МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский Авиационный Институт»
(Национальный Исследовательский Университет)

Институт: №8 «Информационные технологии и прикладная математика»
Кафедра: 806 «Вычислительная математика и программирование»

Лабораторная работа №2
по курсу «Численные методы»

Группа: М8О-307Б-22

Студент(ка): П. В. Лебедько

Преподаватель: Д. Л. Ревизников

Оценка:

Дата: 02.04.2025

Москва, 2025

Оглавление

1 Задание 1

Задание

Реализовать методы простой итерации и Ньютона решения нелинейных уравнений в виде программ, задавая в качестве входных данных точность вычислений. С использованием разработанного программного обеспечения найти положительный корень нелинейного уравнения (начальное приближение определить графически). Проанализировать зависимость погрешности вычислений от количества итераций.

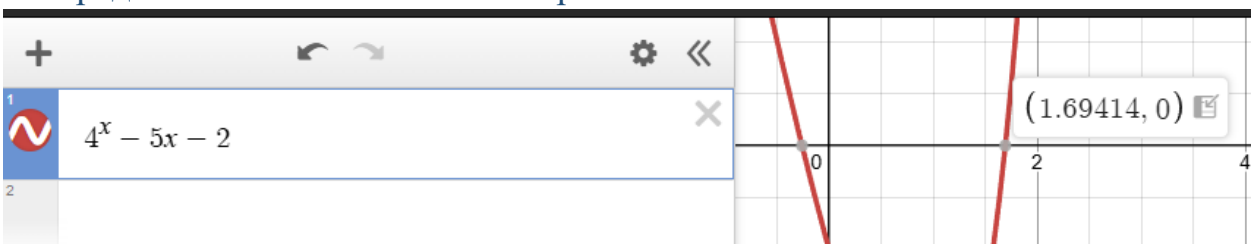
Вариант

Вариант 17

$4^x - 5x - 2 = 0$

Ход лабораторной работы

Определение положительного корня



Метод простой итерации

Необходимо было для моей конкретной функции найти функцию phi:

```
def phi(x):
    return math.log(5 * x + 2, 4)
```

А также ограничить производную числом q:

```
q = 5 / (math.log1p(3) * 7)
```

Тогда реализованный алгоритм будет выглядеть так:

```
def simpleIterations(x0, q, eps):
    xPrev = x0
    iter = 0
    while (True):
        iter += 1
        xCur = phi(xPrev) # вычисление нового значения x
        error = q / (1 - q) * abs(xCur - xPrev) # текущая погрешность
        if error < eps:
            break
        xPrev = xCur
```

```
    return xCur, iter
```

где x0 – начальная точка, посмотрев на график, взяли 1.5, eps – задаваемая точность. Условие окончания проверяется через неравенство, зависящее от числа q.

Метод Ньютона

Необходимо в явном виде найти производную исходной функции:

```
def fDer(x):
    return math.log1p(3) * 4 ** x - 5
```

Реализованный алгоритм:

```
def newton(x0, eps):
    xPrev = x0
    iter = 0
    while (True):
        iter += 1
        xCur = xPrev - f(xPrev) / fDer(xPrev) # вычисление нового значения x
        if abs(xCur - xPrev) < eps: # погрешность – модуль разности значений
            break
        xPrev = xCur
    return xCur, iter
```

Результаты

```
PS C:\Users\plato\Documents\Prog\numeric-methods\2> python3 2.1.py
Точность: 0.000001
Метод Ньютона
        Корень:  1.6941445681304645
        Количество итераций:  5
Метода простых итераций
        Корень:  1.6941443671441039
        Количество итераций:  13
PS C:\Users\plato\Documents\Prog\numeric-methods\2>
```

2 Задание 2

Задание

Реализовать методы простой итерации и Ньютона решения систем нелинейных уравнений в виде программного кода, задавая в качестве входных данных точность вычислений. С использованием разработанного программного обеспечения решить систему нелинейных уравнений (при наличии нескольких решений найти то из них, в котором значения

неизвестных являются положительными); начальное приближение определить графически. Проанализировать зависимость погрешности вычислений от количества итераций.

