Hochschule Karlsruhe
University of
Applied Sciences

-Labor Regelungstechnik-

Laborprotokoll

Laborversuch 4

Stabilitätsuntersuchung und empirische Reglereinstellung

Student:	Daniel Lipaj	75795
Universität:	Hochschule Karlsruhe	
Studiengang:	Elektro- und Informationstechnik	
Studienvertiefung:	Informationstechnik	
Semester:	Wintersemester 23/24	
Dozent:	Prof. Dr. Keller	
Bearbeitet am:	3. Dezember 2023	

Inhaltsverzeichnis

1 Aufgabe 1. Regelstrecke

a) Stellen Sie die Übertragungsfunktion GS (s) der Regelstrecke auf.

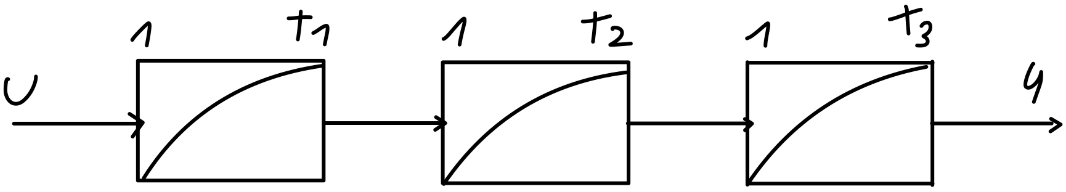

Abbildung 1: Aufgabe 1. Regelstrecke mit 3 Pt1-Gliedern

$$G_s(s) = \frac{1}{s \cdot \tau_1 + 1} \cdot \frac{1}{s \cdot \tau_2 + 1} \cdot \frac{1}{s \cdot \tau_3 + 1} = \underline{\underline{\frac{1}{(s \cdot \tau_1 + 1) \cdot (s \cdot \tau_2 + 1) \cdot (s \cdot \tau_3 + 1)}}}$$

b) Berechnen Sie analytisch (d.h. „per Hand“) die Kreisfrequenz bei der die Phasenverschiebung gerade 180○ ist.

Eine Phasenverschiebung von -180° tritt auf, wenn der Imaginärteil den Wert 0 erreicht.

$$G_s(s) = \frac{1}{(j\omega\tau_1 + 1)} \cdot \frac{(j\omega\tau_1 - 1)}{(j\omega\tau_1 - 1)} \cdot \frac{1}{(j\omega\tau_2 + 1)} \cdot \frac{(j\omega\tau_2 - 1)}{j\omega\tau_2 - 1)} \cdot \frac{1}{(j\omega\tau_3 + 1)} \cdot \frac{(j\omega\tau_3 - 1)}{(j\omega\tau_3 - 1)}$$

$$G_s(s) = \frac{j\omega\tau_1 - 1}{-(\omega\tau_1)^2 - 1} \cdot \frac{j\omega\tau_2 - 1}{-(\omega\tau_2)^2 - 1} \frac{j\omega\tau_3 - 1}{-(\omega\tau_3)^2 - 1}$$

$$G_s(s) = \frac{1 - j\omega\tau_1}{(\omega\tau_1)^2 + 1} \cdot \frac{1 - j\omega\tau_2}{(\omega\tau_2)^2 + 1} \cdot \frac{1 - j\omega\tau_3}{(\omega\tau_3 + 1)^2}$$

Betrachtung des Zählers:

$$(1 - j\omega\tau_1) \cdot (1 - j\omega\tau_2) \cdot (1 - j\omega\tau_3)$$

$$(1 - j\omega\tau_2 - j\omega\tau_1 - \omega^2\tau_1\tau_2) \cdot (1 - j\omega\tau_3)$$

$$Z_3(s) = \underbrace{1 - \omega^2\tau_1\tau_2 - \omega^2\tau_2\tau_3 - \omega^2\tau_1\tau_3}_{Realteil} + \underbrace{j \cdot [-\omega\tau_2 - \omega\tau_1 - \omega\tau_3 + \omega^3\tau_1\tau_2\tau_3]}_{Imaginärteil}$$

$$Im\{Z_3(s)\} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\omega_\pi = \sqrt{\frac{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3}{\tau_1\tau_2\tau_3}}$$

Mit $\tau_1 = 1ms$; $\tau_2 = 0,75ms$; $\tau_3 = 0.5ms$

$$\omega_\pi = \sqrt{\frac{1+0,75+0,5}{1\cdot 0,75\cdot 0,5}}\cdot 10^3\cdot\frac{1}{s} = \underline{\underline{\sqrt{6}\cdot 10^3\cdot\frac{rad}{s}}}$$

Wie groß ist $G_s(j\omega_\pi)$?

$$G_s(j\omega_\pi) = \frac{1}{(j\omega_\pi\tau_1+1)\cdot(j\omega_\pi\tau_2+1)\cdot(j\omega_\pi\tau_3+1)}$$

Mit $\omega_\pi = \sqrt{6}\cdot 10^3$; $\tau_1 = 1ms$; $\tau_2 = 0,75ms$; $\tau_3 = 0,5ms$

$$G_s(j\sqrt{6}\cdot 10^3) = \frac{1}{(j\sqrt{6}\cdot 10^3\cdot 1ms+1)\cdot(j\sqrt{6}\cdot 10^3\cdot 0,75ms+1)\cdot(j\sqrt{6}\cdot 10^3\cdot 0,5ms+1)}$$

$$G_s(j\sqrt{6}\cdot 10^3) = \underline{\underline{-\tfrac{4}{35}}}$$

c) Wie groß darf die Verstärkung eines P-Reglers maximal sein, damit der geschlossene Regelkreis nicht instabil wird?

