-Labor Regelungstechnik-

Laborbericht

Laborversuch 2

Füllstandsregelung

Student:	Daniel Lipaj	75795
Universität:	Hochschule Karlsruhe	
Studiengang:	Elektro- und Informationstechnik	
Studienvertiefung:	Informationstechnik	
Semester:	Wintersemester 23/24	
Dozent:	Prof. Dr. Keller	
Bearbeitet am:	27. November 2023	

Inhaltsverzeichnis

1 Vorbereitung

Im weiteren Verlauf des Protokolls wird eine Füllstandsregelung für einen zylinderförmigen Behälter mit einem Zufluss $q_{zu}(t)$ modelliert.

1.1 Zuflussgleichung herleiten

Die Änderung des Volumeninhalts entspricht dem Zufluss $q_{zu}(t)$.

I.) $\dot{V} = q_{zu}(t)$ $\dot{V} =>$ Änderung des Volumen Inhalt

Das Volumen des Behälters wird durch seine Füllhöhe und Querschnittsfläche beschrieben.

$$V(t) = AB \cdot h(t)$$

Das Volumen wird nach der Zeit t abgeleitet, während die Querschnittsfläche des Zylinders über die Zeit konstant bleibt.

$$\dot{V} = AB \cdot \dot{h}(t)$$

Einsetzten in die Gleichung I.)

$$Ab \cdot \dot{h}(t) = q_{zu}(t)$$

$$\dot{h}(t) = \frac{1}{AB} \cdot q_{zu}(t)$$

Durch Integration wird die gesuchte Füllstandshöhe h(t) in Abhängigkeit des Zuflusses $q_{zu}(t)$ bestimmt.

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{AB} \cdot q_{zu}(t)| \cdot dt$$

$$dh = \frac{1}{Ab} \cdot q_{zu}(t)dt| \int$$

$$\int_{h(t_0)}^{h(t)} dh = \frac{1}{AB} \cdot \int_{t_0}^{t} q_{zu}(t)dt$$

$$h(t) - h(t_0) = \frac{1}{AB} \cdot \int_{t_0}^{t} q_{zu}(t)dt| + h(t_0)$$

$$h(t) = \frac{1}{AB} \cdot \int_{t_0}^{t} q_{zu}(t)dt + h(t_0)$$

1.2 Übertragungsfunktion im Bild-Bereich

Im nächsten Schritt wird die erhaltene Gleichung in den Laplace-Bereich transformiert, und die Übertragungsfunktion wird bestimmt.

$$h(t) = \frac{1}{AB} \cdot \int_{t_0}^{t} q_{zu}(t)dt + h(t_0)$$

$$h(s) = \frac{1}{AB} \cdot \frac{1}{s} \cdot q_{zu}(s) + h(0)$$

$$\frac{h(s)}{q_{zu}(s)} = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{AB} + h(0)$$

1.3 Signalflussbild

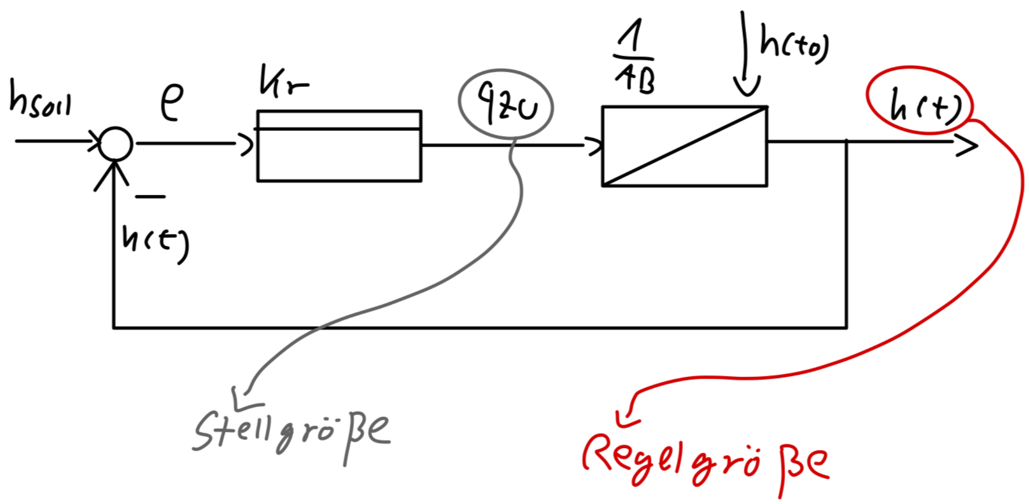

Abbildung 1: Aufgabe 1. Signalflussbild, Behälter ohne Loch

1.4 Stationäre genauigkeit Versuch 1

Falls der Behälter kein Loch hat, wird ein stationärer Endwert erreicht, da der Eingang des Integrators ”0”beträgt und der Regler aufhört auszuregeln.

1.4.1 Mathematischer Beweis

Um den mathematischen Beweis zu führen, wird zunächst das Signalflussbild des Reglers mit einem Behälter ohne Loch gezeichnet. Anschließend werden die Zusammenfassungsregeln aus der Vorlesung Regelungstechnik angewendet, um die Übertragungsfunktion des Reglers zu bestimmen.

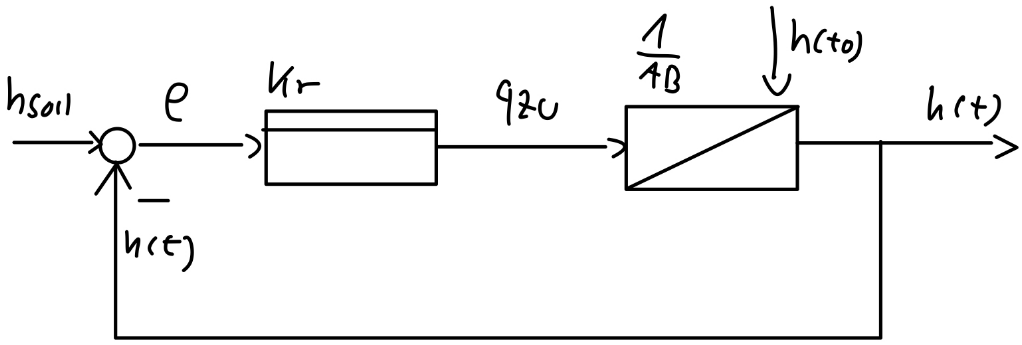

Abbildung 2: Aufgabe 1. Signalflussbild Regelkreis, Behälter ohne Loch

$$G(s) = \frac{h(s)}{h_{soll}(s)} = \frac{\frac{KR}{AB \cdot s}}{1 + \frac{KR}{AB \cdot s}}$$
$$\frac{h(s)}{h_{soll}(s)} = \frac{KR}{AB \cdot s + KR}$$
$$h(s) = \frac{Kr \cdot h_{soll}(s)}{AB \cdot s + KR}$$

