

队伍编号	MC2201597
题号	(C)

无人车自动泊车路径规划及优化

摘 要

自动化是汽车未来发展的一大趋势，随着互联网、智能交通、人工智能等科学技术的快速发展，自动驾驶技术的也正在飞速发展。自动泊车作为自动驾驶技术的一部分，是日常生活中最常见的辅助泊车系统。通常，停车场的车位空间因城市中巨大汽车的停车需求而十分有限，自动泊车系统能很好的为驾驶员解决将车辆停入空间有限的停车位的问题。

针对问题（1），为简化模型，可以采用阿克曼理论转向特性，即车辆在转弯过程中两前轮平行，得到车辆的最小转弯半径 4.9947 米。

针对问题（2），先建立无人车运动学模型，再通过将无人车的行驶路径进行分段，分别建立不同的模型，通过 VISSIMJ 进行仿真模拟。

针对问题（3），先明确行驶路径及对应时间，通过泊车旋转角度来确定泊车时长。根据问题（2）对无人车行驶路径的划分，将各路段行驶时长汇总，求最短时间即可求得最优停车位。

针对问题（4），先根据题目要求建立一套流程图，先明确可停车位的合集，再通过 MATLAB 对设计的算法进行计算，从而得到最终答案。

关键词：自动泊车 路径规划 仿真模拟

目录

1.问题的重述	1
1.1 问题的背景	1
1.2 问题的重述	1
2.问题的分析	1
2.1 问题（1）的分析	1
2.2 问题（2）的分析	2
2.3 问题（3）的分析	2
2.4 问题（4）的分析	2
3.模型的假设和符号的说明	2
3.1 模型的假设	2
3.2 符号的说明	2
4.模型的准备	4
4.1 阿克曼转向几何原理.....	4
4.2 泊车路径规划.....	4
5.模型的建立与求解	4
5.1 问题（1）的模型建立与求解.....	4
5.1.1 无人车最小转弯半径的确定	4
5.1.2 无人车加速到最大行驶速度所需最短路径的确定	4
5.1.3 无人车转弯路径上曲率相对路径长度的变化率大小的范围	4
问题（2）的模型建立与求解	4
问题（3）的模型建立与求解	6
问题（4）的模型建立与求解	7
6.模型评价	8
6.1 模型优点	8
6.2 模型缺点	8

1.问题的重述

1.1 问题的背景

自动化是汽车未来发展的一大趋势，随着互联网、智能交通、人工智能等科学技术的快速发展，自动驾驶技术的也正在飞速发展。自动泊车作为自动驾驶技术的一部分，是日常生活中最常见的辅助泊车系统。通常，停车场的车位空间因城市中巨大汽车的停车需求而十分有限，自动泊车系统能很好的为驾驶员解决将车辆停入空间有限的停车位的问题。

1.2 问题的重述

问题一：由无人车模型的参数，计算得出该车的最小转弯半径。在给定加加速度限制条件的情况下，计算无人车沿直线行驶时最少需经过多少距离才能达到最大限制速度。并计算若车辆此时开始转弯，路径长度对路径上的曲率的变化率大小有何限制。

问题二：根据给定的无人车初始位置，建立无人车泊车的数学模型。并给出无人车从初始位置到指定位置的路径轨迹，包括每时刻无人车行驶路径长度、车辆朝向、速度、加速度、加加速度、角速度、角加速度等，并给出可视化轨迹图。

问题三：根据给定的初始位置及停车位情况建立泊车模型，计算出最优停车位并给出从初始位置到最优停车位的轨迹。同时，建立在任意情况下适用的通用模型。

问题四：在给定的情形中建立数学模型，并给出从初始位置到最优停车位的行驶轨迹的仿真结果。

2.问题的分析

2.1 问题（1）的分析

最小转弯半径是指当转向盘转到极限位置，汽车以最低稳定车速转向行驶时，外侧转向轮的中心在支承平面上滚过的轨迹圆半径。通过查阅相关资料，得知最小转弯半径受外轮最大转动角及车辆车长等相关参数的影响。以车辆转弯前的初始位置建立坐标系，通过方向盘与前轮转角的传动比计算得出车辆外轮最大转动角，再根据无人车参数得出最小转弯半径。由于现实中车辆转弯时内轮转动角会稍大于外轮转动角，为简化模型，可以采用阿克曼理论转向特性，即车辆在转弯过程中两前轮平行。此时，我们可以假设由方向盘最大转动角和方向盘与前轮转角的传动比计算得出的最大角度即为无人车外轮转弯时的最大转动角。