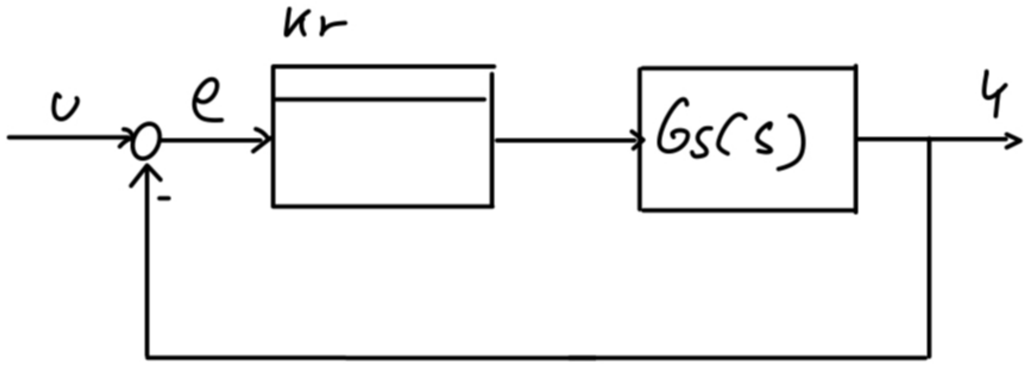

Abbildung 2: Aufgabe 1. Regelkreis Aufgabe 1.

$$G_R(s) = \frac{G_s(s)\cdot KR}{1+G_s(s)\cdot KR}$$

$$G_R(s) = KR\cdot\frac{1}{\underbrace{KR+1}_{a_0}+s^3\cdot\underbrace{(\tau_1\tau_2\tau_3)}_{a_3}+s^2\cdot\underbrace{(\tau_1\tau_2+\tau_1\tau_3+\tau_2\tau_3)}_{a_2}+s\cdot\underbrace{(\tau_1+\tau_2+\tau_3)}_{a_1}}$$

Mit dem Hurwitz-Kriterium aus der Vorlesung Systemtheorie:

$$\begin{vmatrix} \tau_1+\tau_2+\tau_3 & KR+1 & 0 \\ \tau_1\tau_2\tau_3 & \tau_1\tau_2+\tau_1\tau_3+\tau_2\tau_3 & \\ 0 & 0 & \tau_1\tau_2\tau_3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 & KR + 1 \\ \tau_1\tau_2\tau_3 & \tau_1\tau_2 + \tau_1\tau_3 + \tau_2\tau_3 \end{vmatrix}$$

$$(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3) \cdot (\tau_1\tau_2 + \tau_1\tau_3 + \tau_2\tau_3) - (KR + 1) \cdot (\tau_1\tau_2\tau_3) > 0$$

$$\frac{(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3) \cdot (\tau_1\tau_2 + \tau_1\tau_3 + \tau_2\tau_3)}{\tau_1\tau_2\tau_3} - 1 > KR$$

$$KR < \frac{35}{4}$$

$$KR_{kritisch} = \underline{\underline{\frac{35}{4}}}$$

2 Aufgabe 2. Regelkreis mit P-Regler

a) Simulink Modell mit einem P-Regler in Abilldung 3:

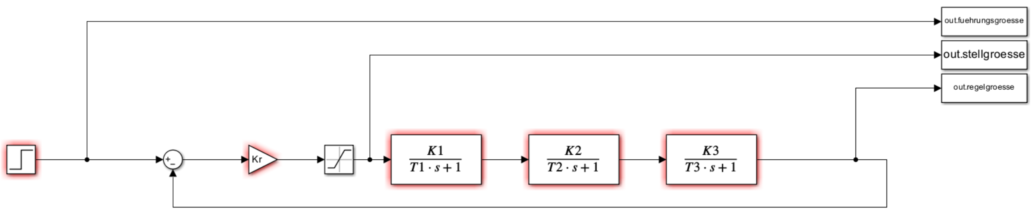

Abbildung 3: Aufgabe 2. Simulink Modell

Folgender Matlab-Code wurde mit leichten Veränderung für jede Aufgabe verwendet.

```
T1= 1e-3;
T2=0.75e-3;
T3=0.5e-3;
K1=1;
K2=1;
K3=1;
gewicht=4;
Kr_array = [2,4,6,8,10];

for count=1:length(Kr_array)
Kr = Kr_array(count);
opt=simset('MaxStep', 0.00001);
simout=sim("Aufgabe2_sim.slx" , [0,0.007*Kr], opt);
time=simout.tout;
fuehrungsgroesse=simout.fuehrungsgroesse.signals.values;
stellgroesse=simout.stellgroesse.signals.values;
regelgroesse=simout.regelgroesse.signals.values;

f=figure(count); clf;
title(strcat('Aufgabe 2a Tn =', num2str(Kr)));
hold on;
plot(time, regelgroesse,'b', 'LineWidth', 2);
plot(time, fuehrungsgroesse, 'r', 'LineWidth', 2);
ylabel('Regelgr e [rad/s], F hrungsgr e [rad/s]');
plot(time, stellgroesse, 'g', 'LineWidth', 2);
xlabel('Zeit[t]');
ylabel('Stellgr e [V]');

legend("Regelgr e [rad/s]", "F hrungsgr e [rad/s]", "
    Stellgr e [V]");
hold off;
end
```

Listing 1: Matlab Skript

b) Stellen Sie die Sprungantwort des Regelkreises für 5 verschiedene Werte der Reg- lerverstärkung dar.

