调性与有界性



- 确保算法在有限的时空成本下计算出相对精确的结果

在初次遍历结束后，每个基本块的入口和出口处x的值集情况如图Iteration 1所示



	Iteration 1	Iteration 2	Iteration 3
IN[B1]	{}	{}	{}
OUT[B1]	{a}	{a}	{a}
IN[B2]	{a}	{a, c}	{a, c}
OUT[B2]	{b}	{b}	{b}
IN[B3]	{b}	{b}	{b}
OUT[B3]	{c}	{c}	{c}

在迭代的过程中，程序状态的变化是单调的



数据流分析



- 数据流分析框架
- 到达定值分析
- 活跃变量分析
- 可用表达式分析



数据流分析框架



- 一个数据流分析框架 (D, V, R, F) 由下列元素所组成
 - 一个数据流方向 D ，它的取值包括前向 (Forward) 和后向 (Backward)
 - 一个半格 (V, R)
 - V 代表程序状态的集合，即幂集 $P(A)$ 的一个子集
 - R 是集合的交运算或并运算，用于表示在基本块入口处对不同的前驱（或在出口处对不同的后继）的程序状态的合并。
 - 一个从 V 到 V 的传递函数族 F ，用于刻画基本块内部每条语句对程序状态造成的变化
 - 对于程序内部的一条指令 s 及其对应的传递函数 $f_s \in F$ ，有：
 - 前向数据流分析: $OUT[s] = f_s(IN[s])$
 - 后向数据流分析: $IN[s] = f_s(OUT[s])$
 - 控制流带来的程序状态的改变被称为控制流约束函数，对于不同的数据流分析模式，需要设定不同的控制流约束函数，进行程序状态的合并
 - May 分析
 - Must 分析



■ May分析与Must分析

- **May**分析用于分析在某一程序点上所有**可能存在的**程序状态。

例如，对于到达定值分析，我们想要知道在某一程序点 p 上变量的赋值情况，那么，我们使用**May**分析，对所有包含程序点 p 的路径进行分析。

- **Must**分析用于分析在某一程序点上**一定存在的**程序状态。

例如，对于可用表达式分析，我们想要知道在某一程序点 p 上，已被求值的表达式的情况，那么，对于经过程序点 p 上的所有路径，该表达式均已被求值，且构成表达式的变量均未被赋值，那么在该程序点上表达式才是可用的。



到达定值分析



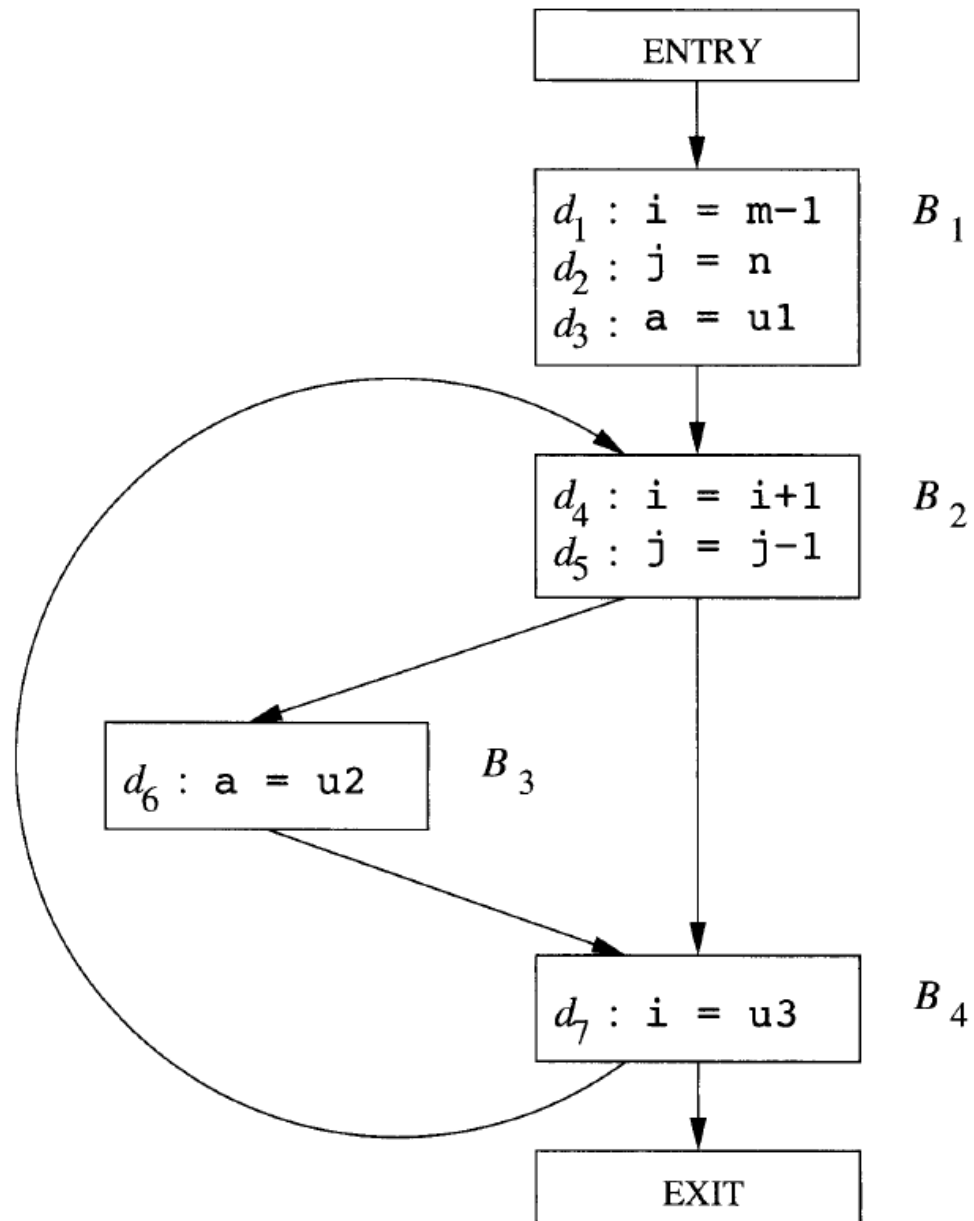
- 到达定值
 - 如果存在一条从定值d后面的程序点到达某个点p的路径，且这条路径上d没有被杀死，那么定值d到达p
- 杀死：路径上对x的其他定值杀死了之前对x的定值
- 直观含义（define-use关系）
 - 如果d到达p，那么在p点使用的值就可能由d定值的
- 思考：不确定是否赋值该怎么办？
 - $*p = 3$ （不确定p的指向）
 - 过程参数、数组、指针等等



到达定值的例子



- B_1 中全部定值到达 B_2 的开头
- d_5 到达 B_2 的开头 (循环)
- d_2 被 d_5 杀死, 不能到达 B_3 、 B_4 的开头
- d_4 不能到达 B_2 的开头, 因为被 d_7 杀死
- d_6 到达 B_2 的开头





到达定值分析



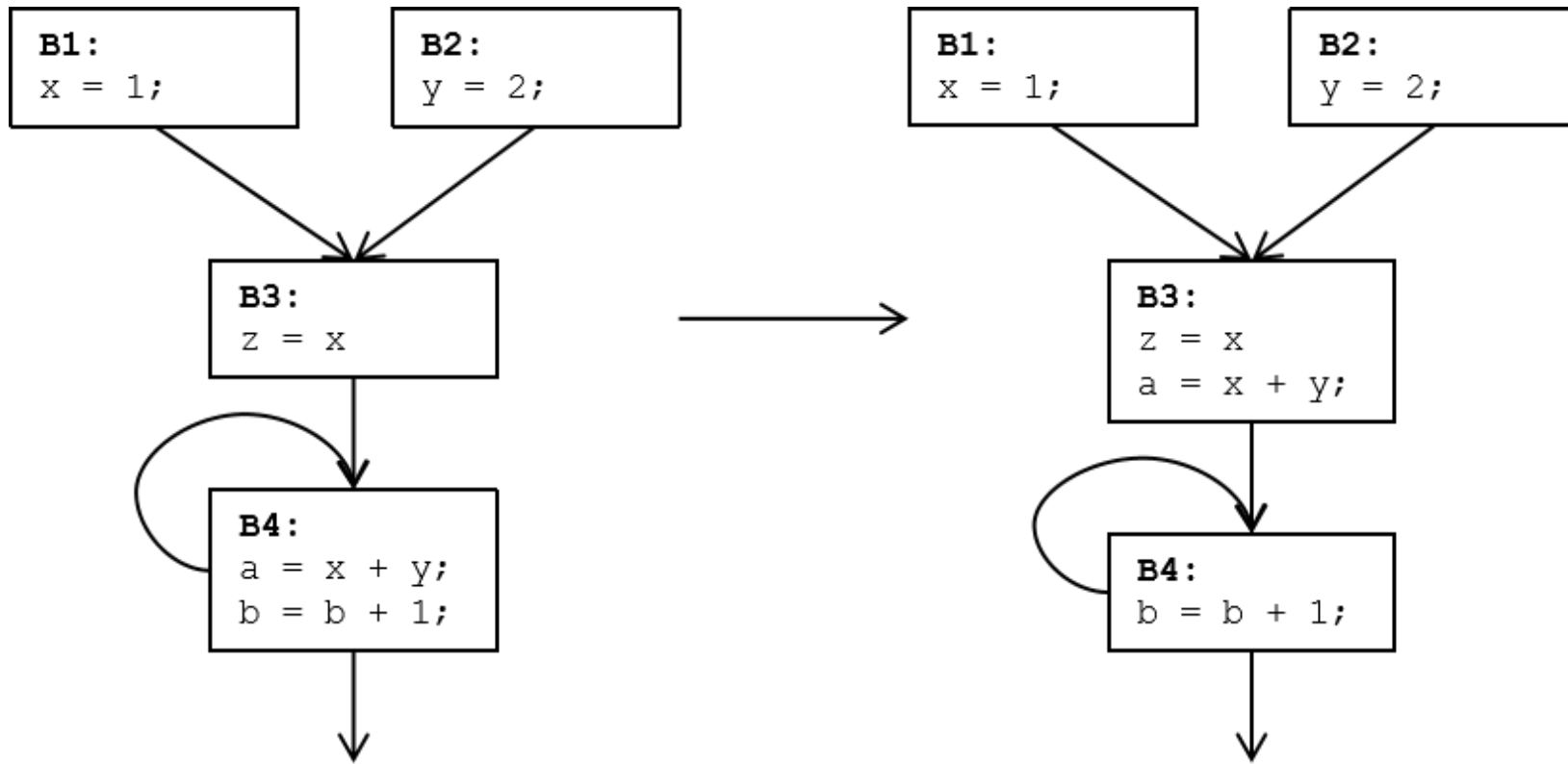
- 到达定值（**Reaching Definition**）是最基础的数据流分析模式之一，描述了在程序内部的每个程序点上，变量可能的赋值情况，是与程序内部的变量的**define-use**关系最相关且最简单的分析模式。
- 到达定值的可能应用
 - 循环不变代码外提
 - 常量传播
 -