在已知无人车最大加速度的情况下，可以对其求积分得到速度与时间的变化关系，再根据题目所给的限制条件进行运算即可得出加速到最大速度的最短路径。

要求无人车从直线行驶状态开始转弯时路径上曲率的变化率的限制，可根据求得的最小转弯半径，套用曲率公式即可得到答案。

2.2 问题（2）的分析

无人车从初始位置进入指定停车位的路径可以分为直行、转弯、泊车三种路径。无人车直线行驶时，车辆速度受停车场内减速带和车辆最大行驶速度、最大加速度等自身参数的影响。当无人车转弯时，需要考虑车辆是否会发生碰撞的问题，因此要通过计算选取合适的转弯位置与转弯半径。转弯半径过大，无人车外侧易受到碰撞；转弯半径过小，无人车内侧易受到碰撞。无人车进行泊车和转弯时，可以以车辆转弯的圆心为坐标原点建立坐标系，通过假设无人车泊车的路径来得到路径方程。根据无人车转弯的路径方程可以算出无人车转弯结束的位置，即无人车在直线行驶过程中的初始位置。同时，要考虑道路宽度以及无人车自身的参数来确定泊车的起始位置。

2.3 问题（3）的分析

可以用无人车整个停车过程的时间最短为约束条件，寻找最优停车位。要得到无人车停在不同车位的停车时间，就需要明确无人车在停车过程中所经过的路径以及路径上的速度。同时，要根据第二问得出的垂直、平行、斜行泊车的泊车轨迹，确定无人车在进入不同类型的停车位时所需要的转弯角度、转弯半径，进而算出无人车在进行泊车时所需要的时间。将无人车在弯道、直线行驶和泊车所需的时间汇总，并以此为目标函数，在确定停车场车位使用情况的条件下，寻找最优停车位。

2.4 问题（4）的分析

由于停车场的车辆处于流动状态，车辆的进入和离开会导致停车位被随机占用或释放。因此，可以先明确未被占用的停车位和合集，再根据问题（3）中建立的通用模型，以及求解最优停车位的方法对无人车的泊车进行路径规划和最优停车位的选择。

3.模型的假设和符号的说明

3.1 模型的假设

- a) 假设一：假定无人车车身是左右轴对称的，控制点位于无人车车身对称轴与后轮中轴交点处，无人车的控制点的位置在驾驶的过程中与轨迹点重合，速度方向也与轨迹点的方向角一致，瞬时转向半径与轨迹点的曲率半径相同。
- b) 假设二：假设无人车在平坦路面上行驶，忽略车辆在竖直方向上的运动。
- c) 假设三：假设无人车行驶过程中忽略纵向和横向的空气动力学。
- d) 假设四：假定无人车直线行驶过程中控制点始终位于道路中线上。
- e) 假设五：假定无人车均以最小转弯半径进行转弯。

3.2 符号的说明

符号	意义
θ	无人车前轮转动角

θ_{max}	无人车前轮最大转动角
α	车身角
φ	无人车转弯过程中转动的角度
L	车身长度
H	前后轮轴距
w	无人车轴距
s	无人车转弯路径
R	无人车转弯半径
R_{min}	无人车最小转弯半径
a	无人车最大加速度
a_0	无人车初始加速度
u	无人车与道路右侧的距离
v_3	无人车最大行驶速度
v_4	无人车在当前道路的最大行驶速度
v_5	无人车在减速带五米以内的速度
x_i	无人车泊车前 x 方向上的坐标
y_i	无人车泊车前 y 方向上的坐标
θ_i	无人车泊车前的方向
φ_i	无人车泊车过程中需要旋转的角度
b	无人车在 x 轴方向行驶的最大值
m	减速带前 5 米及减速带的宽度
n	道路宽度

