

学院: 光电信息与计算机工程学院

完成时间:2022.6.10

实验一 控制系统数学模型建立

1. 传递函数模型

$$(1) G(s) = \frac{s+3}{s^3+2s^2+2s+1}$$

$$(2) G(s) = \frac{s^2+3}{s^3(s^2+4)(s^2+4s)}$$

2. 零极点模型

$$(1) G(s) = \frac{10(s+5)}{(s+0.5)(s+2)(s+3)}$$

$$(2) G(s) = \frac{8(s+1-j)(s+1+j)}{s^2(s+5)(s+6)(s^2-1)}$$

3. 单位负反馈

4. 控制系统的模型间的相互转换

$$(1) \text{将 } G(s) = \frac{s^2+5s+6}{s^3+2s^2+s} \text{ 转换成零极点模型}$$

$$(2) \text{将 } G(s) = \frac{8(s+1)(s+2)}{s(s+5)(s+6)(s+3)} \text{ 转换为传递函数模型}$$

5. 引入反馈环节后传递函数求取

实验二 建立 Simulink 结构图模型

1. Simulink基础

(1) Simulink 常用模块

1. 信号源: Step,Ramp

2. 连续模块

3. 数学运算模块

4. 信号传输模块

5. 信号输出模块

(2) Simulink 常用模块参数设置

$$1. G(s) = \frac{s^4+2s^3+5s}{s^5+s^4+2s^3+6s+8}$$

$$2. G(s) = \frac{5(s+1)}{(s+2)(s+3)}$$

3. 设置 Step 和 Ramp 信号

2. 建立 Simulink 结构图模型

实验三 二阶系统单位阶跃响应分析

1. 闭环系统特征根/闭环极点

2. 二阶系统单位阶跃响应分析

(1) 阻尼比 ξ 对二阶系统阶跃响应的影响

(2) ω_n 对二阶系统阶跃响应的影响

实验四 高阶控制系统时域性能改善分析

$$\Phi(s) = \frac{10(s+1)(s+3)}{(s+4)(s^2+2s+2)}$$

实验五 基于Simulink 控制系统稳态误差分析

1. 研究系统在不同典型输入信号作用下稳态误差的变化

2. 研究系统型次的不同、稳态误差的变化

(1) 0 型系统在典型输入信号作用下的稳态误差

(2) II 型系统在典型输入信号作用下的稳态误差

实验六 控制系统根轨迹绘制及分析

1. 绘制系统的零极点图

2. 绘制控制系统的根轨迹图并分析根轨迹的一般规律
3. 根据控制系统的根轨迹，分析控制系统的性能

实验七 控制系统的频域分析(奈氏图 & 伯德图)

1. 绘制控制系统Nyquist图
2. 根据Nyquist图分析系统稳定性
3. 绘制控制系统Bode图
4. 根据Bode图分析系统的稳定性

实验八 基于根轨迹编辑器系统校正设计

1. 开环传递函数 $G(s) = \frac{1}{s^2(s+10)}$
 2. 开环传递函数 $G(s) = \frac{10}{0.5s^2+s}$
-

实验一 控制系统数学模型建立

1. 传递函数模型

$$(1) G(s) = \frac{s+3}{s^3+2s^2+2s+1}$$

```
1 num = [1 3];
2 den = [1 2 2 1];
3 printsys(num,den);
```

num/den =

$$\frac{s + 3}{s^3 + 2 s^2 + 2 s + 1}$$

$$(2) G(s) = \frac{s^2+3}{s^3(s^2+4)(s^2+4s)}$$

```
1 num = [1 4 2];
2 den = conv([1 0 0 0],conv([1 0 4],[1 4 0]));
3 printsys(num,den);
```

num/den =

$$\frac{s^2 + 4 s + 2}{s^7 + 4 s^6 + 4 s^5 + 16 s^4}$$

2. 零极点模型

$$(1) G(s) = \frac{10(s+5)}{(s+0.5)(s+2)(s+3)}$$

```
1 z = -5;
2 p = [-0.5 -2 -3];
3 k = 10;
4 sys = zpk(z,p,k)
```

sys =

$$\frac{10 (s+5)}{(s+0.5) (s+2) (s+3)}$$

Continuous-time zero/pole/gain model.

$$(2) G(s) = \frac{8(s+1-j)(s+1+j)}{s^2(s+5)(s+6)(s^2-1)}$$

```
1 | z = [-1+j -1-j];
2 | p = [0 0 -5 -6 -1 1];
3 | k = 8;
4 | sys = zpkm(z,p,k)
```

sys =

$$\frac{8 (s^2 + 2s + 2)}{s^2 (s+5) (s+6) (s+1) (s-1)}$$

Continuous-time zero/pole/gain model.