Вариант

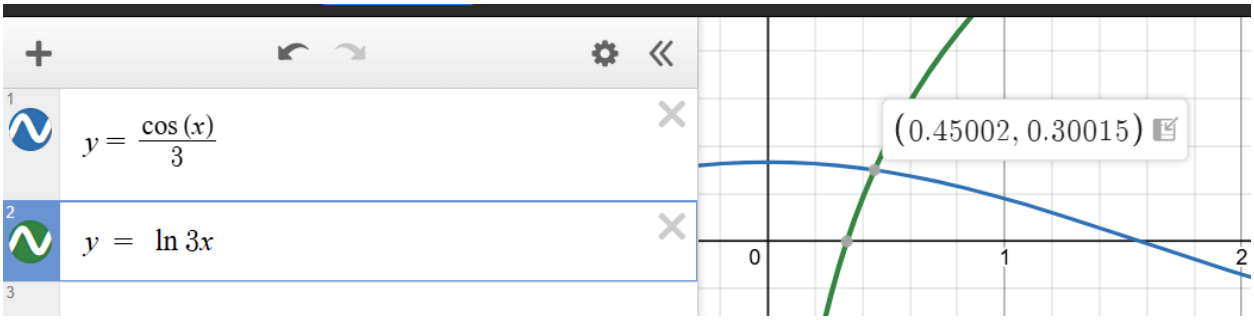
Вариант 17

a = 3

$$\begin{cases} ax_1 - \cos x_2 = 0, \\ ax_2 - e^{x_1} = 0. \end{cases}$$

Ход лабораторной работы

Определение положительного корня



Метод простой итерации

Также определим вектор-функцию phi:

```
def phi(x):
    return np.array([
        np.cos(x[1]) / 3,
        np.exp(x[0]) / 3
    ])
```

Теперь ограничить нужно норму матрицы частных производных функции phi

```
q = np.e / 3
```

Реализованный алгоритм:

```
def simpleIterations(x0, q, eps):
    xPrev = x0
    iter = 0
    while (True):
        iter += 1
        xCur = phi(xPrev)
        error = q / (1 - q) * np.linalg.norm(xCur - xPrev, NORM)
        if error < eps:
            break
```

```
        xPrev = xCur
    return xCur, iter
```

где x0 – начальная точка, посмотрев на график, взяли точку (0, 0.3), eps – задаваемая точность. Условие окончания проверяется через неравенство, зависящее от числа q.

Метод Ньютона

Необходимо в явном виде найти производную исходной вектор-функции:

```
def fDer(x):
    return np.array([
        [3, np.sin(x[1])],
        [-np.exp(x[0]), 3]
    ])
```

Реализованный алгоритм:

```
def newton(x0, eps):
    xPrev = x0
    iter = 0
    while (True):
        iter += 1
        (LU, swaps) = getLU(fDer(xPrev))
        xDelta = solverLU(LU, swaps, -f(xPrev))
        xCur = xPrev + xDelta
        if np.linalg.norm(xCur - xPrev, NORM) < eps:
            break
        xPrev = xCur
    return xCur, iter
```

Результаты

```
PS C:\Users\plato\Documents\Prog\numeric-methods\2> python3 2.2.py
Точность: 0.000001
Метод Ньютона
        Корень:  [0.30014631 0.45001877]
        Количество итераций:  4
Метода простых итераций
        Корень:  [0.30014631 0.45001877]
        Количество итераций:  13
PS C:\Users\plato\Documents\Prog\numeric-methods\2>
```

3 Выводы

В ходе лабораторной работы я реализовал методы простых итераций и Ньютона для решения нелинейных уравнений и систем нелинейных

уравнений. Метод Ньютона сходится быстрее, но требует вычисления производных.