

## Capítulo 7

Relaciones: La segunda vuelta.

1.- Si  $A = (1,2,3,4)$ , d\_e un ejemplo de una relación  $<$  sobre  $A$  que sea a) reexiva y simétrica, pero no transitiva

b) reexiva y transitiva, pero no simétrica

c) simétrica y transitiva, pero no reexiva

(a)  $[(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2),(2,1),(2,3),(3,2)]$

(b)  $[(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2)]$

(c)  $[(1,1),(2,2),(1,2),(2,1)]$

2.- Para la relación (b) del ejemplo anterior determine cinco valores de  $x$  para los cuales  $x^2 <$ .

-9, -2, 5, 12, 19

3.- Para la relación  $<$  del ejemplo 1 inciso (c) determine: a) Tres elementos  $f_1, f_2, f_3 <$  tales que  $1 \leq i \leq 3$

b) Encuentre tres términos  $g_1, g_2, g_3 <$  tales que  $1 \leq i \leq 3$

(a) Dejar  $f_1, f_2, f_3 \in F$  con  $f_1(n) = n + 1, f_2(n) = 5n$ , y  $f_3(n) = 4n + 1 = n$

(b) Dejar  $g_1, g_2, g_3 \in F$  con  $g_1(n) = 3, g_2(n) = 1 = n$ , y  $g_3(n) = \sin(n)$

4.- Si  $A = [w,y,x,z]$ , determine el número de relaciones sobre  $A$  que son (a) reexivas; (b) simétricas; (c) exivas y simétricas; (d) reexivas y contienen  $a(x,y)$

a)  $2^{12}$

b)  $(2^4)(2^6) = 2^{10}$

c)  $2^6$

d)  $2^{11}$

5.- Sea  $n \in \mathbb{Z}$  con  $n \geq 1$  y sea  $A$  el conjunto de los divisores enteros positivos de  $n$ . De una la relación  $<$  sobre  $A$  como  $x < y$  si  $x$  divide (exactamente) a  $y$ . Determine la cantidad de pares ordenados que hay en la relación de  $<$  cuando

$n$  es (a) 10; (b) 20; (c) 40; (d) 200; (e) 210.

$C$  significa combinación

(a)  $C(3,2) * C(3,2) = 9$

(b)  $C(4,2) * C(3,2) = 18$

(c)  $C(5,2) * C(3,2) = 30$

(d)  $C(5,2) * C(4,2) = 60$

(e)  $C(3; 2)_4 = 81$

6.- Sea  $A$  un conjunto tal que  $|A| = n$  y sea  $<$  una relación sobre  $A$  antisimétrica. ¿Cuál es el máximo valor de  $|<|$ ? ¿Cuántas relaciones antisimétricas pueden tener ese tamaño?

El número de antisimétricas relacionadas que puede tener son de tamaño  $2^{(n^2 - n)/2}$

7.- Sea  $A$  un conjunto tal que  $|A| = n$  y sea  $<$  una relación de equivalencia sobre  $A$  tal que  $|<| = r$ . ¿Por qué  $r - n$  siempre es par?

Cuenta los elementos en  $<$  de la forma  $(a,b)$ ,  $a \neq b$ . Como  $<$  es simétrica,  $r - n$  es par

8. Una relación  $<$  sobre un conjunto  $A$  es irreexiva si para todo  $a \in A$ ,  $(a,a)$  no pertenece a  $<$ .

a) De un ejemplo de una relación  $<$  sobre  $\mathbb{Z}$  tal que  $<$  sea irreexiva y transitiva pero no simétrica.

a)  $x < y$  si y solo si  $x \leq y$

9.- Para  $A = [1, 2, 3, 4]$ , sean  $R$  y  $F$  las relaciones sobre  $A$  dadas como  $R = (1,2), (1,3), (2,4), (4,4)$  y  $F = (1,1), (1,2), (1,3), (2,3), (2,4)$ . Determine  $R \circ F, F \circ R, R^2, R^3, F^2$  y  $F^3$

$R \circ S = (1,6), (1,4)$ ;  $S \circ R = (1,2), (1,3), (1,4), (2,4)$ ;  $R^2 = R^3 = [(1; 4); (2; 4); (4; 4)]$ ;  $S^2 = S^3 = [(1; 1); (1; 2); (1; 3); (1; 4)]$

10.- Si  $R$  es una relación reexiva sobre un conjunto  $A$ , demuestre que  $R^2$  también es reflexiva sobre  $A$ .

$x \in A$  reflexiva:  $\square \rightarrow (x; x) \in R$ ;  $(x; x) \in R$ ;  $(x; x) \in R \rightarrow (x; x) \in R \circ R = R^2$