到达定值的应用：循环不变式外提



- $a = x + y$, x 和 y 的定值

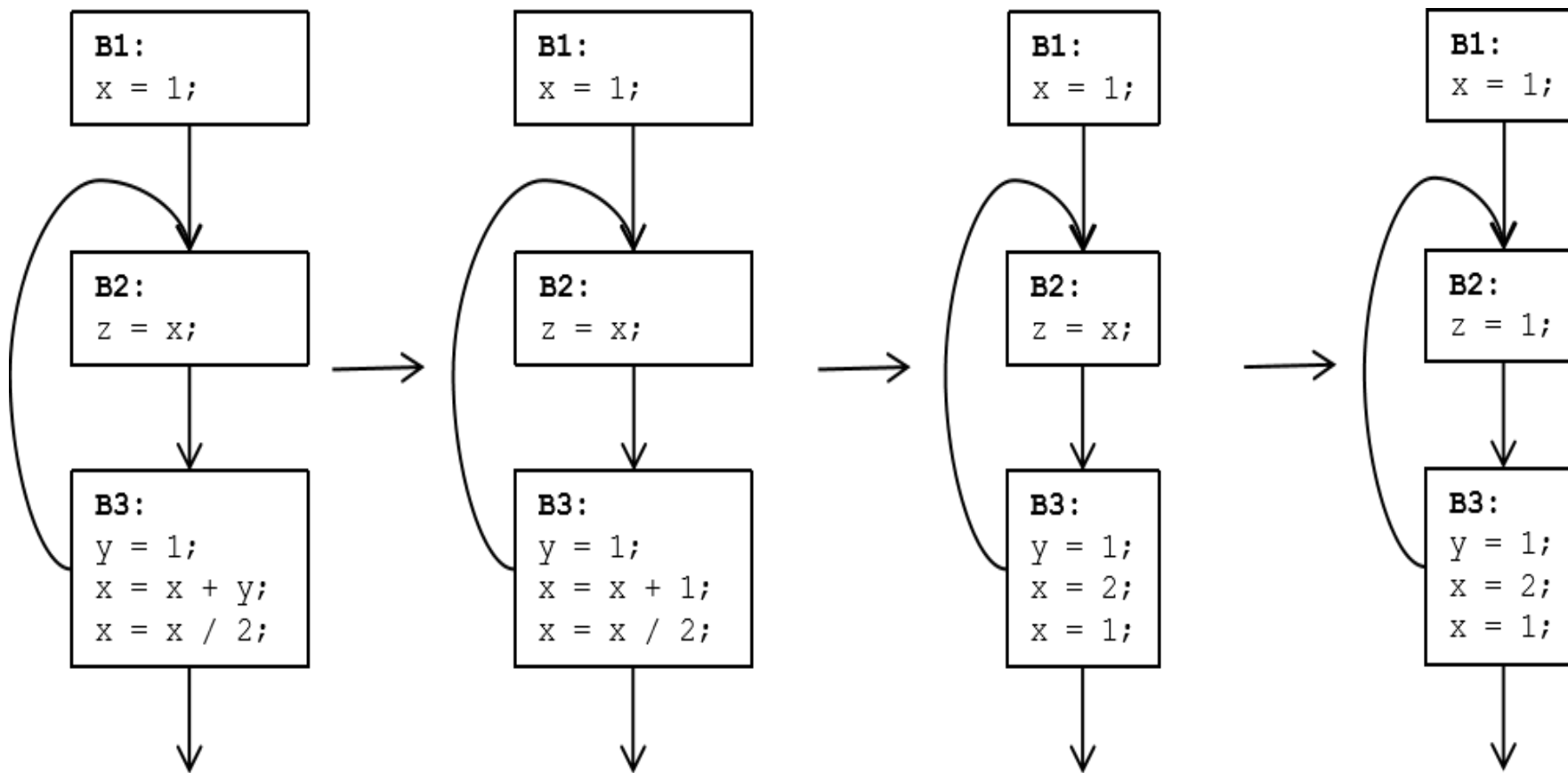




到达定值的应用：常量折叠



- 将程序内部可转变为常量的变量转化为常量，降低执行的开销





语句/基本块的传递方程（1）



■ 定值 $d: u=v+w$

- 生成了对变量 u 的定值 d ，杀死了其他对 u 的定值
- 生成-杀死: $f_d(s) = \text{gen}_d \cup (x - \text{kill}_d)$
 - 其中 $\text{gen}_d = \{d\}$, $\text{kill}_d = \{\text{程序中其他对}u\text{的定值}\}$

■ 生成-杀死形式的函数的并置（复合）

- $f_2(f_1(x)) = \text{gen}_2 \cup (\text{gen}_1 \cup (x - \text{kill}_1) - \text{kill}_2)$
 $= (\text{gen}_2 \cup (\text{gen}_1 - \text{kill}_2)) \cup (x - \text{kill}_1 \cup \text{kill}_2)$
- 生成的定值: 由第二部分生成、以及由第一部分生成且没有被第二部分杀死
- 杀死的定值: 被第一部分杀死的定值、以及被第二部分杀死的定值