Für die stationäre Genauigkeit muss gelten:

$$\lim_{t \to \infty} (h_{soll}(t) - h(t)) = 0$$

Unter Verwendung des Endwertsatzes der Laplace-Transformation aus der Vorlesung Systemtheorie ergibt sich:

$$\lim_{s \to 0} s \cdot (h_{soll}(s) - h(s)) = 0$$

Für $h_{soll}(s)$ soll gelten: $h_{soll}(s) = \frac{h_0}{s}$

$$\lim_{s \to 0} s \cdot (\frac{h_0}{s} - \frac{\frac{KR \cdot h_0}{s}}{AB \cdot s + KR})$$

$$\lim_{s \to 0} s \cdot (\frac{h_0}{s} - \frac{KR \cdot h_0}{s \cdot (AB \cdot s + KR)})$$

$$\lim_{s \to 0} h_0 - \frac{KR \cdot h_0}{Ab \cdot s + KR}$$

Nun nähert sich s gegen Null, wodurch der Ausdruck $AB \cdot s$ gleich Null wird.

$$h_0 - \frac{KR \cdot h_0}{KR} = h_0 - h_0 = \underline{\underline{0}}$$

Die Regelabweichung wird sich für $t \to \infty$ Null annähern, und somit ist das System stationär genau.

1.5 Stationäre genauigkeit Versuch 2

Falls der Behälter ein Loch hat, wird kein stationärer Endwert erreicht, da der Regler permanent die Störung des Abflusses ausregeln muss, um am Eingang des Integrators eine 0 zu erzeugen.

1.5.1 Mathematischer Beweis

Zunächst wird auch hier, ähnlich wie beim Behälter ohne Loch, das Signalflussbild gezeichnet und zusammengefasst.

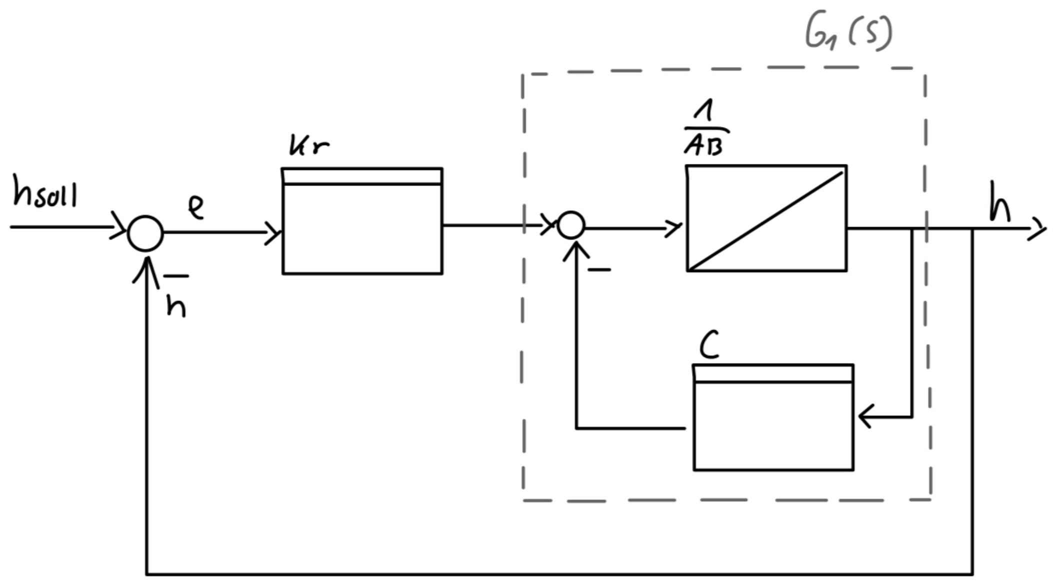

Abbildung 3: Aufgabe 1. Signalflussbild, Behälter mit Loch

$$G_1(s) = \frac{\frac{1}{AB \cdot s}}{1 + \frac{c}{AB \cdot s}} = \frac{1}{AB \cdot s + C}$$

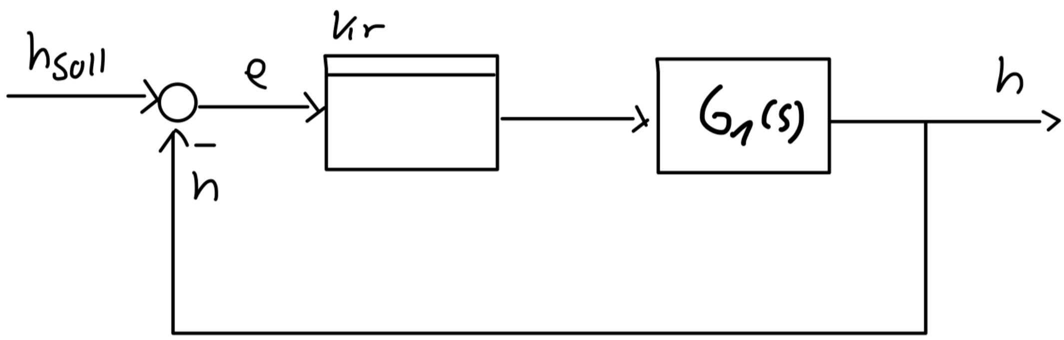

Abbildung 4: Aufgabe 1. Zusammengefasstes Signalflussbild, Behälter mit Loch

$$G(s) = \frac{KR \cdot G_1}{1 + KR \cdot G_1}$$

$$G(s) = \frac{\frac{KR}{Ab \cdot s + C}}{1 + \frac{KR}{Ab \cdot s + C}}$$

$$\frac{h(s)}{_{soll}(s)} = \frac{KR}{AB \cdot s + C + KR}$$

$$h(s) = \frac{KR \cdot h_{soll}(s)}{AB \cdot s + C + KR}$$

Analog zum Behälter ohne Loch wird $h_{soll}(s) = \frac{h_0}{s}$ gewählt und geprüft, ob die Regeldifferenz für $t \to \infty$ gegen 0 geht.

$$\lim_{s \to 0} s \cdot \left(\frac{h_0}{s} - \frac{\frac{KR \cdot h_0}{s}}{Ab \cdot s + C + KR}\right)$$

$$\lim_{s \to 0} s \cdot \left(\frac{h_0}{s} - \frac{KR \cdot h_0}{s \cdot (AB \cdot s + C + KR)}\right)$$

$$\lim_{s \to 0} h_0 - \frac{KR \cdot h_0}{Ab \cdot s + C + KR}$$

$$h_0 - \frac{KR \cdot h_0}{C + KR} \neq 0$$

Durch den Abfluss, der durch C modelliert ist, kann sich der Faktor KR nicht wie zuvor herauskürzen. Dadurch muss das System permanent die Störung regeln, und die Regeldifferenz wird nicht Null erreichen.