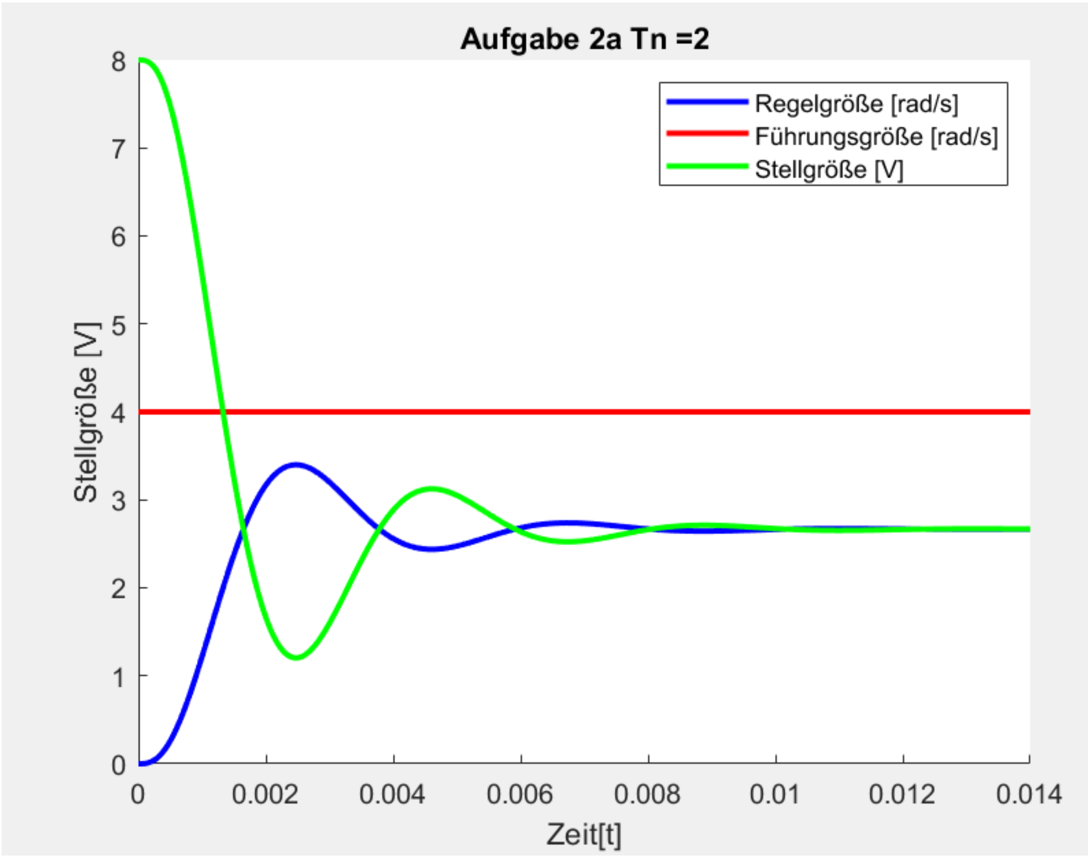

Abbildung 4: Aufgabe 2. TN=2

In abbildung 4: ist zu erkennen, dass das System für ein TN=2TN=2 abklingend schwingt und nach einer Zeit einen Endwert erreicht. Das System ist nicht stationär genau.