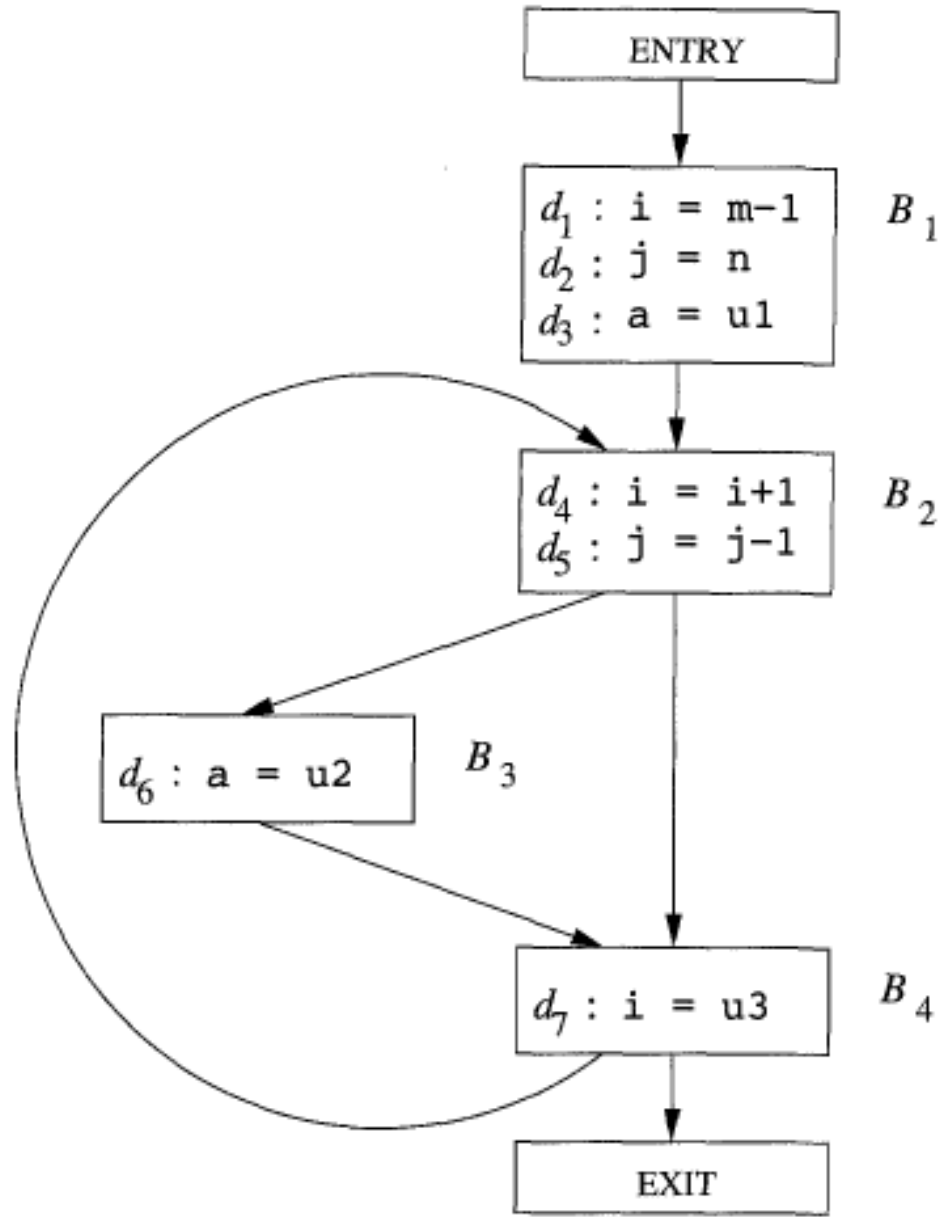


语句/基本块的传递方程（2）

- 设B有n个语句，第i个语句的传递函数为 f_i
- $f_B(s) = \text{gen}_B \cup (x - \text{kill}_B)$
- $\text{gen}_B = \text{gen}_n \cup (\text{gen}_{n-1} - \text{kill}_n) \cup (\text{gen}_{n-2} - \text{kill}_{n-1} - \text{kill}_n)$
 $\cup (\text{gen}_1 - \text{kill}_2 - \text{kill}_3 \dots - \text{kill}_n)$
- $\text{kill}_B = \text{kill}_1 \cup \text{kill}_2 \cup \dots \cup \text{kill}_n$
- kill_B 为被B各个语句杀死的定值的并集
- gen_B 是被第i个语句生成，且没有被其后的句子杀死的定值的集合



gen和kill的例子



$gen_{B_1} = \{ d_1, d_2, d_3 \}$
 $kill_{B_1} = \{ d_4, d_5, d_6, d_7 \}$

$gen_{B_2} = \{ d_4, d_5 \}$
 $kill_{B_2} = \{ d_1, d_2, d_7 \}$

$gen_{B_3} = \{ d_6 \}$
 $kill_{B_3} = \{ d_3 \}$

$gen_{B_4} = \{ d_7 \}$
 $kill_{B_4} = \{ d_1, d_4 \}$



到达定值的控制流方程



- 只要一个定值能够沿某条路径到达一个程序点，这个定值就是到达定值
- $IN[B] = \bigcup_{P \text{ 是 } B \text{ 的前驱基本块}} OUT[P]$
 - 如果从基本块P到B有一条控制流边，那么OUT[P]在IN[B]中
 - 一个定值必然先在某个前驱的OUT值中，才能出现在B的IN中
- \bigcup 称为到达定值的**交汇**运算符



控制流方程的迭代解法（1）



- ENTRY基本块的传递函数是常函数

$$\text{OUT}[\text{ENTRY}] = \text{空集}$$

- 其他基本块

$$\text{OUT}[B] = \text{gen}_B \cup (\text{IN}[B] - \text{kill}_B)$$

$$\text{IN}[B] = \bigcup_{P \text{ 是 } B \text{ 的前驱基本块}} \text{OUT}[P]$$

- 迭代解法

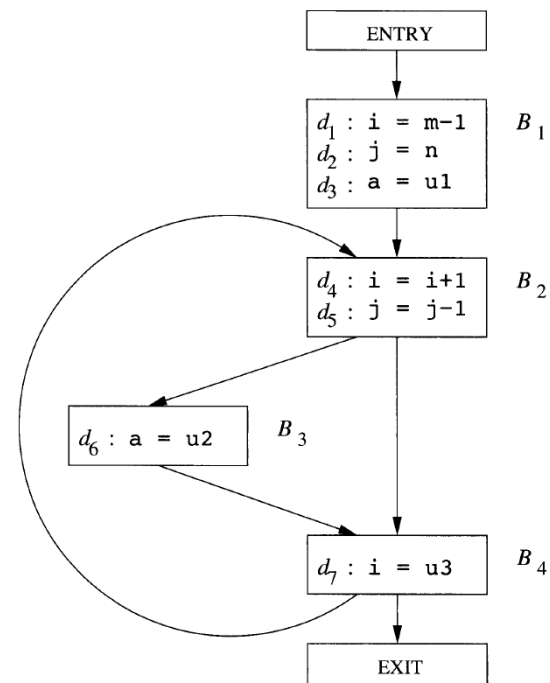
- 首先求出各基本块的gen和kill
- 令所有的OUT[B]都是空集，然后不停迭代，得到最小不动点的解



控制流方程的迭代解法（2）

- 输入：流图、各基本块的kill和gen集合
- 输出：IN[B]和OUT[B]
- 方法：

```
1) OUT[ENTRY] =  $\emptyset$ ;  
2) for (除 ENTRY 之外的每个基本块  $B$ ) OUT[ $B$ ] =  $\emptyset$ ;  
3) while (某个 OUT 值发生了改变)  
4)     for (除 ENTRY 之外的每个基本块  $B$ ) {  
5)         IN[ $B$ ] =  $\bigcup_{P \text{ 是 } B \text{ 的一个前驱}} \text{OUT}[P]$ ;  
6)         OUT[ $B$ ] =  $\text{gen}_B \cup (\text{IN}[B] - \text{kill}_B)$ ;  
    }
```



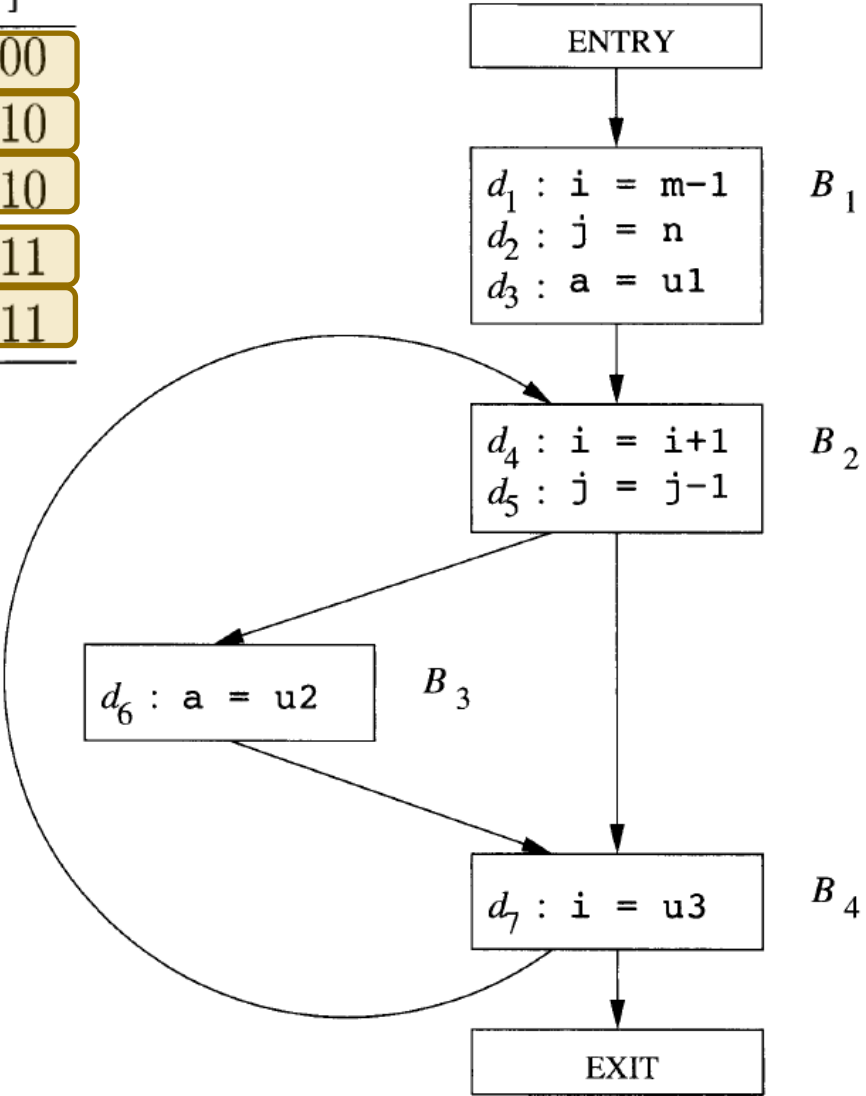


到达定值求解的例子



Block B	$\text{OUT}[B]^0$	$\text{IN}[B]^1$	$\text{OUT}[B]^1$	$\text{IN}[B]^2$	$\text{OUT}[B]^2$
B_1	000 0000	000 0000	111 0000	000 0000	111 0000
B_2	000 0000	111 0000	001 1100	111 0111	001 1110
B_3	000 0000	001 1100	000 1110	001 1110	000 1110
B_4	000 0000	001 1110	001 0111	001 1110	001 0111
EXIT	000 0000	001 0111	001 0111	001 0111	001 0111

- 7个bit从左到右表示 d_1, d_2, \dots, d_n
- for循环时依次遍历 $B_1, B_2, B_3, B_4, \text{EXIT}$
- 每一列表示一次迭代计算;
- B_1 生成 d_1, d_2, d_3 , 杀死 d_4, d_5, d_6, d_7
- B_2 生成 d_4, d_5 , 杀死 d_1, d_2, d_7
- B_3 生成 d_6 , 杀死 d_3
- B_4 生成 d_7 , 杀死 d_1, d_4





控制流方程的迭代解法（3）



- 解法的正确性
 - 直观解释：不断向前传递各个定值，直到该定值被杀死为止
- 算法为什么能终止？
 - 各个 $OUT[B]$ 在算法执行过程中不会变小
 - 且 $OUT[B]$ 显然有有穷的上界
 - 只有一次迭代之后增大了某个 $OUT[B]$ 的值，算法才会进行下一次迭代
- 最大迭代次数是流图的结点数 n
 - 定值经过 n 步必然已经到达所有可能到达的结点
- 算法结束时，各个 OUT/IN 值必然满足数据流方程