3. 单位负反馈

$$G(s) = \frac{2s+1}{s^2+2s+3}$$

```
1 | num = [2 1];
2 | den = [1 2 3];
3 | sys = feedback(tf(num,den),1)
```

sys =

$$\frac{2s + 1}{s^2 + 4s + 4}$$

Continuous-time transfer function.

4. 控制系统的模型间的相互转换

(1) 将 $G(s) = \frac{s^2+5s+6}{s^3+2s^2+s}$ 转换成零极点模型

```
1 | num = [1 5 6];
2 | den = [1 2 1 0];
3 | [z,p,k]= tf2zp(num,den);
4 | sys = zpkm(z,p,k);
```

sys =

$$\frac{(s+3) (s+2)}{s (s+1)^2}$$

Continuous-time zero/pole/gain model.

(2) 将 $G(s) = \frac{8(s+1)(s+2)}{s(s+5)(s+6)(s+3)}$ 转换为传递函数模型

```
1 z = [-1 -2]';
2 p = [0 -5 -6 -3]';
3 k = 8;
4 [num,den] = zp2tf(z,p,k);
5 printsys(num,den)
```

num/den =

$$\frac{8 s^2 + 24 s + 16}{s^4 + 14 s^3 + 63 s^2 + 90 s}$$

5. 引入反馈环节后传递函数求取

$$G(s) = \frac{2s^2+5s+1}{s^2+2s+3} H(s) = \frac{5(s+2)}{s+10}$$

```
1 G = tf([2 5 1],[1 2 3]);
2 C = tf([5,10],[1,10]);
3 sys = feedback(G,C,-1)
```

sys =

$$\frac{2 s^3 + 25 s^2 + 51 s + 10}{11 s^3 + 57 s^2 + 78 s + 40}$$

Continuous-time transfer function.

实验二 建立 Simulink 结构图模型

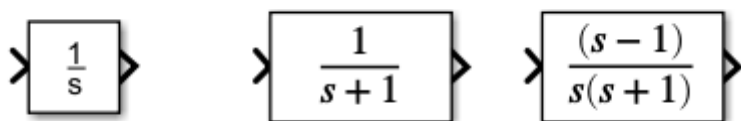
1. Simulink基础

(1) Simulink 常用模块

1. 信号源: Step,Ramp



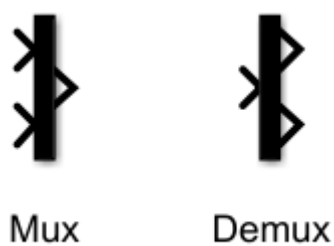
2. 连续模块



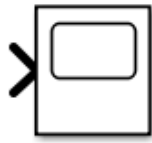
3. 数学运算模块



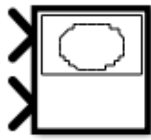
4. 信号传输模块



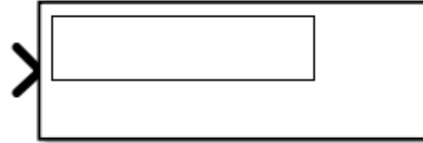
5. 信号输出模块



Scope



XY Graph



Display

(2) Simulink 常用模块参数设置

1. $G(s) = \frac{s^4 + 2s^3 + 5s}{s^5 + s^4 + 2s^3 + 6s + 8}$

Transfer Fcn

The numerator coefficient can be a vector or matrix expression. The denominator coefficient must be a vector. The output width equals the number of rows in the numerator coefficient. You should specify the coefficients in descending order of powers of s.