4.模型的准备

4.1 阿克曼转向几何原理

阿克曼转向几何原理，即车辆在转弯过程中，每个车轮绕同一个中心转动，前后车轮间没有相对转角，保证轮胎与地面间光滑且处于摩擦力最小的纯滚动状态。阿克曼几何转向原理的建立存在一个假设条件：即当车辆前轮和后轮之间的内轮差变化不大时，汽车低速转弯时，离心力、侧抗力、侧滑角均可忽略不计，即认为车辆前后轮的运动为无侧滑的旋转（转向）运动。

4.2 泊车路径规划

泊车路径规划需要满足以下几点要求：

- 1) 泊车路径满足动力学约束。
- 2) 泊车路径曲率连续，不需要停顿调整转向。
- 3) 泊车跟踪过程中汽车不能与周围障碍物发生碰撞。
- 4) 泊车路径在连续的基础上，应尽可能的简单，优化算法。

5.模型的建立与求解

5.1 问题（1）的模型建立与求解

5.1.1 无人车最小转弯半径的确定

首先，通过研究调查可得最小转弯半径为

$$R_{min} = \frac{L}{2(\sin \theta_{max})}$$

根据题目所给的条件，方向盘最大转角为 470° ，由于方向盘与前轮转角的传动比为 16: 1，则前轮最大转动角为

$$\theta_{max} = 470/16 = \frac{235^\circ}{8}$$

因为车长 L 为 4.9 米，所以最小转弯半径 R_{min} 为 4.9947 米。

5.1.2 无人车加速到最大行驶速度所需的最短路径的确定

受无人车最大加速度和最大加加速度的限制，我们将无人车整个加速过程分为两段，一是加速度在最大加加速度限制下一直增加，直到达到最大加速度的变加速度直线运动。此时，

$$x_1 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \dot{a} t^3 = \frac{27}{800} \text{ 米} \approx 0.0338 \text{ 米}$$

$$v_1 = \frac{1}{2} \frac{a_0 + a}{2} t = \frac{9}{40} \text{ m/s}$$

另一段是以最大加速度加速至最大运行速度的匀加速直线运动。

$$v_t^2 - v_1^2 = 2 a x_2 \quad \text{即} \quad \left(\frac{50}{9}\right)^2 - \left(\frac{40}{9}\right)^2 = 2 \cdot 3 \cdot x_2$$

可得 $x_2 = 5.1356$ 米，则无人车加速到最大行驶速度所需的最短路径 $s = x_1 + x_2 = 5.1694$ 米。

5.1.3 无人车转弯路径上的曲率相对路径长度的变化率大小的范围

当无人车以 20km/h 的车速从沿直线行驶状态开始转弯，假定无人车转弯时车速不变，做匀速圆周运动。假设无人车转弯路径为圆弧 s ，无人车在转弯过程中转动的角度为 φ ，设定

$$k = \left| \frac{\varphi}{s} \right|$$

由于 $s = \frac{\varphi}{2\pi} \cdot 2\pi R$ ， k 可以化简为

$$k = \left| \frac{1}{R} \right|$$

根据前面求出的无人车最小转弯半径可知， k 存在上限 $k_{max} = \left| \frac{1}{R_{min}} \right| \approx 0.2002$

5.2 问题（2）的模型建立与求解

5.2.1 无人车运动学模型的建立

由于汽车在泊车过程中速度较低，后轴不会发生侧滑现象，且后轮为非转向轮，故选取后轴中点的运动轨迹来代替汽车的运动轨迹图中， x 和 y 分别为车辆后轴中点的横坐标和纵坐标， v_0 为车