活跃变量分析



■ 活跃变量分析

- x 在 p 上的值是否会在某条从 p 出发的路径中使用
- 一个变量 x 在 p 上活跃，当且仅当存在一条从 p 点开始的路径，该路径的末端使用了 x ，且路径上没有对 x 进行覆盖

■ 用途

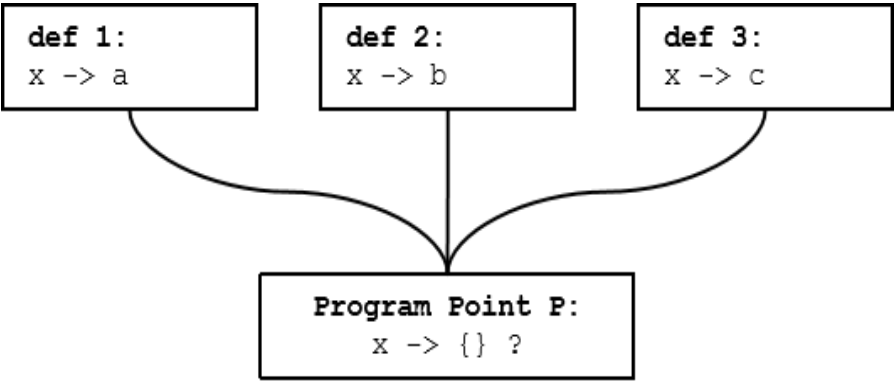
- 寄存器分配/死代码删除/...

■ 数据流值

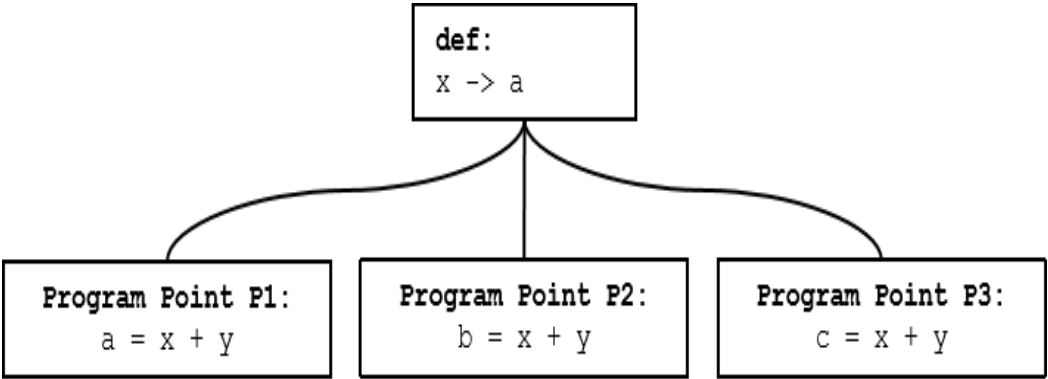
- (活跃) 变量的集合



- 数据流分析框架
 - 首先，确定应当使用**May**分析还是**Must**分析进行程序状态的分析与计算。
 - 活跃变量问题，用于分析在某一程序点p1上对变量v的赋值，是否在之后的程序点p2上使用，且在p1到p2的路径上没有对该变量v的重定义，即，我们需判断所有经过p1的路径，是否存在一条路径使得变量v在之后被使用。为此，我们使用**May**分析的方式进行程序状态的分析。
 - 然后，构造针对活跃变量问题的传递函数与控制流约束函数。



到达定值模式



活跃变量模式



基本块内的数据流方程



- 基本块的传递函数仍然是生成-杀死形式，但是从OUT值计算出IN值（逆向）
 - use_B ，可能在B中先于定值被使用（GEN）
 - def_B ，在B中一定先于使用被定值（KILL）

- 例子：
 - 基本块

$i=i+1$
 $j=j-1$

- $use \{i,j\}$
- $def \{ \}$



USEB和DEFB的用法



■ 语句的传递函数

- $s: x=y+z$

- $use_s = \{y, z\}$

- $def_s = \{x\} - \{y, z\}$ // $x=y+z$ 是模板, y 、 z 可能和 x 相同

■ 假设基本块中包含语句 s_1, s_2, \dots, s_n , 那么

$$\begin{aligned} use_B = use_1 \cup (use_2 - def_1) \cup (use_3 - def_1 - def_2) \\ \cup (use_n - def_1 - def_2 \cdots - def_{n-1}) \end{aligned}$$

$$def_B = def_1 \cup def_2 \cup \cdots \cup def_n$$



活跃变量数据流方程



- 任何变量在程序出口处不再活跃
 - $IN[EXIT] = \text{空集}$
- 对于所有不等于EXIT的基本块
 - $IN[B] = use_B \cup (OUT[B] - def_B)$
 - $OUT[B] = \bigcup_{S \text{ 是 } B \text{ 的后继基本块}} IN[S]$
- 和到达定值相比较
 - 都使用并集运算 \cup 作为交汇运算
 - 数据流值的传递方向相反：因此初始化的值不一样



活跃变量分析的迭代方法

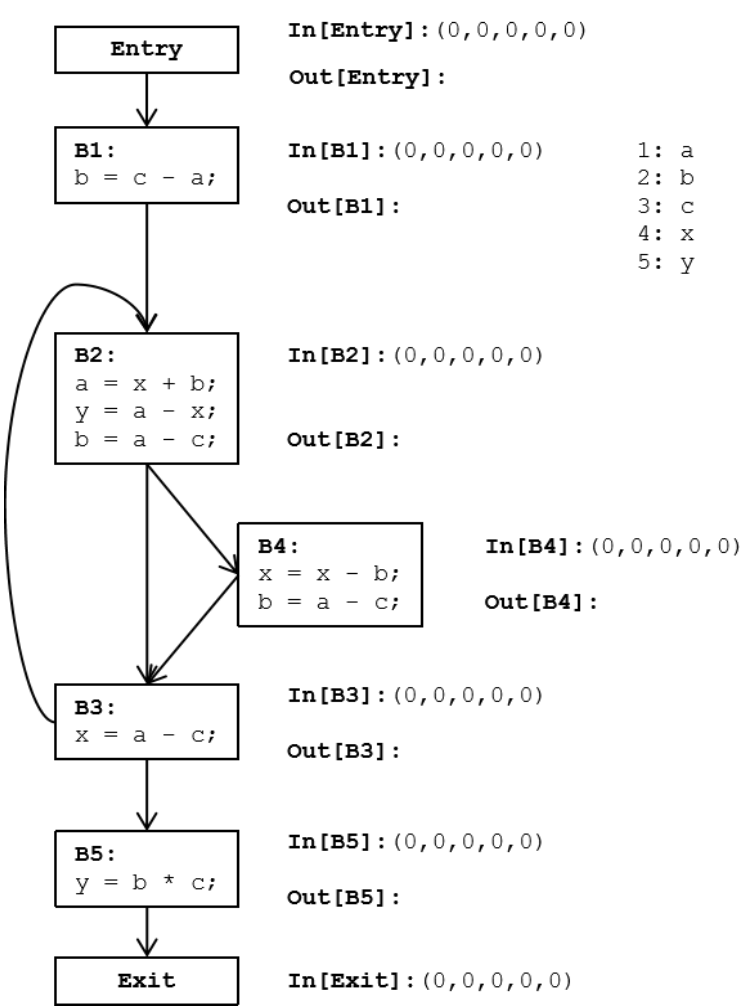


```
IN[EXIT] =  $\emptyset$ ;  
for (除 EXIT 之外的每个基本块  $B$ ) IN[ $B$ ] =  $\emptyset$ ;  
while (某个 IN 值发生了改变)  
    for (除 EXIT 之外的每个基本块  $B$ ) {  
        OUT[ $B$ ] =  $\bigcup_{S \text{ 是 } B \text{ 的一个后继}} \text{IN}[S]$ ;  
        IN[ $B$ ] =  $use_B \cup (\text{OUT}[B] - def_B)$ ;  
    }
```

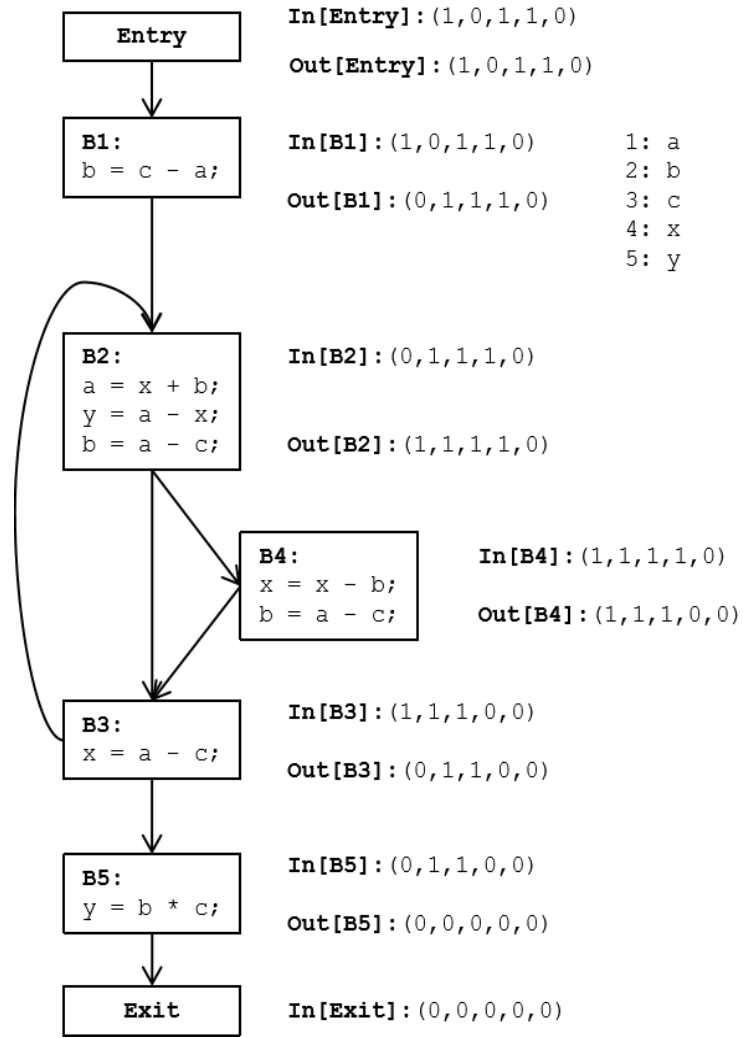
- 这个算法中 IN[B] 总是越来越大，且 IN[B] 都有上界，因此必然会终止