Das System ist nicht stationär genau.

2 Versuch 1

Im weiteren Verlauf des Protokolls wird eine Füllstandsregelung für einen zylinderförmigen Behälter mit einem Zufluss $q_{zu}(t)$ modelliert.

Die Querschnittsfläche des zylinderförmigen Behälters beträgt:

$$r = \frac{17cm}{2} \qquad AB = \pi \cdot r^2$$

$$AB = \pi \cdot (\frac{17cm}{2})^2 = 227cm^2 = 0,0226m^2$$

2.1 Modellierung in Matlab-Simulink

Im Folgenden wird der Regelkreis für den Behälter ohne Loch in MATLAB Simulink modelliert.

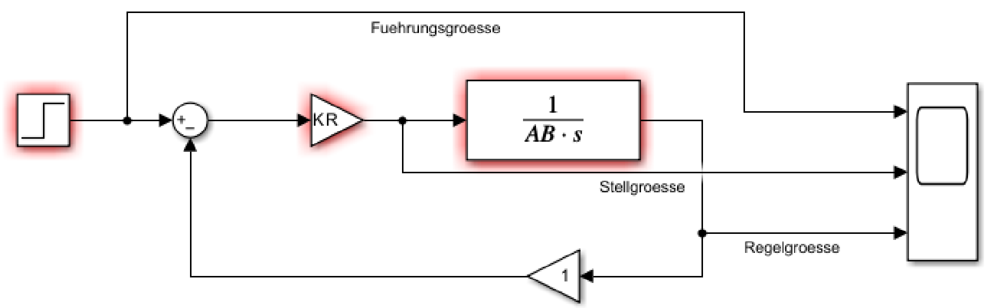

Abbildung 5: Aufgabe 1. Regelkreis des Behälters ohne Loch

Der Zufluss kann maximal $1\frac{l}{s}$ betragen. Die Regelverstärkung kann mithilfe der folgenden Gleichung berechnet werden:

$$q_{zu}(t) = k \cdot h_{soll}$$

$$k = \frac{q_{zu}}{h_{soll}}$$

2.2 System Analyse

Für die Simulation des Simulink-Modells wurde ein MATLAB-Skript erstellt, das die Simulation durchführt und anschließend die Ergebnisse auswertet.

```matlab

clear all;

AB = 0.0226;
sim_time = 70;
h = 0.1;
KR_array = [0.002, 0.004, 0.006, 0.008, 0.01];


for count=1:length(KR_array)
KR = KR_array(count);

opt = simset('MaxStep', 0.01);
simout = sim("Versuch_1_Aufgabe_1.slx",[0 sim_time],opt);
time = simout.tout;

fuehrungsgroesse = simout.ScopeData.signals(1).values;
stellgroesse = simout.ScopeData.signals(2).values;
regelgroesse = simout.ScopeData.signals(3).values;

figure(count),clf;

counttxt = num2str(KR_array(count));
titlestr = strcat("KR=", counttxt);
title(titlestr);

yyaxis left;plot(time,fuehrungsgroesse,'-','LineWidth',2);
ylim([0,0.12]);
hold on;
plot(time,regelgroesse,'-','LineWidth',2);
yyaxis right;plot(time,stellgroesse,'-','LineWidth',2);
%ylim([0,0.4]);

ylabel("m");
xlabel("s");
grid;
legend("Fuehrungsgroesse", "Stellgroesse", "Regelgroesse");
end
```

Listing 1: Matlab Skript für Versuch 1.

Im Folgenden werden fünf Regelverstärkungen von 0,002 bis 0,01 eingestellt, mit einer Schrittweite von 0,002. Anschließend wird das Verhalten des Systems analysiert und die Zeitkonstante bei $h = 0,063m = 0,063 \cdot 10^{-2}m$ bestimmt.