速, α 为车身角(即车体径向与 X 轴正向间的夹角), θ 为前轮转角, H 为前后轮轴距, 车辆运动学模型方程可表示为

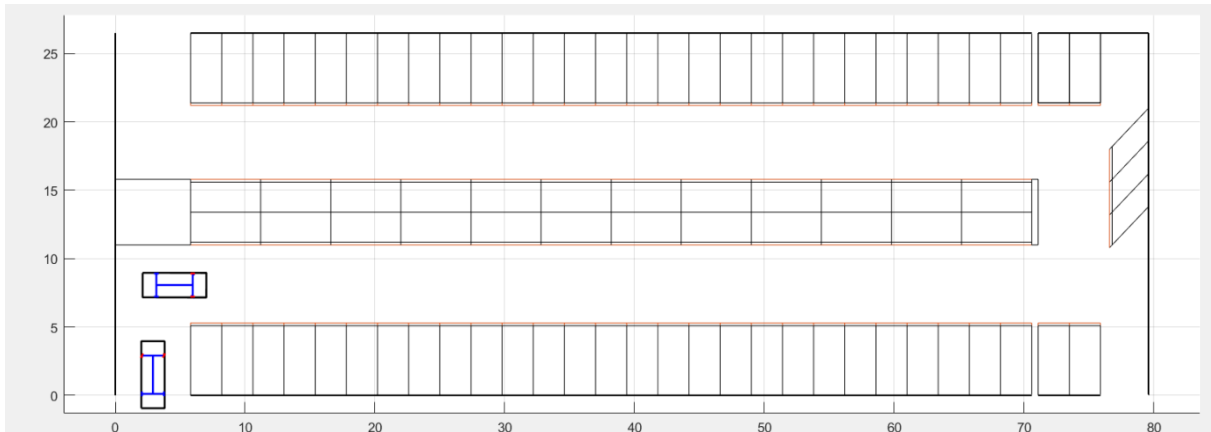
$$\begin{cases} \dot{x} = v_0 \cos \alpha \\ \dot{y} = v_0 \sin \alpha \\ \dot{\alpha} = \frac{v_0}{H} \tan \theta \end{cases}$$

5.2.2 无人车三种泊车模型的建立

无人车为了停入给定的三种停车位, 都需要从初始位置出发经历直角转弯, 直线行驶和倒车入库三段路程。假设无人车在直角转弯过程中做匀速圆周运动, 在直线行驶过程中做减速直线运动, 到转弯泊车处时速度刚好减为零。在第一个直角转弯中, 以无人车转弯轨迹的圆心为原点, 以无人车转弯前初始状态的车头朝向为 y 轴正方向, 与 y 轴垂直向右方向为 x 轴。

车辆内侧恰好通过时, 令车辆与道路右侧的距离为 u ,

$$u = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)(R_{min} - w)$$



设定无人车在通过直角转弯后进入平直车道, 行驶至 10 号停车位附近位置再次进行直角转弯, 倒入 10 号停车位。以无人车转弯倒车入库轨迹的圆心为原点重建坐标系, 以无人车转弯倒车入库前的车头朝向为 x 轴, 与 x 轴垂直方向向上为 y 轴。

$$\begin{cases} x = -R \sin \theta \\ y = R \cos \theta \end{cases}$$

为进入 31 号 45 度斜型停车位, 无人车直线行驶过程中会经历一个减速带, 考虑到减速带前后五米范围的速度限制, 无人车在直线行驶过程中做减速运动, 且到转弯泊车处时速度刚好减为零。然后在斜行泊车过程中先做加速圆周运动, 再做减速直线运动。以无人车转弯路径的圆心为原点建立坐标系, 以无人车泊车前末状态的车头朝向为 x 轴正方向, 与 x 轴垂直方向竖直向上为 y 轴。

在圆弧中

$$\begin{cases} x = R \sin \theta \\ y = -R \cos \theta \quad (\theta \in [0 \sim \frac{\pi}{2}]) \\ y = R \cos(\theta - \frac{\pi}{2}) \quad (\theta \in (\frac{\pi}{2} \sim \frac{3\pi}{4}]) \end{cases}$$

在直线上

$$y = x + \sqrt{2}R$$

对于 82 号平行停车位, 无人车需要经历三个直角转弯, 直线行驶和平行泊车的过程。直角转弯和直线行驶同上。无人车平行泊车的路径又可分为两个半径不同的圆弧, 以 82 号停车位右下顶点为

原点建立坐标系,以无人车平行泊车前车头朝向的反方向为 x 轴,与 x 轴垂直且方向向上建立 y 轴。为保证无人车泊车过程结束时无人车与初始状态保持平行,无人车在两段圆弧中转过角度 θ 应该相同。

在第一段圆弧中,转弯半径 $R = R_{min}$

$$\begin{cases} x = -\sqrt{d^2 + e^2} + R\sin\theta \\ y = R\cos\theta \end{cases}$$