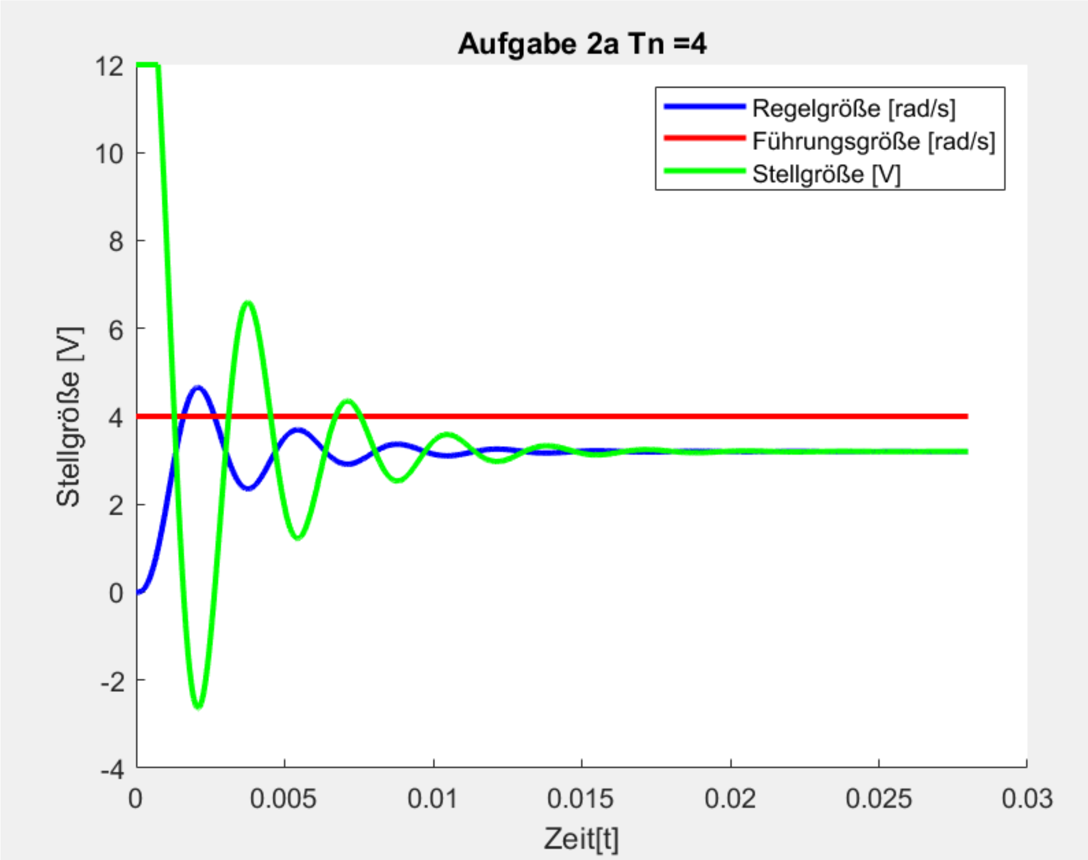

Abbildung 5: Aufgabe 2. TN=4

Das System mit einer TN von 4 in Abbildung 5: schwingt eine längere Zeit, bis es einen Endwert erreicht. Das System ist nicht stationär genau.

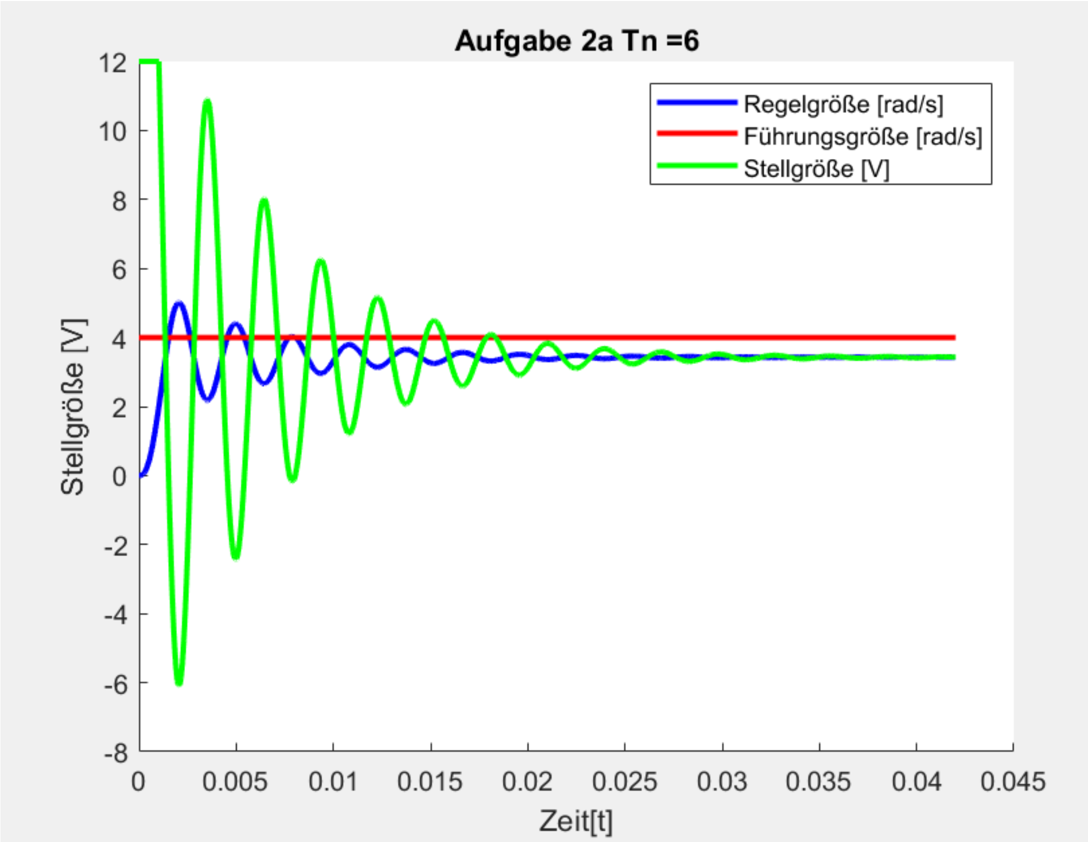

Abbildung 6: Aufgabe 2. TN=6

Das System in Abbildung 6: schwingt stark abklingend und erreicht einen Endwert, der nicht der Führungsgröße entspricht. Daher ist das System auch nicht stationär genau.