$k = 0,004 \qquad \tau = 5,704s$

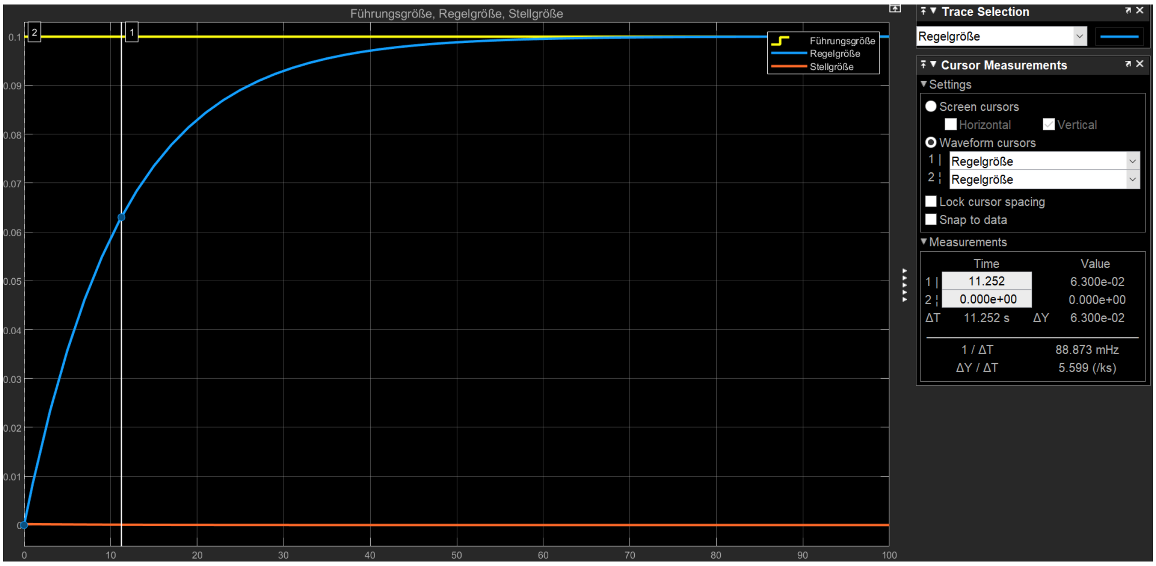

Abbildung 6: Aufgabe 1. System-Antwort bei k=0,002

$k = 0,004 \qquad \tau = 5,704s$

Abbildung 7: Aufgabe 1. System-Antwort bei k=0,004

$k = 0,006 \qquad \tau = 3,802s$

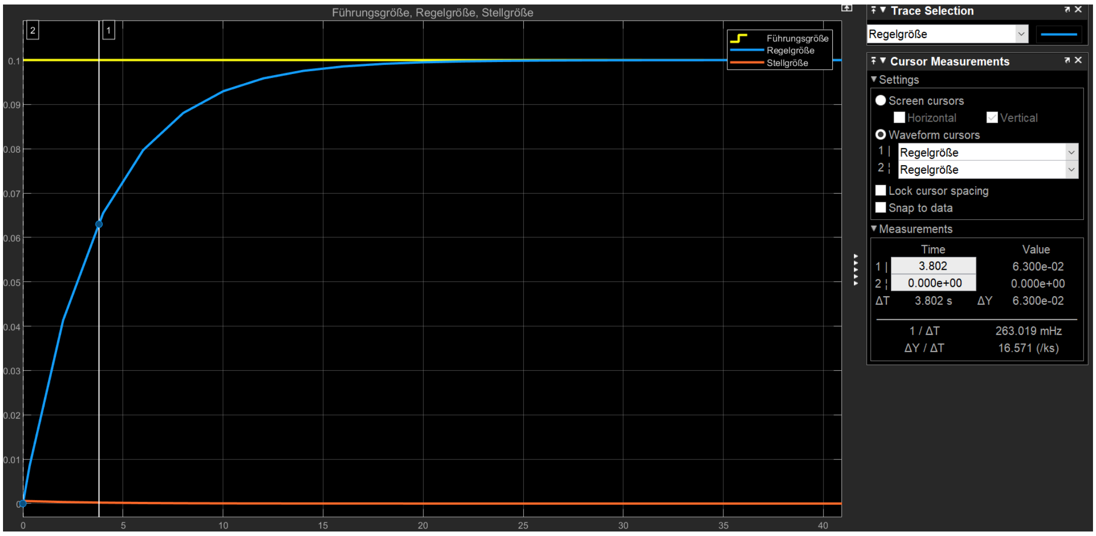

Abbildung 8: Aufgabe 1. System-Antwort bei k = 0,006

$k = 0,008 \qquad \tau = 2,816s$

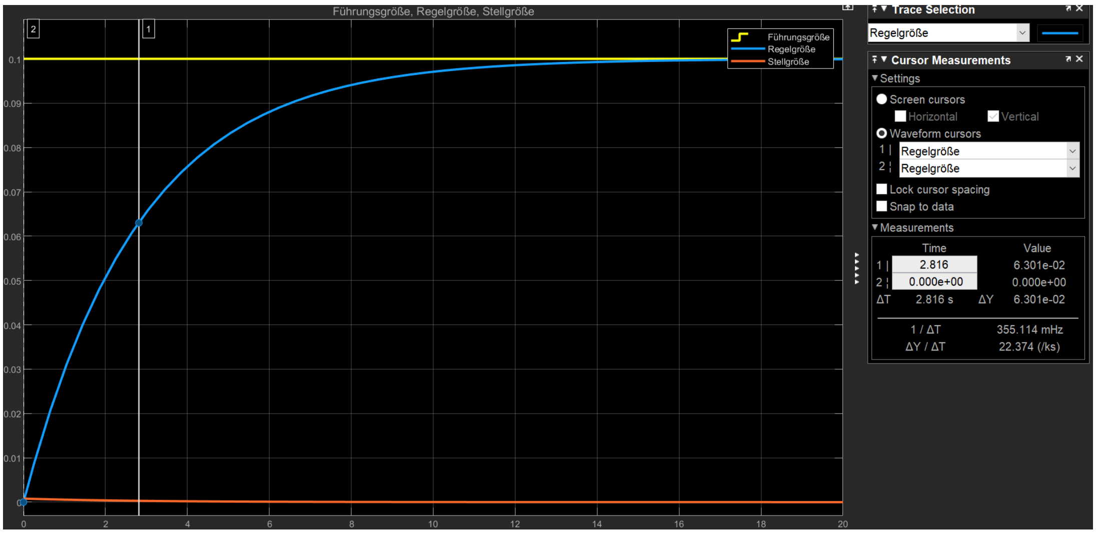

Abbildung 9: Aufgabe 1. System-Antwort bei k = 0,008

$q_{zu}(t)\ in\ \frac{l}{s}$	Regelverstärkung K	$\tau\ in\ s$
0,2	0,002	11,252
0,4	0,004	5,704
0,6	0,006	3,802
0,8	0,008	2,816
1,0	0,01	2,251

Tabelle 1: Aufgabe 1. Zeitkonstanten Tabelle

3 Versuch 2

Im folgenden Versuch wird der Behälter mit einem Abfluss erweitert. Der Abfluss wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$q_{ab}(t) = c \cdot h(t)$$

$$c = 3,0 \frac{l}{s \cdot m} \cdot \frac{0,001 m^3}{1l} = 0,003 \frac{m^2}{s}$$

$$[q_{ab}] = \frac{m^2}{s} \cdot m = \frac{m^3}{s}$$

Die Gleichung des Füllstandes wird um den Abfluss erweitert:

$$h(t) = \frac{1}{AB} \cdot \int_{t_0}^{t} (q_{zu}(t) - q_{ab}(t)) dt + h(t_0)$$

3.1 Regelkreis Modellierung in Simulink

Um das System mit Abfluss simulieren zu können, wird der Regelkreis im MATLAB-Simulink modelliert.