Parameters

Numerator coefficients:

[1 2 0 5 0]

Denominator coefficients:

[1 1 2 0 7 8]

Absolute tolerance:

auto

State Name: (e.g., 'position')

' '

OK Cancel Help Apply

2. $G(s) = \frac{5(s+1)}{(s+2)(s+3)}$

Zero-Pole

Matrix expression for zeros. Vector expression for poles and gain. Output width equals the number of columns in zeros matrix, or one if zeros is a vector.

Parameters

Zeros:

[-1]

Poles:

[-2 -3]

Gain:

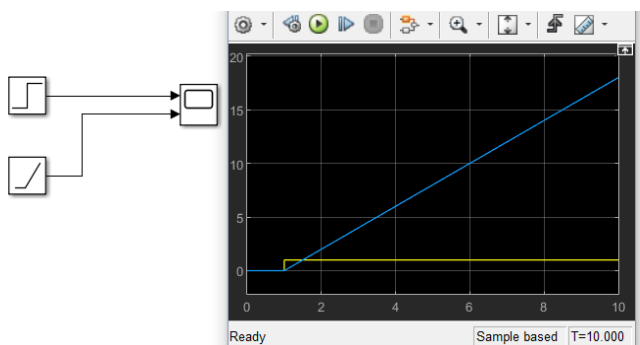
5

Absolute tolerance:

auto

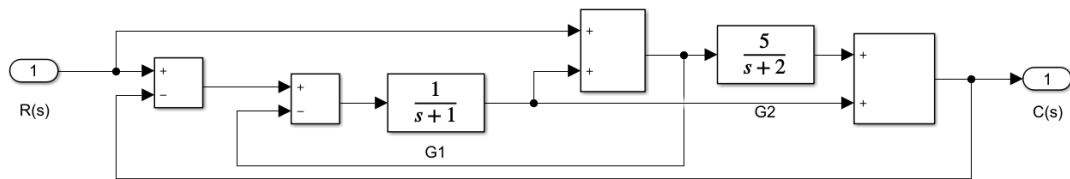
OK Cancel Help Apply

3. 设置 Step 和 Ramp 信号



2. 建立 Simulink 结构图模型

$$G_1(s) = \frac{1}{s+1} \quad G_2(s) = \frac{5}{s+2}$$



```
1 [a,b,c,d] = linmod('test2');  
2  
3 [num,den] = ss2tf(a,b,c,d);  
4  
5 printsys(num,den,'s');  
6
```

• 结果

num/den =

```
    5 s + 10  
-----  
s^2 + 5 s + 11  
|
```


实验三 二阶系统单位阶跃响应分析

1. 闭环系统特征根/闭环极点

$$G_1(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\omega_n\xi s + \omega_n^2}$$

```
1 wn = 10;  
2 num = [1 2 1];  
3 xi = [0 0.25 0.7 1 1.2];  
4  
5 for i = 1:length(xi)  
6     den = [1 2*xi(i)*wn wn^2];  
7     roots(den)  
8 end
```