活跃变量分析示例



活跃变量分析模式初始化



第一次迭代结果



可用表达式分析



- $x+y$ 在 p 点可用的条件
 - 从流图入口结点到达 p 的每条路径都对 $x+y$ 求值，且在最后一次求值之后再没有对 x 或者 y 赋值
- 主要用途
 - 寻找全局公共子表达式
- 生成-杀死
 - 杀死：基本块对 x 或 y 赋值，且没有重新计算 $x+y$ ，那么它杀死了 $x+y$
 - 生成：基本块求值 $x+y$ ，且之后没有对 x 或者 y 赋值，那么它生成了 $x+y$



计算基本块生成的表达式



- 初始化 $S = \{ \}$
- 从头到尾逐个处理基本块中的指令 $x = y + z$
 - 把 $y + z$ 添加到 S 中;
 - 从 S 中删除任何涉及变量 x 的表达式
- 遍历结束时得到基本块生成的表达式集合;

- 杀死的表达式集合
 - 表达式的某个分量在基本块中定值, 且没有被再次生成



基本块生成/杀死的表达式的例子



语 句	可用表达式
	\emptyset
$a = b + c$	$\{b + c\}$
$b = a - d$	$\{a - d\}$
$c = b + c$	$\{a - d\}$
$d = a - d$	\emptyset



可用表达式的数据流方程



- ENTRY结点的出口处没有可用表达式
 - $OUT[ENTRY] = \{ \}$
- 其他基本块的方程
 - $OUT[B] = e_gen_B \cup (IN[B] - e_kill_B)$
 - $IN[B] = \bigcap_{P \text{ 是 } B \text{ 的前驱基本块}} OUT[P]$
- 和其他方程类比
 - 前向传播
 - 交汇运算是交集运算



可用表达式分析的迭代方法



- 注意：OUT值的初始化值是全集
 - 这样的初始集合可以求得更有用的解

```
OUT[ENTRY] =  $\emptyset$ ;  
for (除 ENTRY 之外的每个基本块  $B$ ) OUT[ $B$ ] =  $U$ ;  
while (某个 OUT 值发生了改变)  
    for (除 ENTRY 之外的每个基本块  $B$ ) {  
        IN[ $B$ ] =  $\bigcap_{P \text{ 是 } B \text{ 的一个前驱}} \text{OUT}[P]$ ;  
        OUT[ $B$ ] =  $e\_gen_B \cup (\text{IN}[B] - e\_kill_B)$ ;  
    }
```



三种数据流方程的总结



	到达定值	活跃变量	可用表达式
域	Sets of definitions	Sets of variables	Sets of expressions
方向	Forwards	Backwards	Forwards
传递函数	$gen_B \cup (x - kill_B)$	$use_B \cup (x - def_B)$	$e_gen_B \cup (x - e_kill_B)$
边界条件	$OUT[ENTRY] = \emptyset$	$IN[EXIT] = \emptyset$	$OUT[ENTRY] = \emptyset$
交汇运算(\wedge)	\cup	\cup	\cap
方程组	$OUT[B] = f_B(IN[B])$ $IN[B] = \bigwedge_{P, pred(B)} OUT[P]$	$IN[B] = f_B(OUT[B])$ $OUT[B] = \bigwedge_{S, succ(B)} IN[S]$	$OUT[B] = f_B(IN[B])$ $IN[B] = \bigwedge_{P, pred(B)} OUT[P]$
初始值	$OUT[B] = \emptyset$	$IN[B] = \emptyset$	$OUT[B] = U$



数据流分析的理论基础



- 问题：
 - 数据流分析中的迭代算法在什么情况下正确？
 - 迭代算法是否收敛？
 - 方程组的解的含义是什么？
 - 得到的解有多精确？

- 正确性问题
- 精度问题



数据流框架的通用算法



■ 前向

- 1) $\text{OUT}[\text{ENTRY}] = v_{\text{ENTRY}};$
- 2) **for** (除 ENTRY 之外的每个基本块 B) $\text{OUT}[B] = \top;$
- 3) **while** (某个 OUT 值发生了改变)
- 4) **for** (除 ENTRY 之外的每个基本块 B) {
- 5) $\text{IN}[B] = \bigwedge_{P \text{ 是 } B \text{ 的一个前驱}} \text{OUT}[P];$
- 6) $\text{OUT}[B] = f_B(\text{IN}[B]);$
- }

■ 逆向

- 1) $\text{IN}[\text{EXIT}] = v_{\text{EXIT}};$
- 2) **for** (除 EXIT 之外的每个基本块 B) $\text{IN}[B] = \top;$
- 3) **while** (某个 IN 值发生了改变)
- 4) **for** (除 EXIT 之外的每个基本块 B) {
- 5) $\text{OUT}[B] = \bigwedge_{S \text{ 是 } B \text{ 的一个后继}} \text{IN}[S];$
- 6) $\text{IN}[B] = f_B(\text{OUT}[B]);$
- }



机器无关的代码优化



- 局部优化
 - 有向无环图 (Directed Acyclic Graph, DAG)
 - 公共子表达式消除
 - 无用代码消除
 - 常量折叠
 - 代数恒等式替换
- 全局优化
 - 常量传播
- 循环的优化



全局优化



■ 全局优化管道

○ 常量传播 --> 公共子表达式消除 --> 复制传播 --> 常量折叠 --> 控制流优化 --> 无用代码消除 --> 循环不变代码外提 --> 归纳变量强度削减 --> 控制流优化

■ 常量传播



简单常量传播



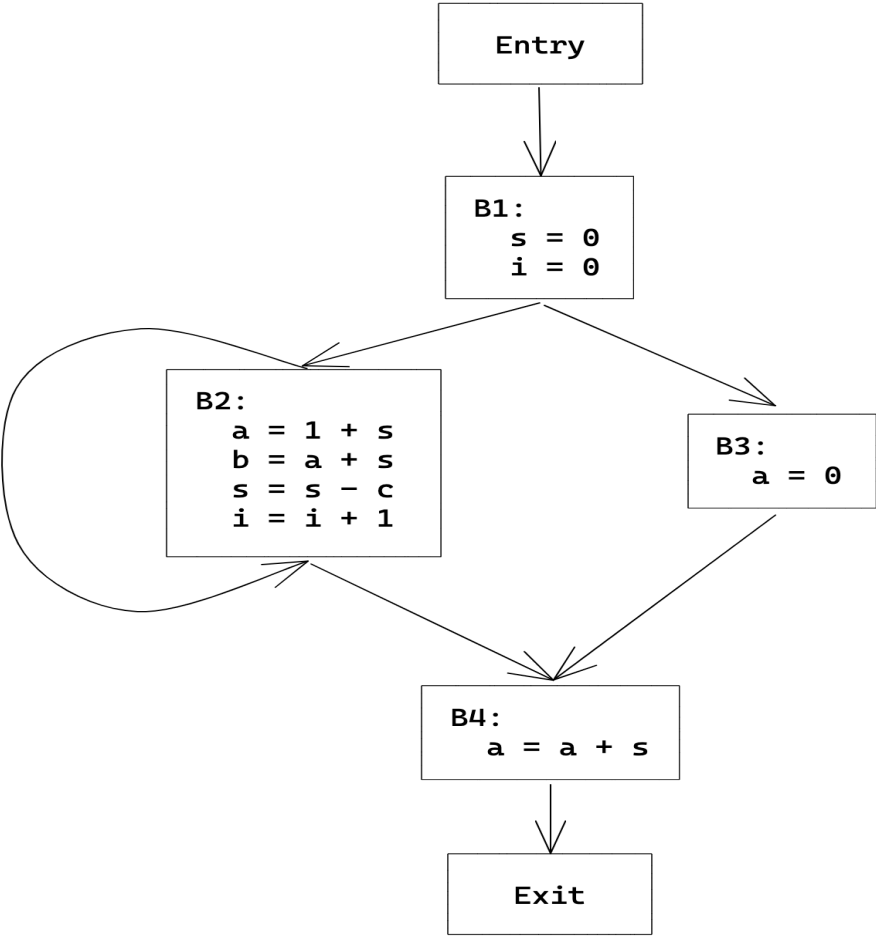
- 常量传播框架中的变量的状态分为三种
 - 所有符合该变量类型的常量值；
 - **NAC (Not-A-Constant)** 表示当前变量不是一个常量值。这代表该变量在到达程序点p的不同的路径上的值不同，或是被赋予了一个输入变量的值；
 - **UNDEF**，表示未定义的值。在到达程序点p的不同路径上存在至少一条路径未对变量的值进行定义。