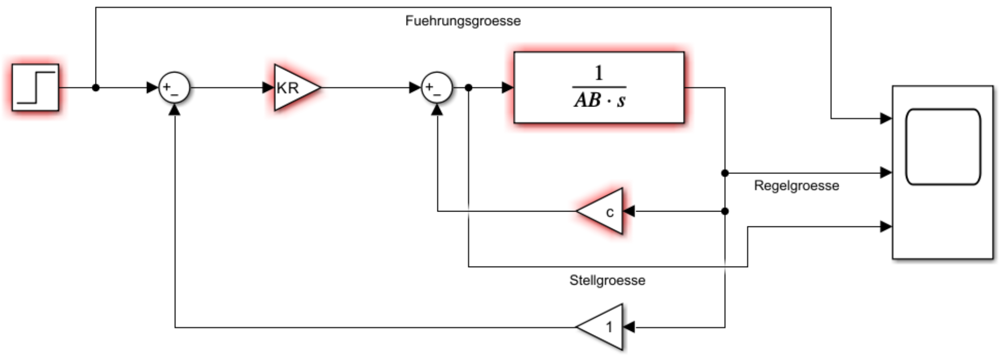

Abbildung 10: Aufgabe 1. Regelkreis mit Loch

```matlab

clear all;

AB = 0.0226;
sim_time = 70;
h = 0.1;
c = 0.003;
KR_array = [0.002, 0.004, 0.006, 0.008, 0.01];


for count=1:length(KR_array)
KR = KR_array(count);

opt = simset('MaxStep', 0.01);
simout = sim("Reglungslabor_2_Aufgabe_2_a_schaltung.slx",[0
    sim_time],opt);
time = simout.tout;

fuehrungsgroesse = simout.ScopeData.signals(1).values;
regelgroesse = simout.ScopeData.signals(2).values;
stellgroesse = simout.ScopeData.signals(3).values;

figure(count),clf;

counttxt = num2str(KR_array(count));
titlestr = strcat("KR=", counttxt);
title(titlestr);

yyaxis left;plot(time,fuehrungsgroesse,'-','LineWidth',2);
ylim([0,0.12]);
hold on;
plot(time,regelgroesse,'-','LineWidth',2);
yyaxis right;plot(time,stellgroesse,'-','LineWidth',2);
%ylim([0,0.4]);

ylabel("m");
xlabel("s");
grid;
legend("Fuehrungsgroesse", "Regelgroesse", "Stellgroesse");
end
```

Listing 2: Matlab Skript für Versuch 2. a)

3.2 Regelabweichung bestimmen

Dem System werden die fünf Regelverstärkungen aus Versuch 1 zugeführt. Anschließend wird untersucht und die Regelabweichung bestimmt, die durch den Abfluss verursacht wird.