root =

```
0.0000 +10.0000i  
0.0000 -10.0000i
```

root =

```
-2.5000 + 9.6825i  
-2.5000 - 9.6825i
```

root =

```
-7.0000 + 7.1414i  
-7.0000 - 7.1414i
```

root =

```
-10  
-10
```

root =

```
-18.6332  
-5.3668
```

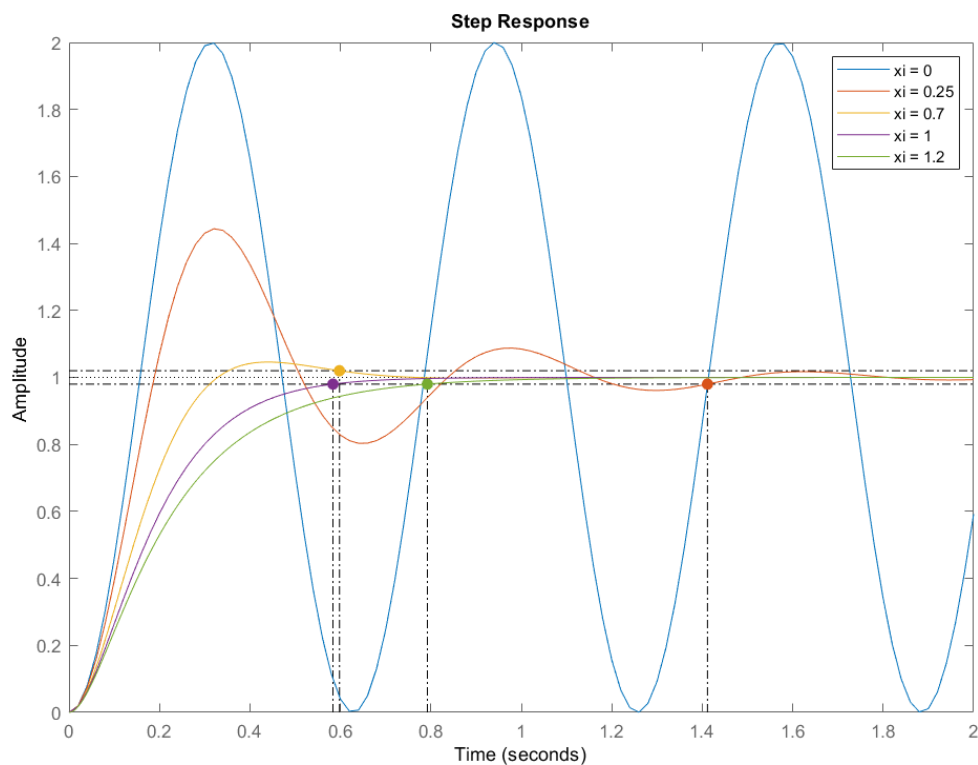
- 结论

当其他条件不变时，阻尼比越大，闭环极点远离虚轴

2. 二阶系统单位阶跃响应分析

(1) 阻尼比 ξ 对二阶系统阶跃响应的影响

```
1 wn = 10;  
2 num = wn^2;  
3 xi = [0 0.25 0.7 1 1.2];  
4 figure(1);  
5 hold on;  
6 for i = 1:length(xi)  
7     den = [1 2*xi(i)*wn wn^2];  
8     roots(den)  
9     step(num,den,2);  
10 end  
11  
12 legend('xi = 0','xi = 0.25','xi = 0.7','xi = 1','xi = 1.2');
```



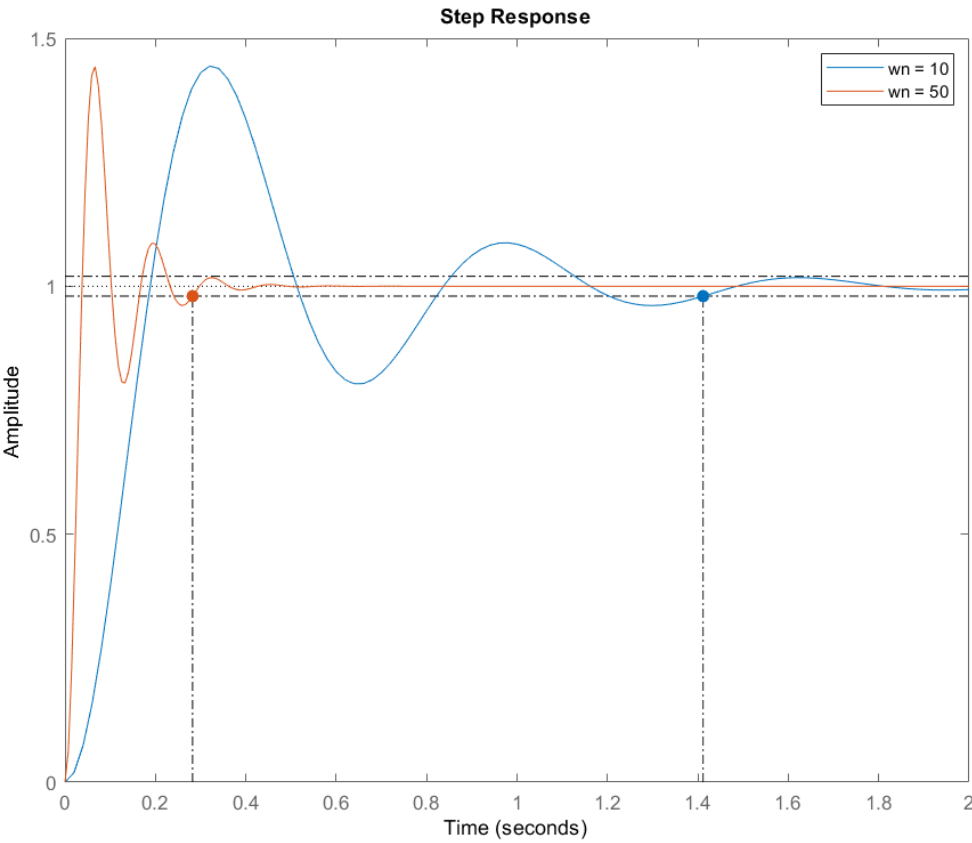
编号/(sys)	阻尼比/(\xi)	闭环极点/(pole)	上升时间/(tr/s)	峰值时间/(tp/s)	超调量/(Mp %)	调节时间/(ts/s)
1	0	10.0000i -10.0000i	Null	Null	100%	Null
2	0.25	-2.5000 + 9.6825i -2.5000 - 9.6825i	0.127	0.32	44%	1.41
3	0.7	-7.0000 + 7.1414i -7.0000 - 7.1414i	0.213	0.434	5%	0.598
4	1	-10, -10	0.337	Null	Null	0.584
5	1.2	-18.6332 -5.3668	0.437	Null	Null	0.792