简单常量传播示例



- 对下面的程序控制流图，在每个基本块的出口处指出所有变量的状态（UNDEF，常量 **c**，或 **NAC**）。





流图中的循环

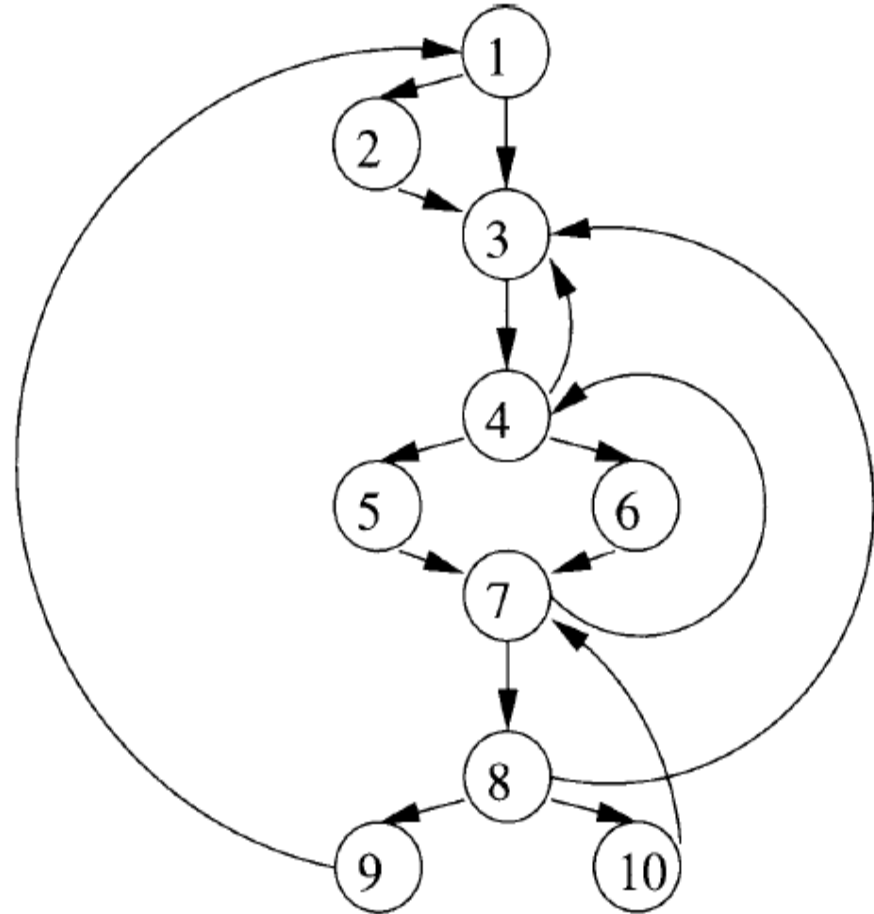


- 循环的重要性
 - 程序的大部分执行时间都花在循环上
- 相关概念
 - 支配结点
 - 深度优先排序
 - 回边
 - 图的深度
 - 可归约性
- 两个重要问题
 - 如何寻找循环
 - 数据流分析的收敛速度

支配结点(必经节点)

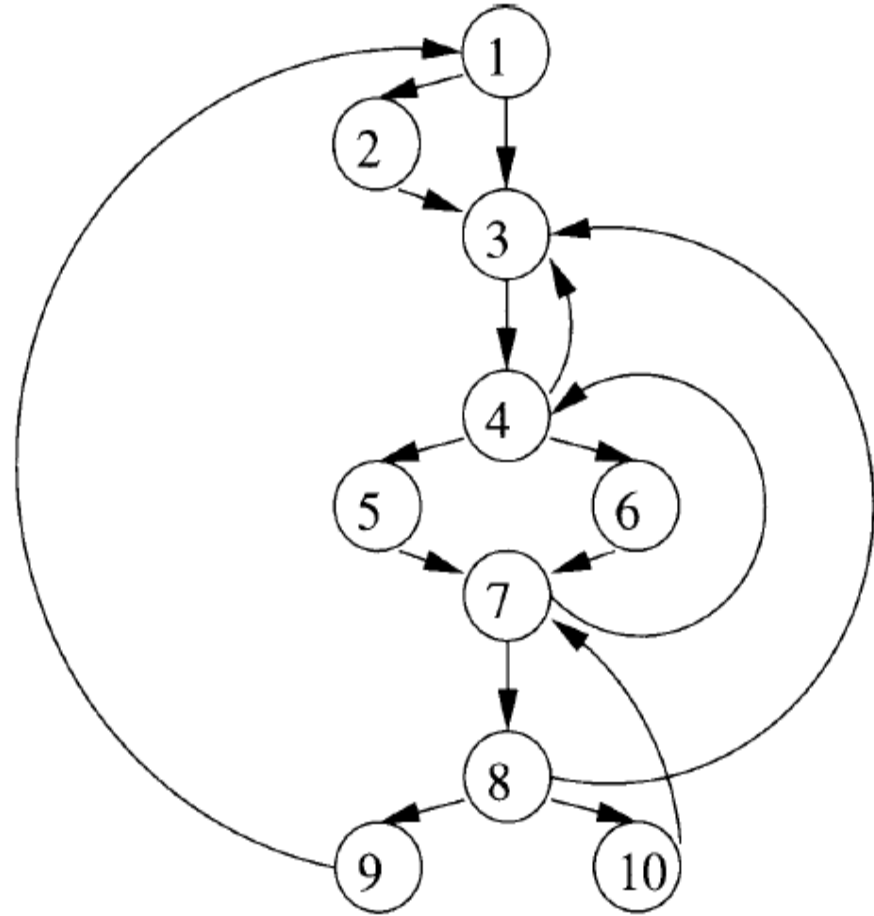


- 如果每一条从入口结点到达 n 的路径都经过 d ，我们就说 d 支配 (dominate) n ，记为 $d \text{ dom } n$
- 右图：
 - 2只支配自己
 - 3支配除了1，2之外的其它所有结点
 - 4支配1、2、3之外的其它结点
 - 5、6只支配自身
 - 7支配7, 8, 9, 10
 - 8支配8, 9, 10
 - 9, 10只支配自身





- 支配结点树可以表示支配关系
 - 根结点：入口结点
 - 每个结点d支配且只支配树中的后代结点
- 直接支配结点
 - 从入口结点到达n的任何路径（不含n）中，它是路径中最后一个支配n的结点
 - 前面的例子：1直接支配3，3直接支配4
 - n的直接支配结点m具有如下性质：
如果 $d \text{ dom } n$ ，那么 $d \text{ dom } m$

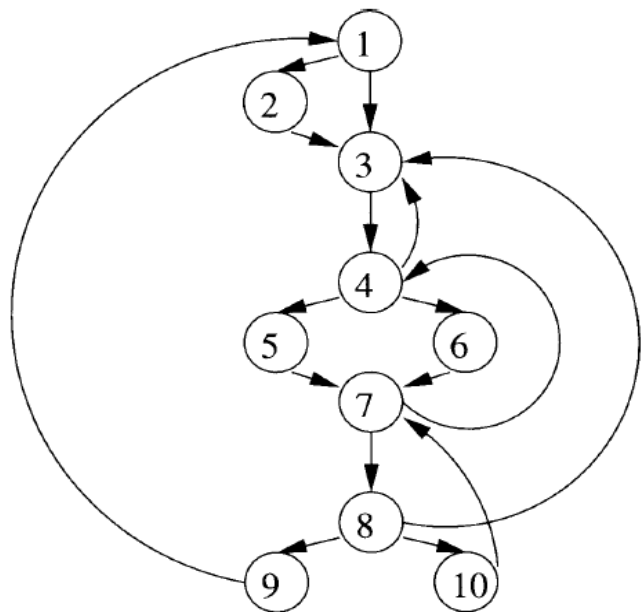




寻找支配结点



- 求解如右图所示的数据流方程组，就可以得到各个结点对应的支配结点
- $D(n) = OUT[n]$

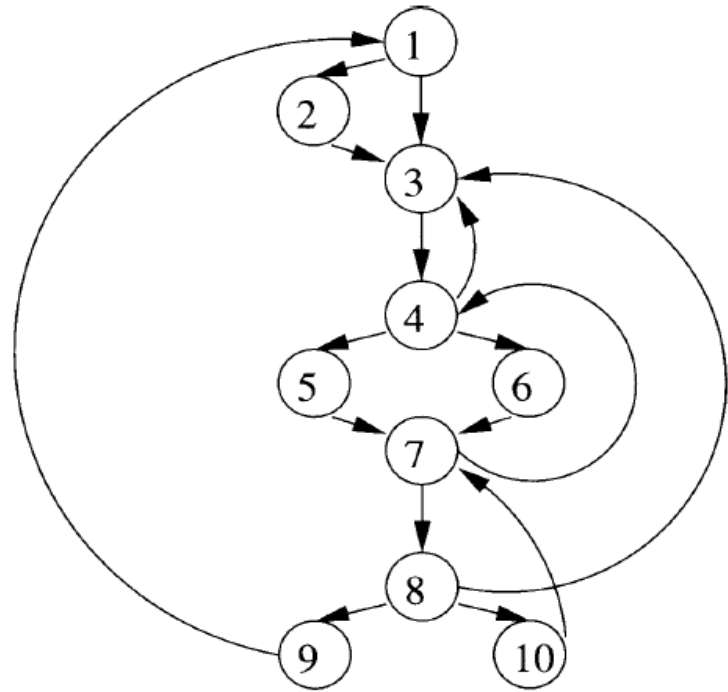


	支配结点
域	The power set of N
方向	Forwards
传递函数	$f_B(x) = x \cup \{B\}$
边界条件	$OUT[ENTRY] = \{ENTRY\}$
交汇运算(\wedge)	\cap
方程式	$OUT[B] = f_B(IN[B])$ $IN[B] = \bigwedge_{P, pred(B)} OUT[P]$
初始化设置	$OUT[B] = N$