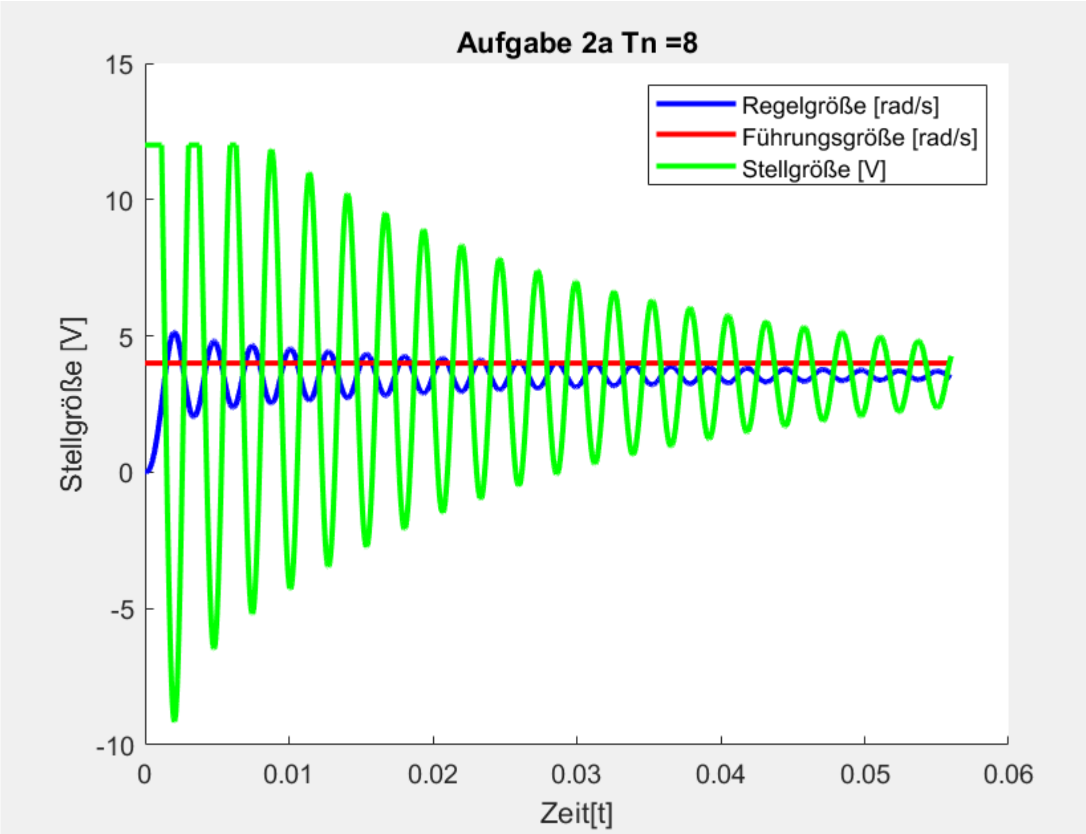

Abbildung 7: Aufgabe 2. TN=8

Das System in Abbildung 7: neigt zu starken Schwingungen, erreicht jedoch nach einer längeren Einschwingzeit einen Endwert. Das System ist nicht stationär genau.

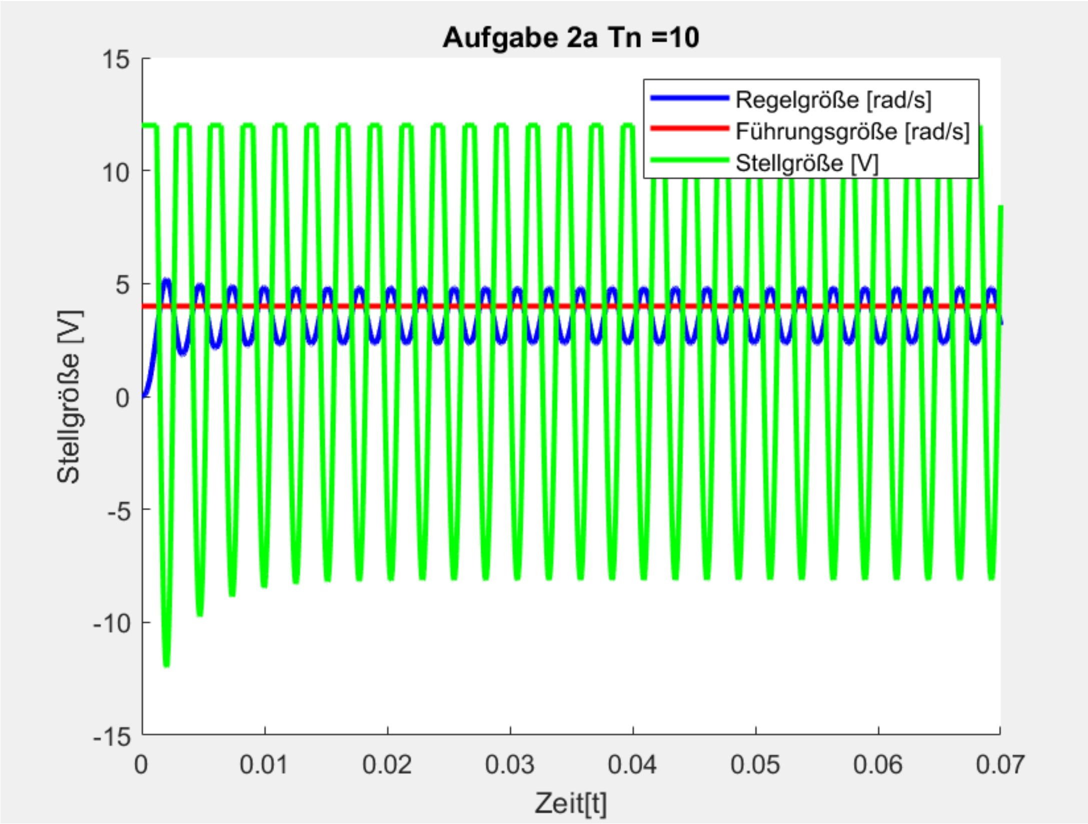

Abbildung 8: Aufgabe 2. TN=10

Das System in Abbildung 8: ist schwingungsanfällig und instabil. Es erreicht keinen Endwert und ist auch nicht genau stationär.

Man kann auch die Stellgröße betrachten, um eine Aussage über die Stabilität des Systems zu treffen, da sie eine große Amplitude aufweist und je nach den Eigenschaften des Systems entweder schnell dämpft oder überschwingt.

d) Setzen Sie nun w(t) = 0 und die Reglerverstärkung KR = 10.