$k = 0,002 \qquad \Delta h = 0,06m \qquad$ Abweichung: 60%

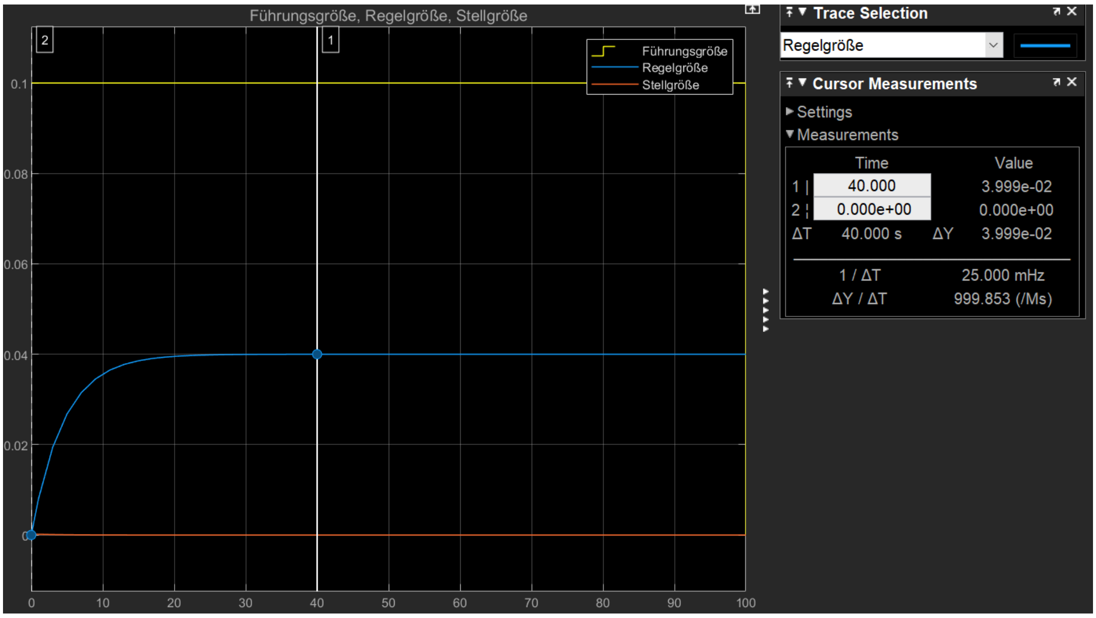

Abbildung 11: Aufgabe 1. Versuch 2. System Antwort bei k=0,002

$k = 0,004 \qquad \Delta h = 0,0429 \qquad$ Abweichung: 42,9%

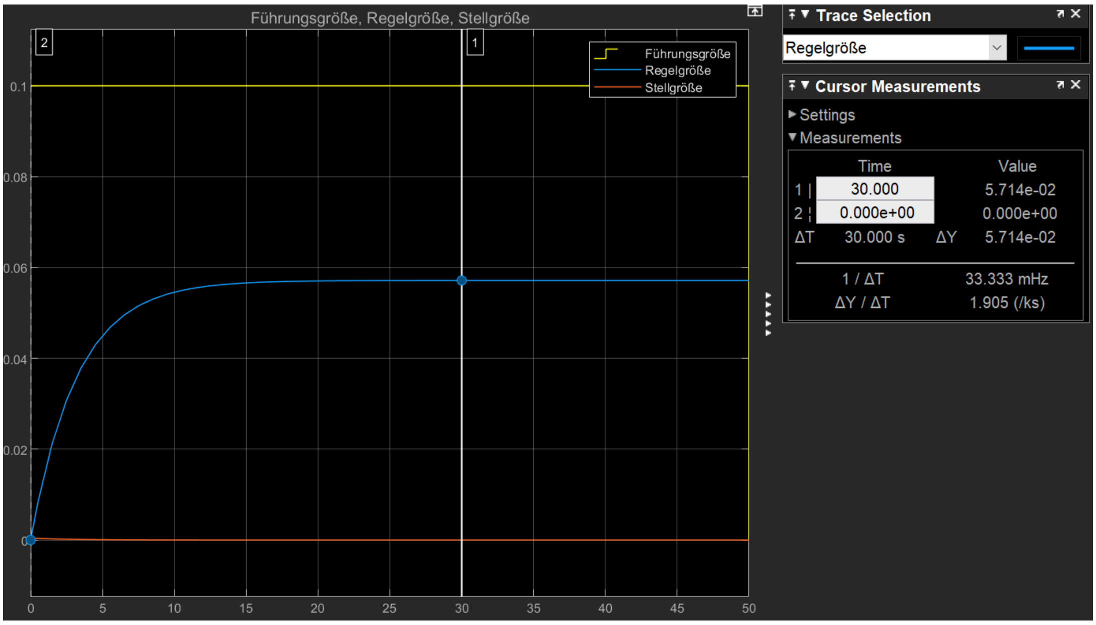

Abbildung 12: Aufgabe 1. Versuch 2. System Antwort bei k=0,004

$k = 0,006 \qquad \Delta h = 0,333 \qquad$ Abweichung: 33,3%

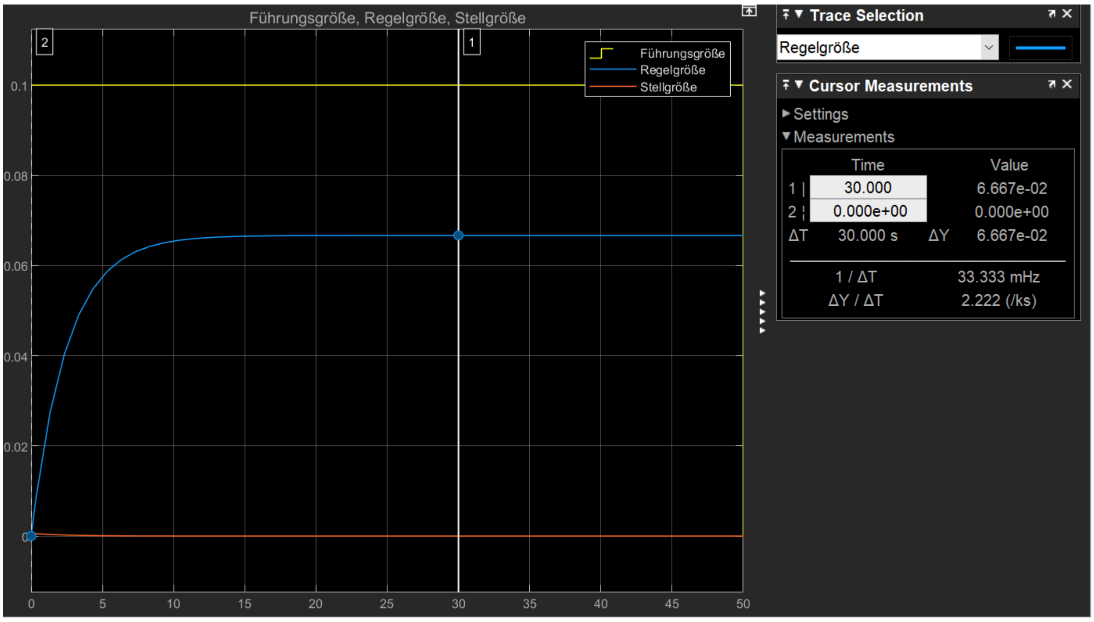

Abbildung 13: Aufgabe 1. Versuch 2. System Antwort bei k=0,006

$k = 0,008 \qquad \Delta h = 0,0273 \qquad$ Abweichung: 27,3%

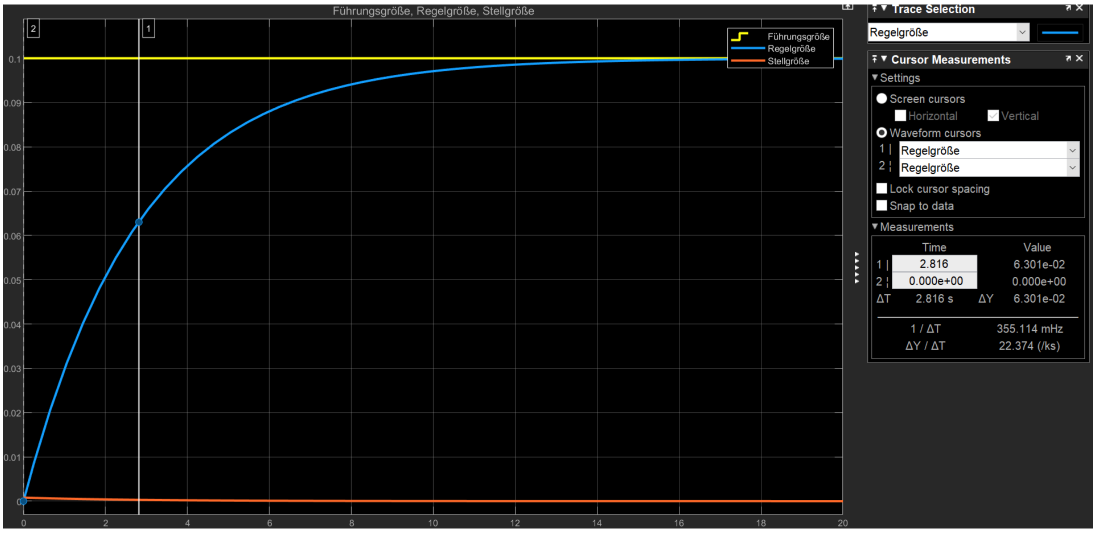

Abbildung 14: Aufgabe 1. Versuch 2. System Antwort bei k=0,008

$k = 0,01 \qquad \Delta h = 0,0231 \qquad$ Abweichung: 23,1%

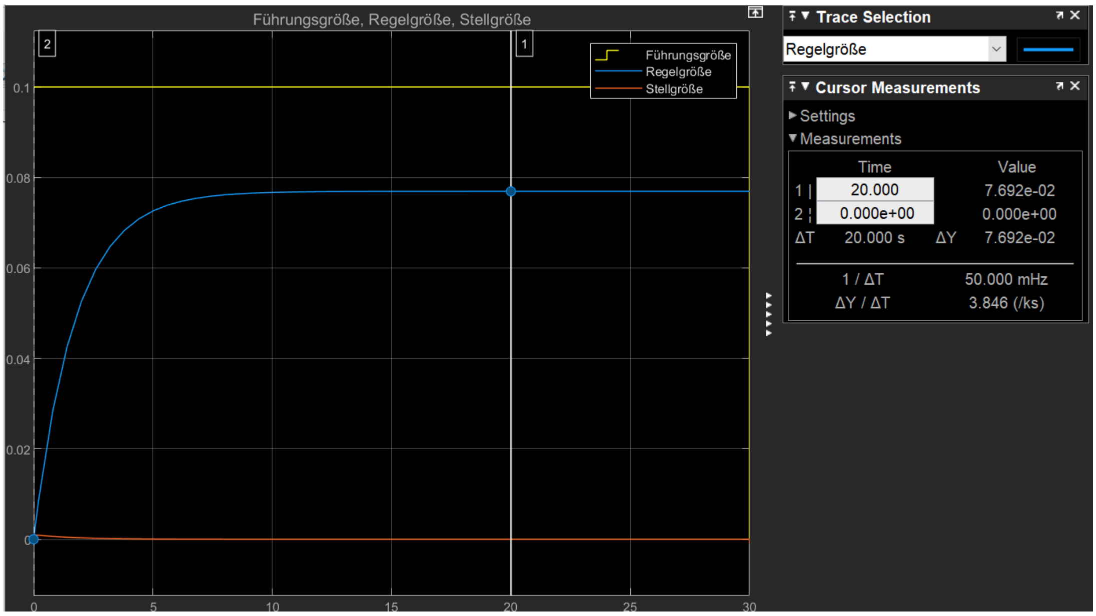

Abbildung 15: Aufgabe 1. Versuch 2. System Antwort bei k=0,01

3.3 PI-Regler

Um die stationäre Genauigkeit zu erhöhen, wird anstelle eines P-Reglers ein PI-Regler eingesetzt, der durch folgende Gleichung beschrieben wird.

$u(t) = K_r \cdot [e(t) + \frac{1}{T_N} \cdot \int e(t)dt]$

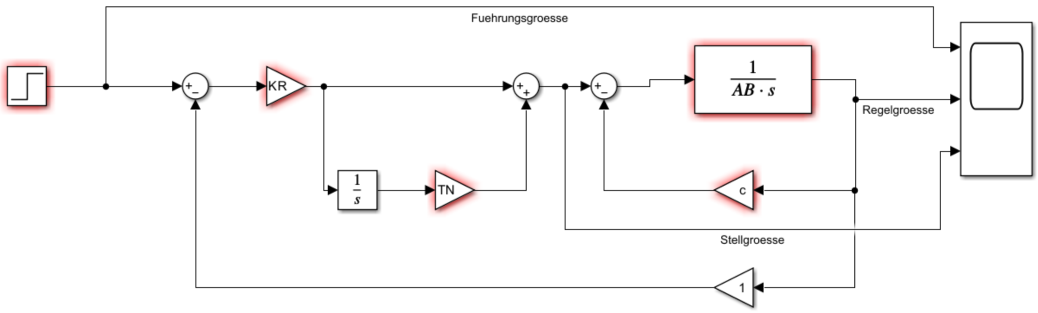

Abbildung 16: Aufgabe 1. Versuch 2. Simulink-Modell

```
clear all;
KR = 0.01;
AB = 0.0226;
c = 0.003;
h = 0.1;
sim_time = 70;
TN_array = [0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,0.10];

for count=1:length(TN_array)

TN = TN_array(count);