图 9-40 一个计算支配结点的数据流算法



```
1) OUT[ENTRY] =  $v_{\text{ENTRY}}$ ;
2) for (除 ENTRY 之外的每个基本块  $B$ ) OUT[ $B$ ] =  $\top$ ;
3) while (某个 OUT 值发生了改变)
4)     for (除 ENTRY 之外的每个基本块  $B$ ) {
5)         IN[ $B$ ] =  $\bigwedge_{P \text{ 是 } B \text{ 的一个前驱}} \text{OUT}[P]$ ;
6)         OUT[ $B$ ] =  $f_B(\text{IN}[B])$ ;
    }
```



$$D(1) = \{1\}$$

$$D(2) = \{2\} \cup D(1)$$

$$D(3) = \{3\} \cup (\{1\} \cap \{1, 2\} \cap \{1, 2, \dots, 10\} \cap \{1, 2, \dots, 10\}) = \{1, 3\}$$

$$D(4) = \{4\} \cup (D(3) \cap D(7)) = \{4\} \cup (\{1, 3\} \cap \{1, 2, \dots, 10\}) = \{1, 3, 4\}$$

$$D(5) = \{5\} \cup D(4) = \{5\} \cup \{1, 3, 4\} = \{1, 3, 4, 5\}$$

$$D(6) = \{6\} \cup D(4) = \{6\} \cup \{1, 3, 4\} = \{1, 3, 4, 6\}$$

$$\begin{aligned} D(7) &= \{7\} \cup (D(5) \cap D(6) \cap D(10)) \\ &= \{7\} \cup (\{1, 3, 4, 5\} \cap \{1, 3, 4, 6\} \cap \{1, 2, \dots, 10\}) = \{1, 3, 4, 7\} \end{aligned}$$

$$D(8) = \{8\} \cup D(7) = \{8\} \cup \{1, 3, 4, 7\} = \{1, 3, 4, 7, 8\}$$

$$D(9) = \{9\} \cup D(8) = \{9\} \cup \{1, 3, 4, 7, 8\} = \{1, 3, 4, 7, 8, 9\}$$

$$D(10) = \{10\} \cup D(8) = \{10\} \cup \{1, 3, 4, 7, 8\} = \{1, 3, 4, 7, 8, 10\}$$



深度优先排序

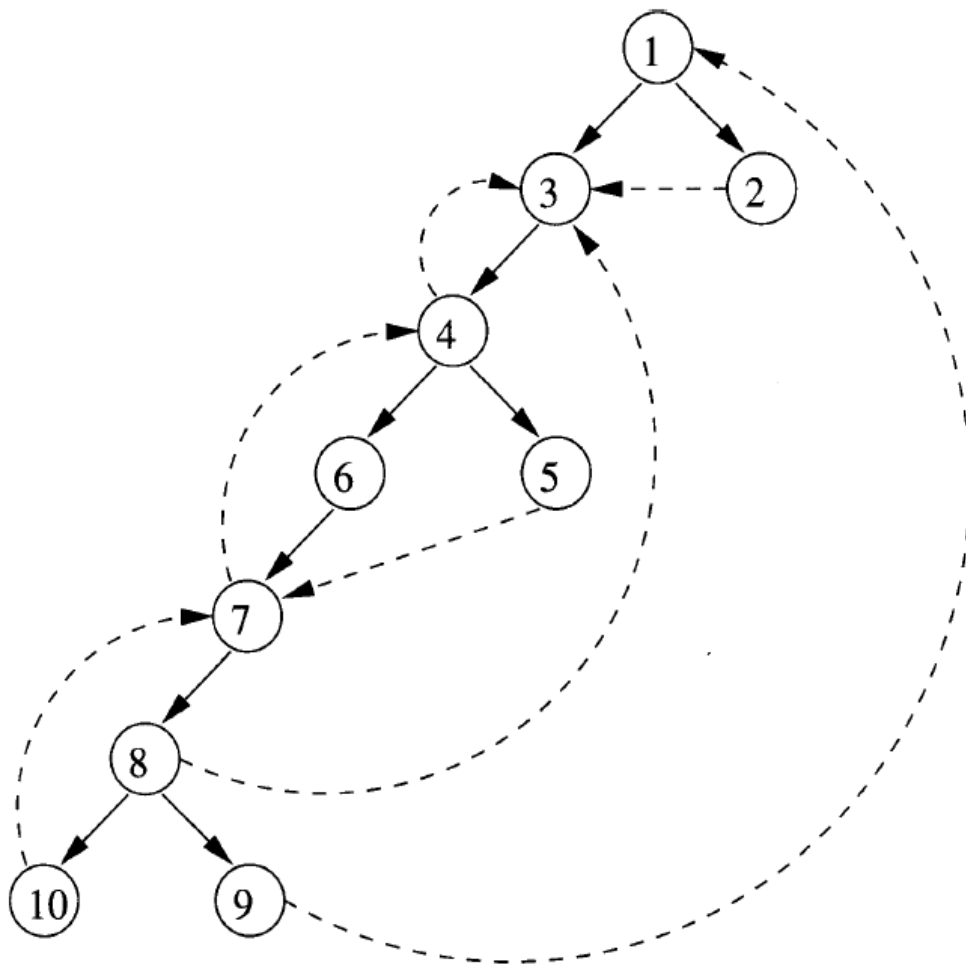


■ 深度优先排序

- 先访问一个结点，然后遍历该结点的最右子结点，再遍历这个子结点左边的子结点，依此类推
- 具体访问时，我们可以自己设定各个子结点的顺序
 - 哪个是最右的，哪个是下一个子结点等

■ 例子见右图：

- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10





深度优先生成树和排序算法



- $dfn[n]$ 表示 n 的深度优先编号
- c 的值从 n 逐步递减到 1
- T 中记录了生成树的边集合

```
void search( $n$ ) {  
    将  $n$  标记为 “visited”;  
    for ( $n$  的各个后继  $s$ )  
        if ( $s$  标记为 “unvisited”) {  
            将边  $n \rightarrow s$  加入到  $T$  中;  
            search( $s$ );  
        }  
     $dfn[n] = c$ ;  
     $c = c - 1$ ;  
}  
  
main() {  
     $T = \emptyset$ ; /* 边集 */  
    for ( $G$  的各个结点  $n$ )  
        把  $n$  标记为 “unvisited”;  
     $c = G$  的结点个数;  
    search( $n_0$ );  
}
```



流图的边的分类



- 前进边
 - 从结点 m 到达 m 在DFST树中的一个真后代的边
 - DFST中的所有边都是前进边
- 后退边
 - 从 m 到达 m 在DFST树中的某个祖先的边
- 交叉边
 - 边的 src 和 $dest$ 都不是对方的祖先
 - 一个结点的子结点按照它们被加入到树中的顺序从左到右排列，那么所有的交叉边都是从右到左的



回边和可归约性



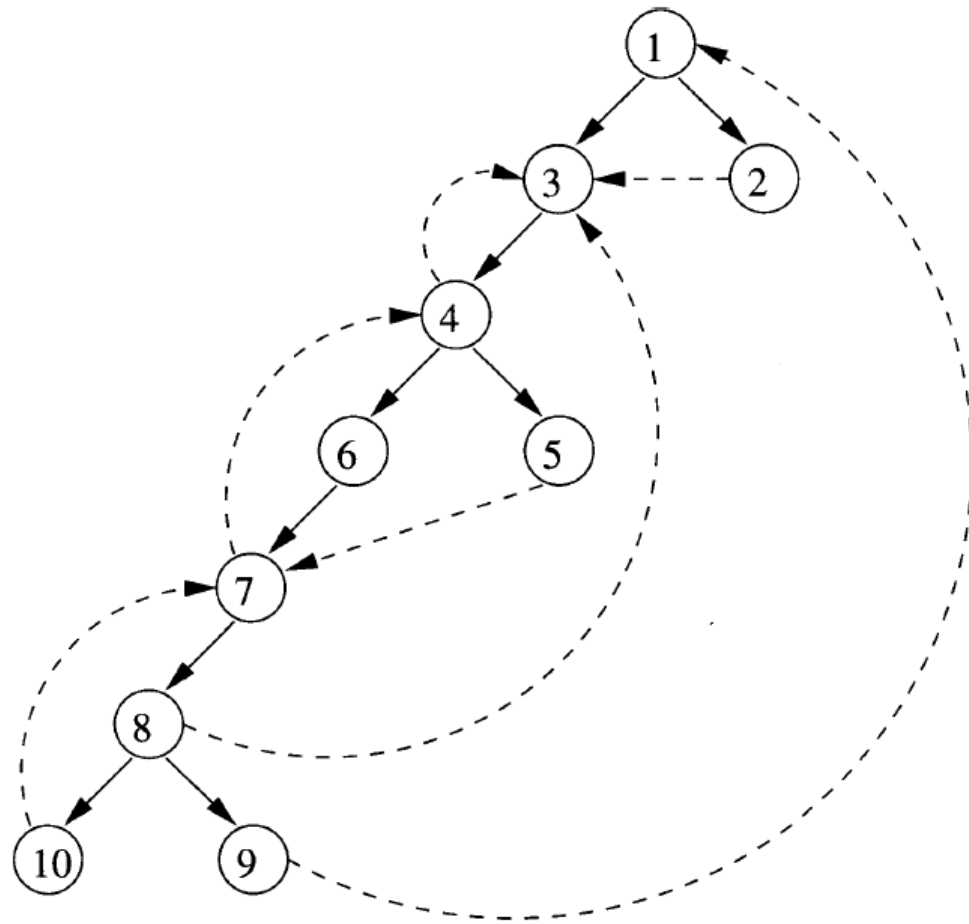
- 回边
 - 边 $a \rightarrow b$ ，头 b 支配了尾 a
 - 每条回边都是后退边，但不是所有后退边都是回边
- 如果一个流图的任何优先生成树中的所有后退边都是回边，那么该流图就是可归约的
 - 可归约流图的DFST的后退边集合就是回边集合
 - 不可归约流图的DFST中可能有一些后退边不是回边，但是所有的回边仍然都是后退边
- 实践中出现的流图基本都是可归约的