• 结论

由图可以看出，当其他条件不变时，**提高系统的阻尼比**，上升时间**增大**，超调量**减少**，振荡次数**减少**，调节时间**减短**，动态品质会逐渐**提高**

(2) ω_n 对二阶系统阶跃响应的影响

```
1 wn = [10 50];
2 num = wn.^2;
3 xi = 0.25;
4 figure(2);
5 hold on;
6 for i = 1:length(wn)
7     den = [1 2*xi*wn(i) wn(i).^2];
8     roots(den)
9     step(num(i),den,2);
10 end
11 legend('wn = 10','wn = 50');
```



编号/(sys)	震荡频率/(ω_n)	闭环极点/(pole)	上升时间/(tr/s)	峰值时间/(tp/s)	超调量/(Mp %)	调节时间/(ts/s)
1	10	-2.5000 + 9.6825i -2.5000 - 9.6825i	0.127	0.32	0.44	1.41
2	50	-12.5000+48.4123i -12.5000 - 48.4123i	0.0257	0.0664	0.44	0.282

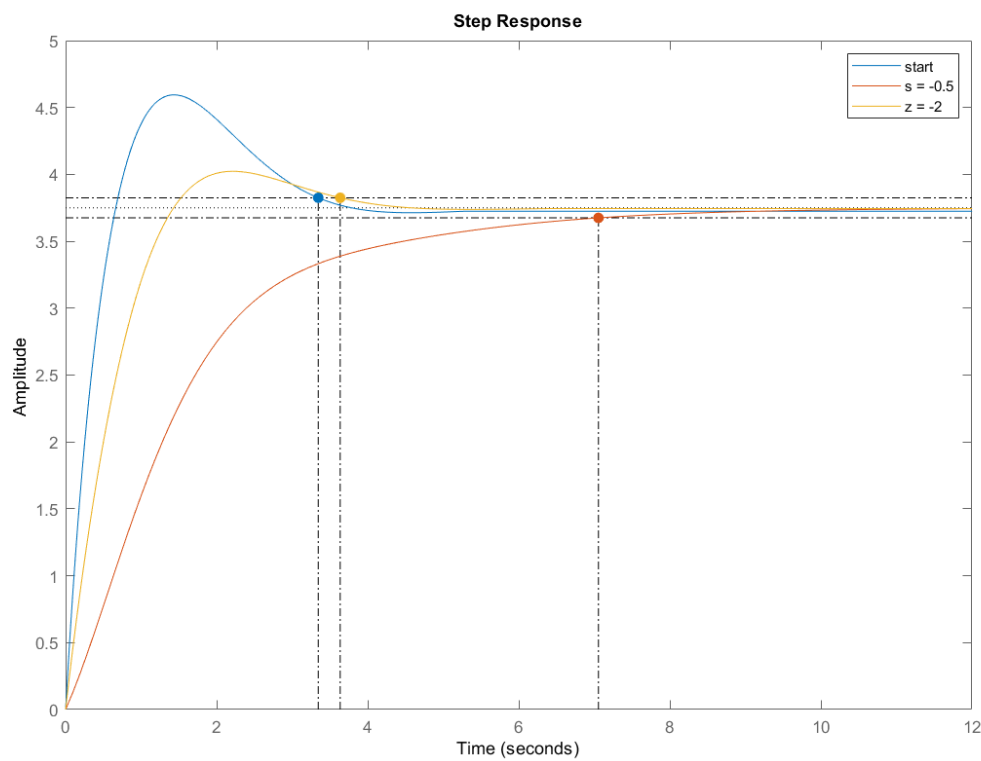
- 结论

当 $0 < \zeta < 1$ 是欠阻尼时，自然频率**越小**，上升时间**越短**，超调量不变，调节时间**越短**

实验四 高阶控制系统时域性能改善分析

$$\Phi(s) = \frac{10(s+1)(s+3)}{(s+4)(s^2+2s+2)}$$

```