opt = simset('MaxStep', 0.01);
simout=sim("Regelungslabor_02_Aufgabe_02_b_schaltung.slx",[0 sim_time],opt);

time = simout.tout;
fuehrungsgroesse = simout.ScopeData.signals(1).values;
regelgroesse = simout.ScopeData.signals(2).values;
stellgroesse = simout.ScopeData.signals(3).values;

figure(count),clf;
counttxt=num2str(TN_array(count));
titlestr = strcat("TN=", counttxt);

title(titlestr)

yyaxis left;plot(time,fuehrungsgroesse,'-','LineWidth',2);
hold on;
plot(time,regelgroesse,'-',"LineWidth",2);
ylabel("F hrungs- und Regelgr  e");
ylim([0,0.2]);

yyaxis right;plot(time,stellgroesse,'-','LineWidth',2);
xlabel("Stellgr  e");
grid;
legend("F hrungsgr  e","Regelgr  e","Stellgr  e");
end
```

Listing 3: Matlab Skript für Versuch 2. b)

3.4 Nachstellzeit bestimmen

Im Folgenden wird eine feste Regelverstärkung von KR = 0,01 gewählt und ermittelt, für welches TN das System nicht mehr schwingt.

Für ein T_N von 0,14, reagiert das System nicht mehr mit Schwingungen.

$$\frac{1}{T_N} = 0,14 => T_N = \frac{1}{0,14} = \underline{7,14s}$$

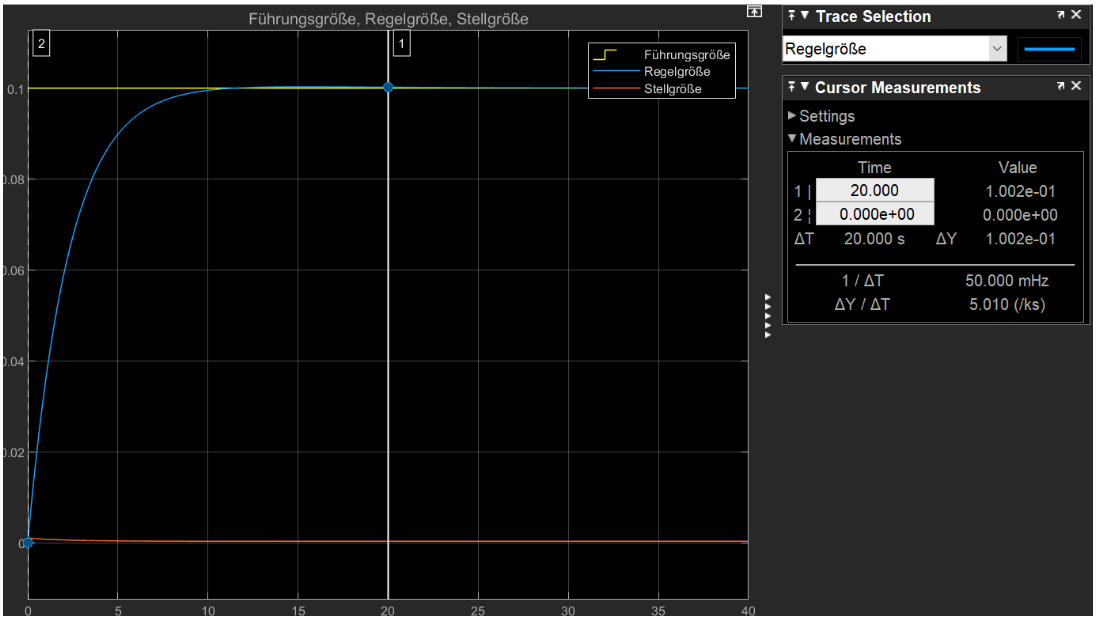

Abbildung 17: Aufgabe 1. Versuch 2. Nachstellzeit bestimmen

3.5 Abfluss Modellieren mit Theorem von Torricelli

Nun wird der Abfluss mit einer genaueren Gleichung beschrieben, die sich aus dem Abflussgesetz von Torricelli ergibt.
$q_{ab}(t) = k \cdot \sqrt{h(t)}$