在第二段圆弧中,转弯半径 $R = R_{min} - w$

$$\begin{cases} x = R - R\sin\theta \\ y = R\cos\theta \end{cases}$$

5.3 问题（3）的模型建立与求解

以停车时间最短为约束条件,求最优停车位。假定无人车无论是在转弯、直线行驶还是泊车时,无人车均以最大行驶速度 v_3 行驶。令无人车泊车前的位置为 $(x_i, y_i, \theta_i, \varphi_i)$,以无人车入口直线路段为 x 轴,与 x 轴垂直且方向竖直向上为 y 轴,以入口坐标为原点,令无人车初始位置信息为 (x, y, θ) 。

对于弯道,令弯道个数为 q_i , $\Delta\theta_i = \theta_i - \theta$

$$q_i = \begin{cases} 0, & \Delta\theta_i = 0 \\ 1, & \Delta\theta_i = \frac{\pi}{2} \\ 2, & \Delta\theta_i = \pi \end{cases}$$

令无人车在该路段最高速度为 v_4 ,弯道路径和为 $s_{1i} = R \cdot \theta_i$, $t_{1i} = \frac{s_{1i}}{v_i}$ 。

对于直线路径,令 $\Delta x_i = x_i - x$, $\Delta y_i = y_i - y$,则直线行驶路径为

$$\begin{cases} |\Delta x|, & \Delta\theta_i = 0 \\ \Delta x_i + \Delta y_i, & \Delta\theta_i = \frac{\pi}{2} \\ (b - x) + (b - x_i) + y_i, & \Delta\theta_i = \pi \end{cases}$$

当 $\theta_i = 0$ 时,即无人车在下方水平道路上行驶, $\Delta\theta_i = 0$ 时,所需时间为

$$t_{2i} = \begin{cases} \frac{b - x - \left[m - \left(R - \frac{n}{2}\right)\right]}{v_3} + \frac{m - \left(R - \frac{n}{2}\right)}{v_5}, & b - x > 5, \Delta x > 0 \\ \frac{b - x}{v_5}, & b - x \leq 5, \Delta x > 0 \\ \frac{-\Delta x}{v_5}, & \Delta x < 0 \end{cases}$$

当 $\Delta\theta_i = \frac{\pi}{2}$ 时,所需时间为

$$t_{2i} = \begin{cases} \frac{b - x - \left[m - \left(R - \frac{n}{2}\right)\right]}{v_3} + \frac{m - \left(R - \frac{n}{2}\right) + \Delta y_i}{v_5}, & b - x > 5, \Delta x > 0 \\ \frac{b - x + \Delta y_i}{v_5}, & b - x \leq 5, \Delta x > 0 \end{cases}$$

当 $\Delta\theta_i = \pi$ 时，所需时间为

$$t_{2i} = \begin{cases} \frac{2b - x - x_i - 2\left[m - \left(R - \frac{n}{2}\right)\right]}{v_3} + \frac{2m - 2\left(R - \frac{n}{2}\right) + \Delta y_i}{v_5} & b - x > 5, \\ \frac{b - x + \Delta y_i}{v_5} + \frac{m\left(R - \frac{n}{2}\right)}{v_5} + \frac{(b - x_i - [m - (R - \frac{n}{2})])}{v_3} & b - x \leq 5 \end{cases}$$