流图的深度



- 一个流图，相对于一棵DFST的深度
 - 各条无环路径上后退边数中的最大值
 - 这个深度不会大于直观上所说的流图中的循环嵌套深度。
- 对于可归约的流图，我们可以使用“回边”来定义，而且可以说是“流图的深度”
- 右边的流图深度为3
 - $10 \rightarrow 7 \rightarrow 4 \rightarrow 3$





自然循环



- 自然循环的性质
 - 有一个唯一的入口结点（循环头 header）。这个结点支配循环中的所有结点
 - 必然存在进入循环头的回边
- 自然循环的定义
 - 给定回边 $n \rightarrow d$ 的自然循环是 d 加上不经过 d 就能够到达 n 的结点的集合
 - d 是这个循环的头



自然循环构造算法



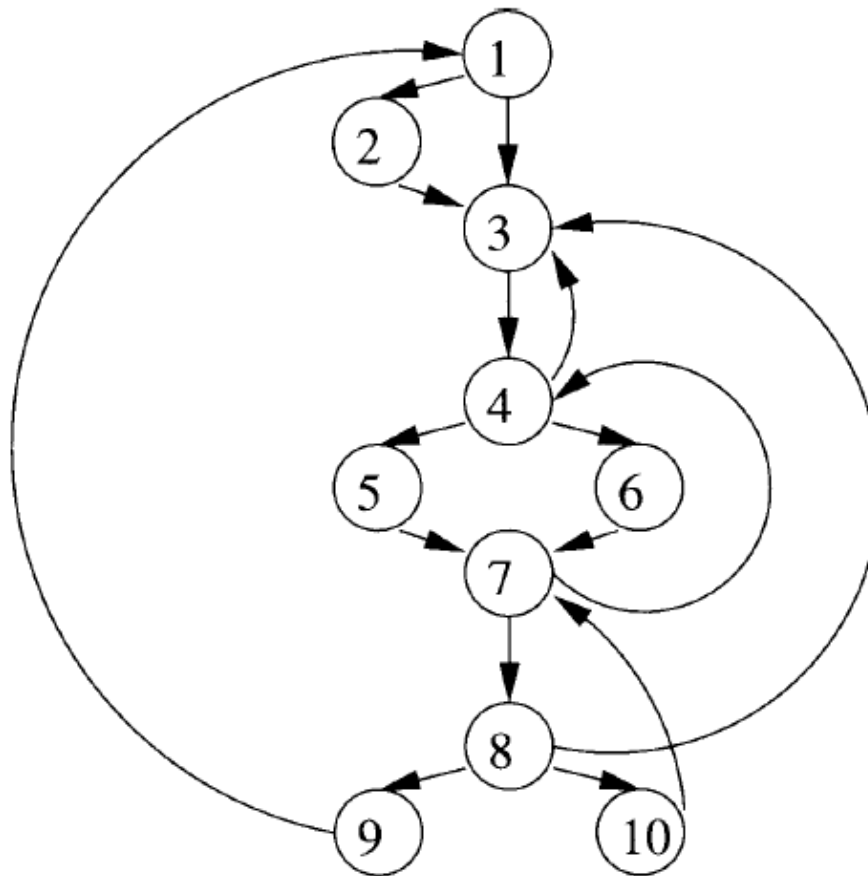
- 输入：流图G和回边 $n \rightarrow d$;
- 输出：回边 $n \rightarrow d$ 的自然循环中的所有结点的集合loop;
- 方法
 - $loop = \{n, d\}$, d标记为visited
 - 从n开始, 逆向地对数据流图进行深度优先搜索, 把所有访问到的结点都加入loop, 加入loop的结点都标记为visited。搜索过程中, 不越过标记为visited的结点



自然循环的例子



- 回边: $10 \rightarrow 7$
 - $\{7, 8, 10\}$
- 回边: $7 \rightarrow 4$
 - $\{4, 5, 6, 7, 8, 10\}$
 - 包含了前面的循环
- 回边 $4 \rightarrow 3, 8 \rightarrow 3$
 - 同样的头
 - 同样的结点集合
 $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$
- 回边 $9 \rightarrow 1$
 - 整个流图





自然循环的性质



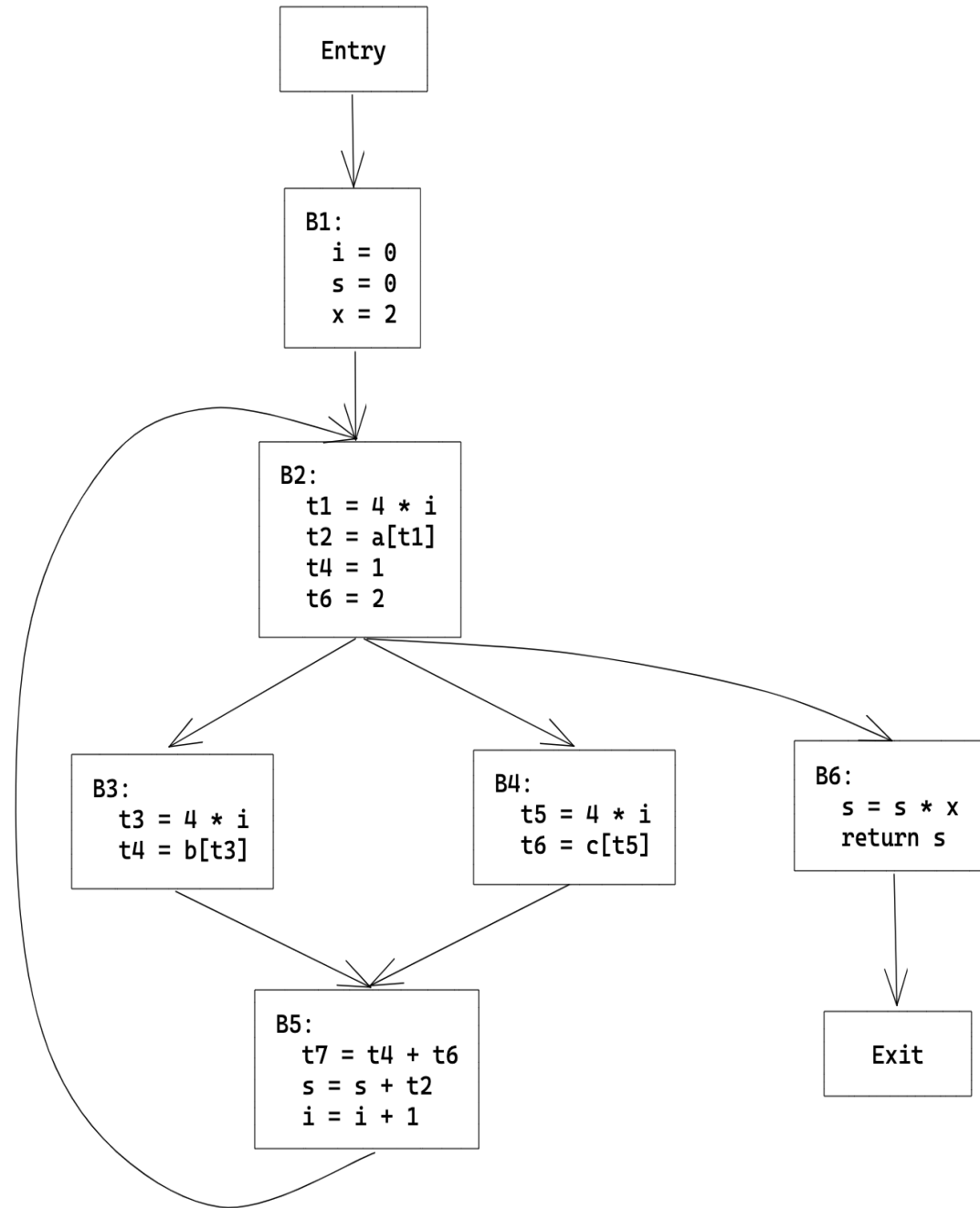
- 除非两个循环具有同样的循环头，他们
 - 要么互不相交（分离的）
 - 要么一个嵌套于另一个中
- 最内层循环
 - 不包含其它循环的循环
 - 通常是最需要进行优化的地方



全局优化示例



- 对于所示程序控制流图进行全局优化。
 - 尽可能地对该控制流图中的消除全局公共子表达式；
 - 在前一小问的基础上，尽可能地对该控制流图进行复制传播优化；
 - 在前一小问的基础上，尽可能地消除该控制流图中的所有死代码。





誠朴雄偉
勵學敦行

课程结束了

谢谢！