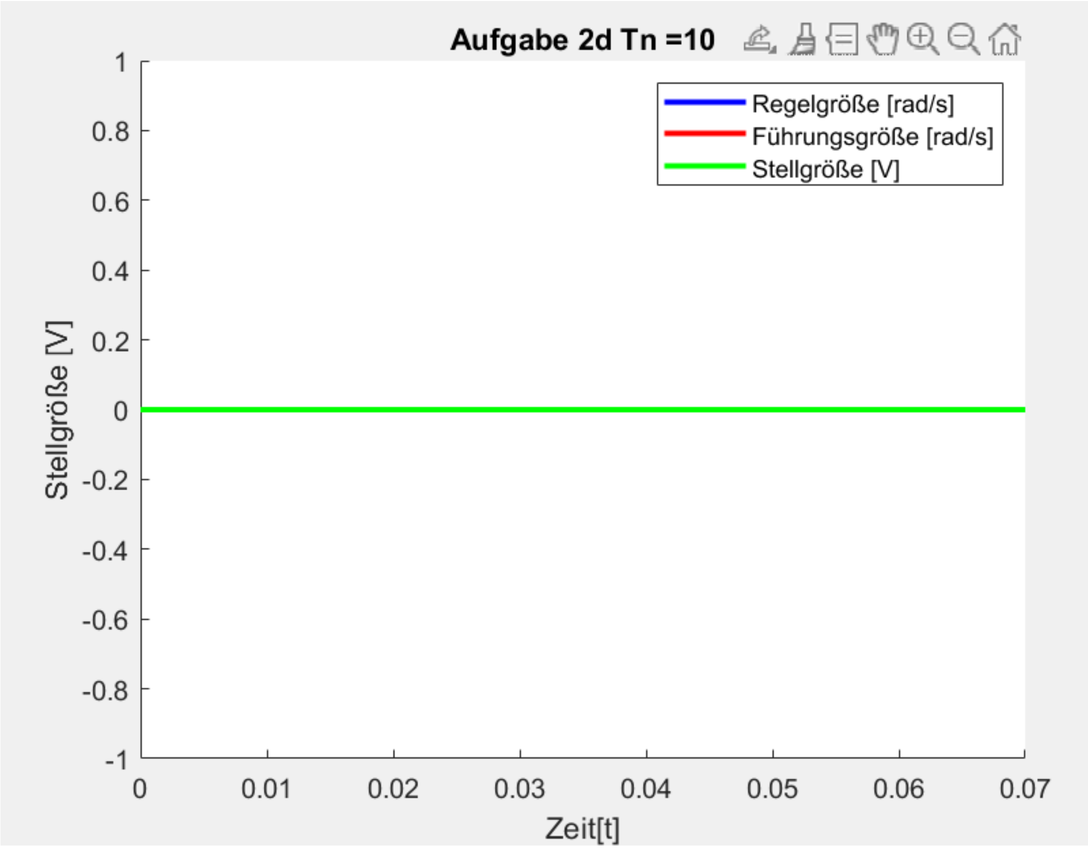

Abbildung 9: Aufgabe 2. $\omega = 0$

Das System schwingt in der Simulation nicht, da keinerlei Störgrößen existieren. Bei einer Kreisfrequenz von ω = 0 und ohne Störungen gibt es nichts, das das System anregt.

e) Fügen Sie eine Rauschquelle ein.