1 wn = [10 50];
2 num = wn.^2;
3 xi = 0.25;
4 figure(2);
5 hold on;
6 for i = 1:length(wn)
7     den = [1 2*xi*wn(i) wn(i).^2];
8     roots(den)
9     step(num(i),den,2);
10
11 end
12 legend('wn = 10','wn = 50');
```



编号/(sys)	系统闭环传递函数	上升时间/(tr/s)	峰值时间/(tp/s)	超调量/(Mp %)	调节时间/(ts/s)
1	$\Phi(s) = \frac{10(s+1)(s+3)}{(s+4)(s^2+2s+2)}$	0.505	1.43	0.225	3.35
2	$\Phi(s) = \frac{1.25(s+1)(s+3)}{(s+0.5)(s^2+2s+2)}$	1.03	2.22	0.0728	3.64
3	$\Phi(s) = \frac{5(s+2)(s+3)}{(s+4)(s^2+2s+2)}$	3.3	Null	Null	7.05

- **结论**

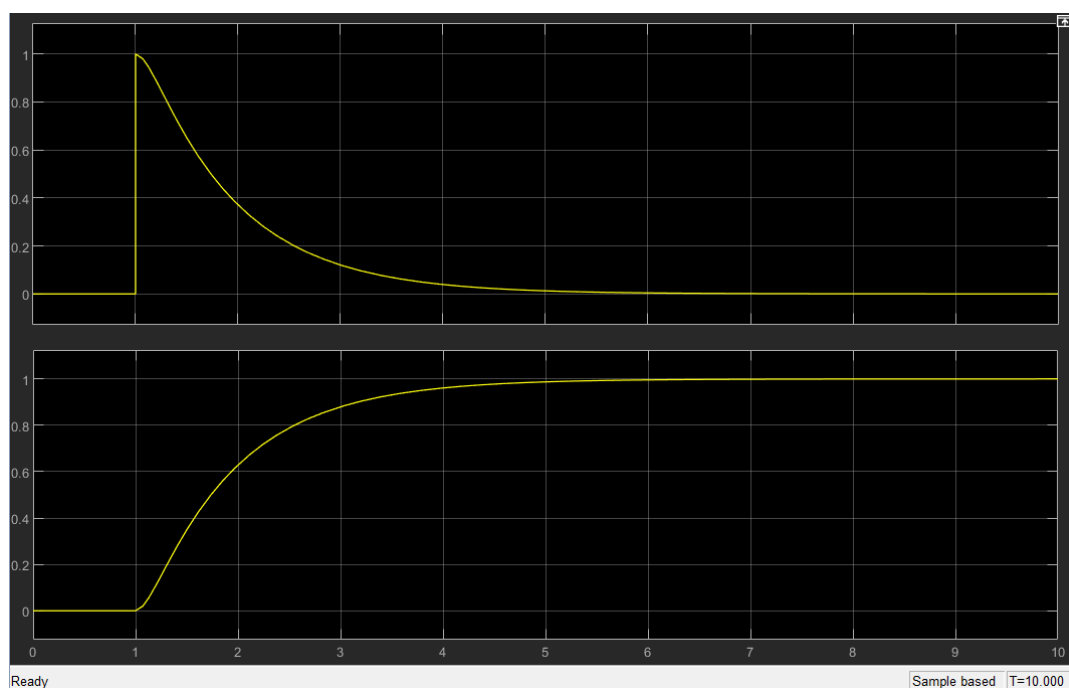
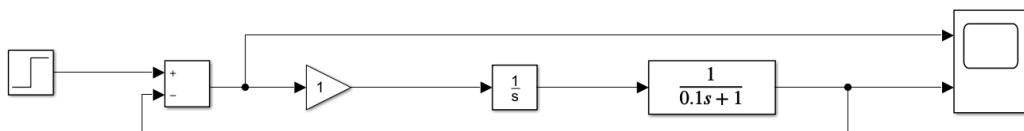
- **闭环零点会减小系统阻尼比**，从而使超调量**增大**，但**减小峰值时间**，使系统响应速度加快，这种作用会随着闭环零点接近虚轴而加剧。
- **闭环极点会增大系统阻尼比**，从而使超调量**较低**，但峰值时间**增大**，使系统响应速度变慢，这种作用会随着闭环极点接近虚轴而加剧。

