Capitulo 8

El principio de inclusión y exclusión.

1. Determine el numero de positivos n,1 _ n _ 2000,tales que

a) No son divisibles entre 2,3,5

b) No son divisibles entre 2,3,5 ni 7

c) No son divisibles entre 2,3,5, pero si son div__sales entre 7

Respuesta (a):

N(c1) = [2000=2] = 100

N(c2) = [2000=3] = 666

N(c3) = [2000=5] = 400

N(c4) = [2000=7] = 285

N(c1; c2) = [2000=6] = 333

N(c2; c3) = [2000=15] = 133

N(c1; c3) = [2000=10] = 200

N(c1; c2; c3) = [2000=30] = 66

N(c1; c2; c3) = 200 □ [1000 + 666 + 400] + [333 + 200 + 133] □ 66

N(c1; c2; c3) = 534

Respuesta (b):

N(c1; c4) = [2000=14] = 142

N(c3; c4) = [2000=35] = 57

N(c2; c4) = [2000=21] = 95

N(c1; c2; c4) = [2000=42] = 47

N(c2; c3; c4) = [2000=105] = 19

N(c1; c2; c3; c4) = 2000 □ [1000 + 600 + 400 + 271] + [333 + 200 + 133 + 142 + 57 + 95] □ [66 + 47 + 19] + 9 = 586

Respuesta (c):

N(c4) = 1715

2. De cuantas formas se puede colocar todas las letras de la palabra information de tal manera que ning_un par de letras consecutiva aparezca m_as de una vez? [Aqui queremos contar disposiciones como iinnoofrmta y fortmaiinon, pero no inforinmota(donde "n" aparece dos veces) o nortfnoiami(donde "no" aparece dos veces)]

N(c1) = 9!

N(c2) = 9!

N(c1; c2) = 7!

N(c1; c2) = 11! □ [9! + 9!] + 7!

3. Encuentre el n_umero de enteros positivos x tales que x _ 9999999 y la suma de los d__gitos de x sea igual a 31

Como la suma debe de dar 31, entonces nuestro primera condici_on es (37=31), de esto cabe que son 4 n_umeros que suman 37, entonces los siguientes 3 condiciones queda que s2 = (7=1)(27=21); s3 = (7=2)(17=11) = (7=3)(7=1), por lo tanto el resultado seria el siguiente

N(c1; c2; c3) = s1 □ s2 □ s3 □ s4 = (37=31) □ (7=1)(27=21) + (7=2)(17=11) □ (7=3)(7=3)

4. En su tienda de ores, Margarita desea colocar 15 plantas diferentes en cinco Ana que les del escaparate,>De cuantas formas puede colocarlas de tal manera que cada anaquel tenga al menos una planta, pero más de cuatro?

Como se quiere pasar de cuatro, nuestra máximo de condicionales es 3, por lo tanto el procedimiento seria el siguiente

(5=0)(14=0) □ (5=4)(10=6) + (5=1)(6=2)donde(s=n) es el numero de anaqueles y los (14=10); (10=6); (6=2) es el restante de platas a colocar, por lo tanto se multiplica con el factorial de 15.

(15!)[(14=10)(5=0) □ (5=1)(10=6) □ (5=2)(6=2)]

5. Encuentre el n_umero de permutaciones de a,b,c......,x,y,z, de modo que no aparezcan los patrones spin, game, path o net.

El numero total de letras en el abecedario es de 26, entonces el procedimiento es el siguiente.
26! □ [3(23!) + 24!] + (20! + 21!)

6. Si se tiran ocho dados distintos,>Cu_al es la probabilidad de que aparezcan seis n_umeros distintos?

Son 8 tiros y 6 distintos.Esto se plantea de la siguiente manera.
$[(6=0)6_8$ □ $(6=1)5_8 + (6=2)4_8 + (6=3)3_8 + (6=2)2_8$ □ $(6=1)1_8 + (6=0)0_8]=6_8$

7. Para la situaci_on de los ejemplos 8.6 y 8.7.calcule E, para 0 _ 1 _ 5 y muestra que
P
E = N = 151

Para F0 = 768;E1 = 205;E2 = 40;E3 = 10;E4 = 0;E5 = 1
Entonces P Ei = 768 + 205 + 40 + 10 + 0 + 1 = 1024 = N

8. De cuantas formas podemos colocar , las letras de correspondientes de modo que (a) no haya un par de letras idénticas consecutivas?(b) haya exactamente dos pares de letra idénticas consecutivas?(c)haya menos tres pares de letras idénticas consecutivas?
Respuesta(a):
$(5=0)[14!=2(2!)_5]$□$(5=1)[13!=(2!)_4+(5=2)[12!=(2!)_3]$□$(5=3)[11!=(2!)_2]+(5=4)[10!=2!]$□
(5=5)[9!]
Respuesta(b):
$E2 = (5=2)[12!=(2!)_3]$□$(3=1)(5=3)[11!=(2!)_2]+(4=4)(5=4)[10!=2!]$□(5=3)(5=5) _
[9!]
Respuesta(c):
$L3 = (5=3)[11!=(2!)_2]$ □ (3=2)(5=4)[10!=2!] + (4=2)(5=5)[9!]

9. De cuántas formas se puede distribuir diez premios distintos entre cuatro estudiantes de modo que exactamente dos estudiantes no reciban ninguno? b)>De cuántas formas puede hacerse esto de modo que al menos dos estudiantes no reciban premio?
Resultado(a):
$E2 = (2=0)[101=(2!)_2] + (2=1)[9!=(2!)_1 + (2=2)[8!=(2!)_0] = 6132$
Resultado(b):
$E2 = (2=0)[10!=(2!)_2]$ □ $(2=1)[9!=(2!)_1] + (2=2)[8!=(2!)_0] = 6136$

10. De cuantas formas se pueden colocar los enteros 1,2,3,...,10 en una línea de modo que ningún entero par quede en su posición natural?
Esto se restringe a 5 formas, ya que un entero n se puede recorrer a n + 1 y sucesivamente, y partiendo de 1, entonces n + 1 = 2, por lo tanto son pares, [10=2] = 5, por lo tanto lo siguiente es determinar cuantas formas se colocan.
(5=0)10! □ (5=1)9! + (5=2)8! □ (5=3)7! + (5=4)6! □ (5=5)5!