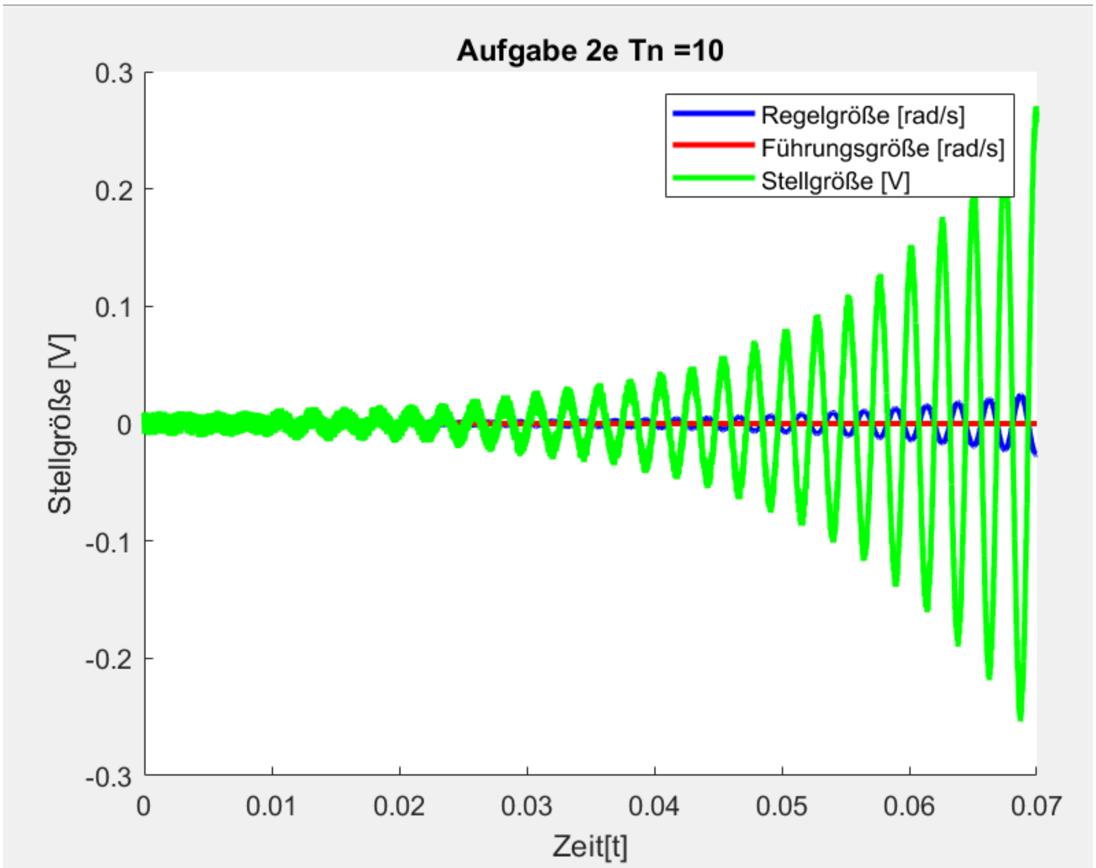

Abbildung 10: Aufgabe 2. Mit Rausquelle

$t_1 = 0,03314s$; $t_2 = 0,03568s$

$T = t_2 - t_1 = 35,68ms - 33,14ms = 2,54ms$

$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2,54ms} = 394Hz$

$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 394Hz = \underline{2474\frac{1}{s}}$

$\omega_\pi = 2449\frac{1}{s}$

Da die beobachtete Kreisfrequenz ω in Abbildung 10: nahe an ω_π liegt, führt dies zu einer Phasenverschiebung von -180°. Dadurch beginnt das System zu oszillieren und sich selbst zu verstärken.

3 Aufgabe 3. Regelkreis mit PID-Regler

a) Auf welchen Wert wird die Verstärkung des Differenzierers durch das Einfügen des Widerstands R4 für hohe Frequenzen begrenzt?

Die Impedanz des Kondensators ist wie folgt definiert:

$Z_c = \frac{1}{j2\pi fc}$

Bei sehr hohen Frequenzen nähert sich die Impedanz des Kondensators null an, wodurch der Differentiator zu einem invertierenden Verstärker wird.

$A_{diff} = -\frac{R3}{R4} = -\frac{10k\Omega}{1K\Omega} = \underline{\underline{-10}}$

b) Formulieren Sie die Übertragungsfunktion des Reglers.

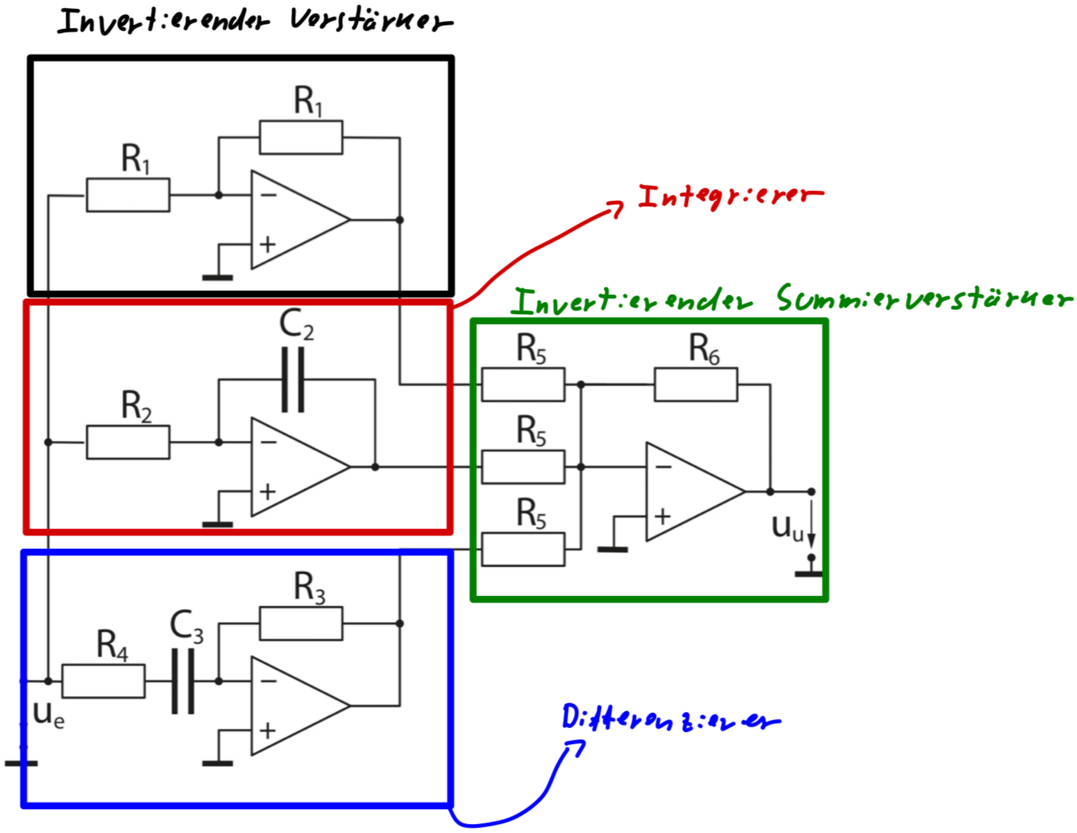

Abbildung 11: Aufgabe 2. PID-Regler

<u>Invertierender verstärker:</u>

$$A_1 = -\frac{R1}{R1} = -1$$

<u>Integrierer:</u>

$$A_2 = -\frac{1}{j\omega C_2 R_2}$$

<u>Differenzierer:</u>

$$A_3 = -\frac{j\omega C_3 R_3}{1 + j\omega c_3 R_4}$$

<u>Summierverstärker:</u>

$$A_{ges} = \frac{R_6}{R_5} \cdot 1 + \frac{1}{j\omega c_2 R_2} + \frac{j\omega c_3 R_3}{1 + j\omega c_3 R_4})$$

c) Bauen Sie den Regler in Ihr Simulationsmodell anstelle des P-Reglers ein. Begrenzen Sie auch hier die Stellgröße durch Einfügen eines „Saturation-Blockes“ auf ±12.