由于在图 5 的情况中倒车路径不涉及到减速带前后 5 米的区域，倒车路径所用的时间为

$$s_{3i} = R \cdot \varphi_i$$

$$t_{3i} = \frac{s_{3i}}{v_3}$$

令无人车对 n 个停车位的决策系数为 C_i ，则总时间的目标函数为

$$t = \sum_{i=1}^{i=n} C_i(t_{1i} + t_{2i} + t_{3i})$$

约束条件为 $\sum_{i=1}^{i=n} C_i = 1$ 且 $C_i = 1$ 或 $C_i = 0$ 。

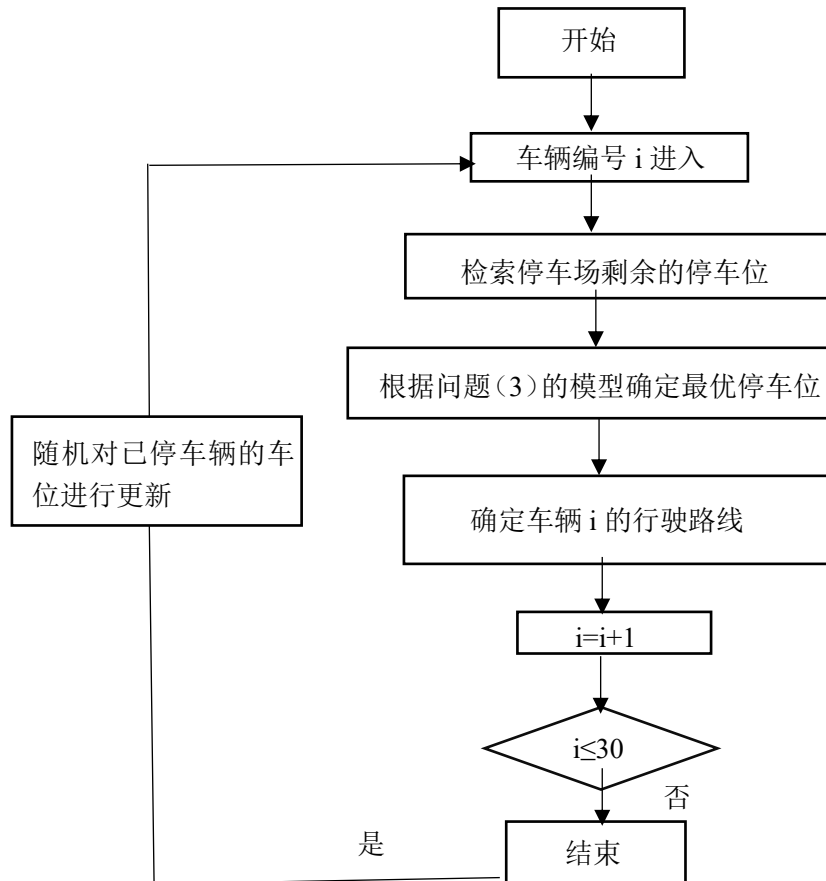
5.4 问题（4）的模型建立与求解

为了方便研究，现作如下假设：1.令每次只进入一辆，且相邻车辆不会相互产生影响。

2.对于离开停车位的车辆，令相邻进入停车场的时间为 $t_1(x_1)$ 、 $t_2(x_2)$ ，则存在 $\Delta t = t_2(x_2) - t_1(x_1)$ ，在 Δt 时间段内该停车场需开车辆的数量随机产生，且对应的车位号也是随机生成。

3.在车辆进入停车场至完成停车阶段无车辆离开停车位。

由于车辆在不断的进出，根据问题（3）的模型，建立以下求解流程图



6.模型评价

6.1 模型优点

- a) 模型简化了道路环境数据，更便于进行无人车泊车轨迹规划求解。
- b) 模型将无人车行驶路径分为了多段路径，将不同类型的路径区分开来，更有利于求解。
- c) 使用了最大速度规划算法，在保证速度满足最大加速度、最大加加速度与最大方向盘转速的前提下使速度变化平滑。

6.2 模型缺点

- a) 模型简化偏理想化，未考虑实际过程中可能会遇到的问题。
- b) 模型泊车路径简化，可能会存在无人车与墙体或其他车辆碰撞的情况。

7.参考文献

- [1]张胜根,张强,杨良义,邢春鸿,黄俊富.自动泊车系统测试场景的提取与转换方法研究[J].重庆理工大学学报(自然科学),2022,36(02):68-75.
- [2]申琳,况泉羽,姜兆娟,粘凤菊,方越.安全冗余的自动泊车寻库和巡航方案[J].中国汽车,2021(07):22-30.
- [3]钱炎,王兆强,李培兴,梁威,卢晨晖.基于线性二次规划的自动泊车的控制方法[J].信息与控制,2021,50(06):660-668.DOI:10.13976/j.cnki.xk.2021.0592.
- [4]王启明,宗高强,胥津铭.多段式自动泊车最优路径规划与仿真分析[J].系统仿真学报,2022,34(02):385-395.DOI:10.16182/j.issn1004731x.joss.20-0715.