Der Faktor k wird durch Umstellen der Gleichung bestimmt für einen Abfluss von:
$q_{ab} = 0,3\frac{l}{s} \cdot \frac{0,0001m^3}{1l} = 0,0003\frac{m^3}{s} \qquad h = 5cm = 0,05m$

$k = \frac{q_{ab}}{\sqrt{h}} = \frac{0,0003\frac{m^3}{s}}{\sqrt{0,05m}} = \underline{0,00134}$

3.6 Regelkreis mit Theorem von Torricelli

Der Regelkreis wird mit der neuen Abflussbeziehung in MATLAB Simulink modelliert.

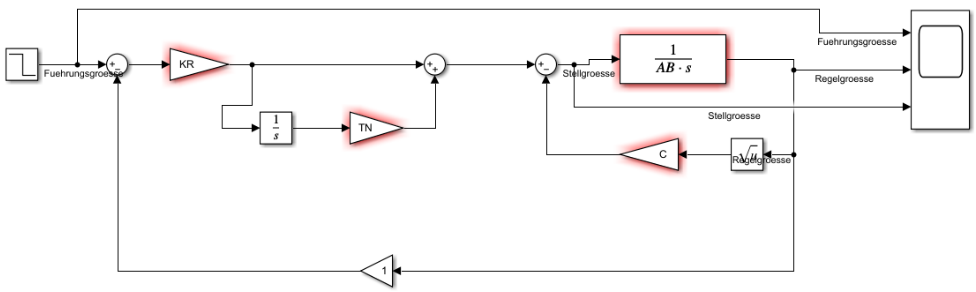

Abbildung 18: Aufgabe 1. Versuch 2. Regelkreis mit Theorem von Torricelli

```

clear all;
KR = 0.01;
AB = 0.0226;
C = 0.003;
TN_array = [0.7,0.8,0.9,0.10, 0.11, 0.12, 0.13, 0.14, 0.15];
k = 0.00134;

for count=1:length(TN_array)

TN = TN_array(count);


opt = simset('MaxStep', 0.01);
simout=sim("Labor_2_Aufgabe_2_c.slx",[0 40],opt);

time = simout.tout;
fuehrungsgroesse = simout.ScopeData.signals(1).values;
regelgroesse = simout.ScopeData.signals(2).values;
stellgroesse = simout.ScopeData.signals(3).values;

figure(count),clf;
counttxt=num2str(TN_array(count));
titlestr = strcat("TN=", counttxt);

title(titlestr)

yyaxis left;plot(time,fuehrungsgroesse,'-','LineWidth',2);
hold on;
plot(time,regelgroesse,'-',"LineWidth",2);
ylabel("F hrungs- und Regelgr  e");

yyaxis right;plot(time,stellgroesse,'-','LineWidth',2);
xlabel("Stellgr  e");
grid;
end
```

Listing 4: Matlab Skript für Versuch 2. c)

3.7 System Analyse mit Theorem von Torricelli

Es wird ein TN von 0,14 und eine Regelverstärkung von 0,01 eingesetzt, um die Auswirkung auf das System zu prüfen.

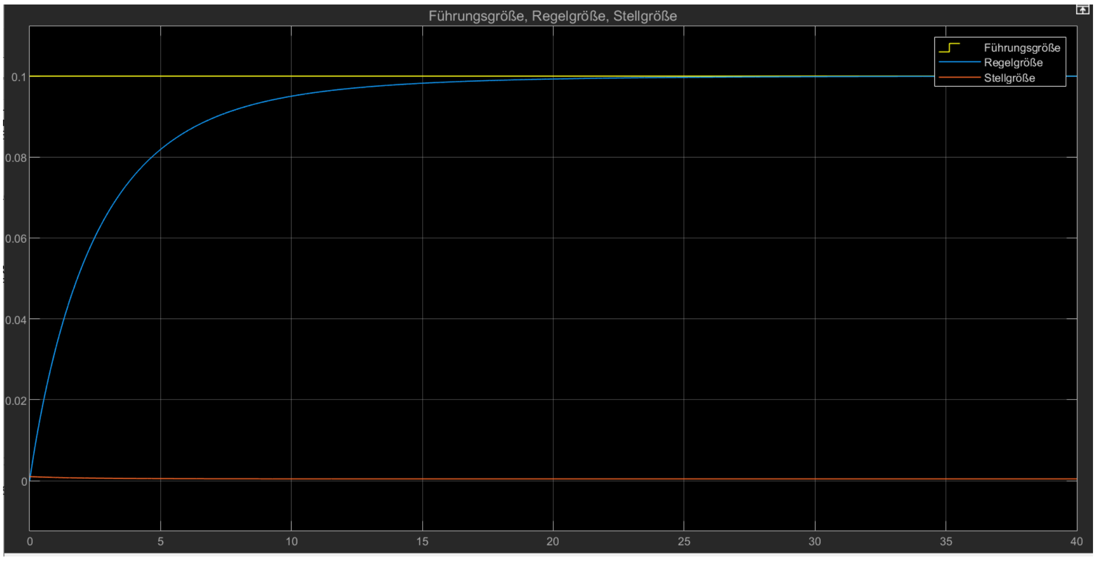

Abbildung 19: Aufgabe 1. Versuch 2. System Analyse mit Theorem von Torricelli

Es kann beobachtet werden, dass das System aufgrund der neuen Modellierung mit leichtem Unterschwingen reagiert. Dies kann jedoch durch Vergrößern von TN kompensiert werden.

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Codeverzeichnis