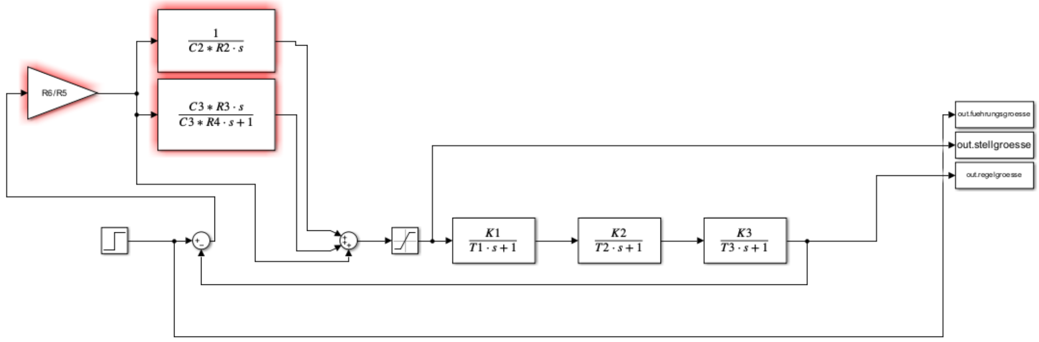

Abbildung 12: Aufgabe 2. PID-Regler Simulink

d/e)

Um die optimalen Parameter zu ermitteln, wurde jeweils eine Variable verändert, während alle anderen Variablen auf einen festen Wert gesetzt wurden. Auf diese Weise konnten folgende Parameter für einen schnellen und stabilen Regler ermittelt werden, der dazugehörige Plot ist in Abbildung 13: dargestellt.

$c_2 = 100nF$
$c_3 = 1nF$
$R_6 = 2000\Omega$

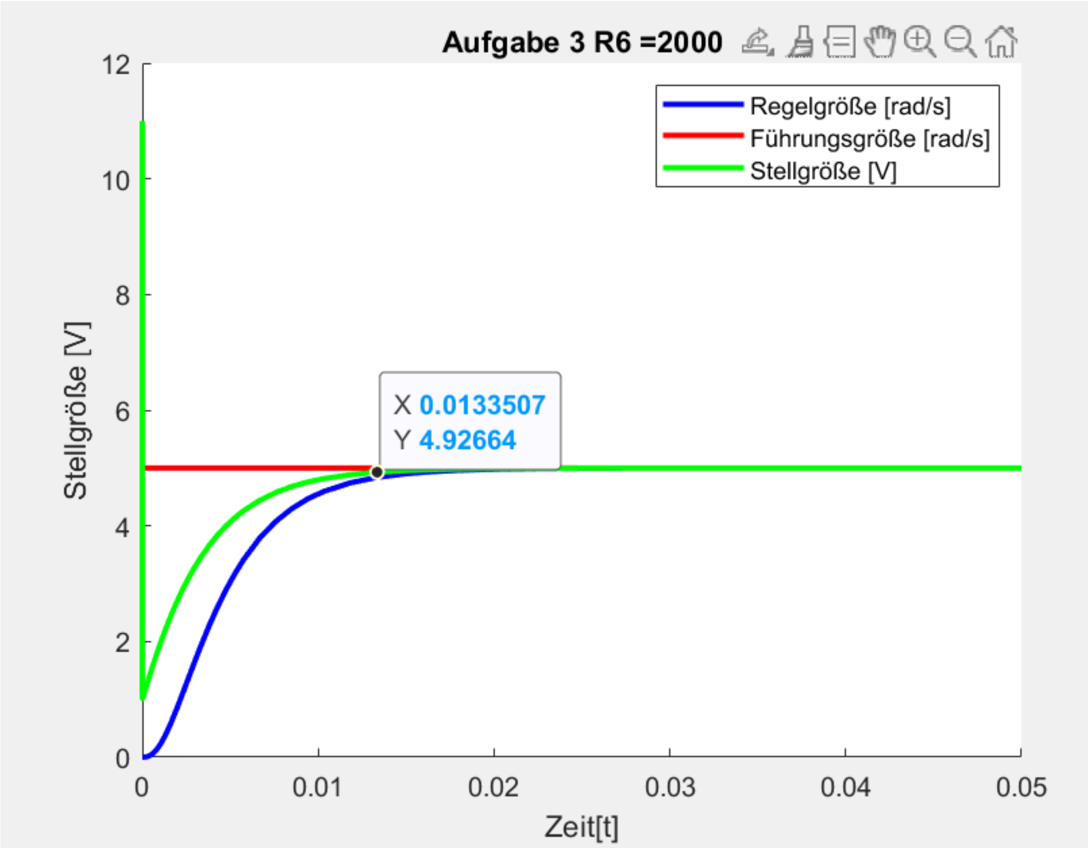

Abbildung 13: Aufgabe 2. PID-Regler Plot

Abbildungsverzeichnis