实验五 基于Simulink 控制系统稳态误差分析

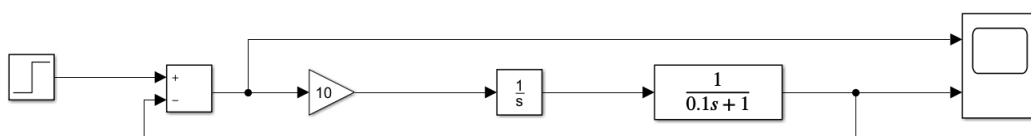
1. 研究系统在不同典型输入信号作用下稳态误差的变化

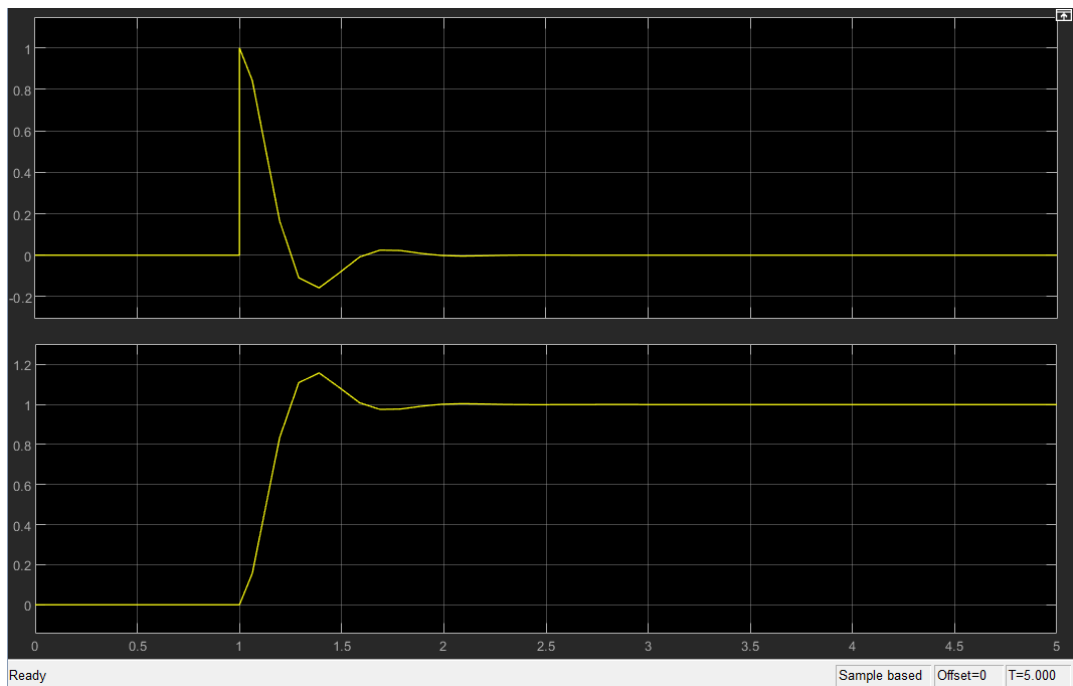
- 单位负反馈系统开环传递函数 $G(s) = \frac{10K}{s(0.1s+1)}$

- 阶跃输入响应



K = 1



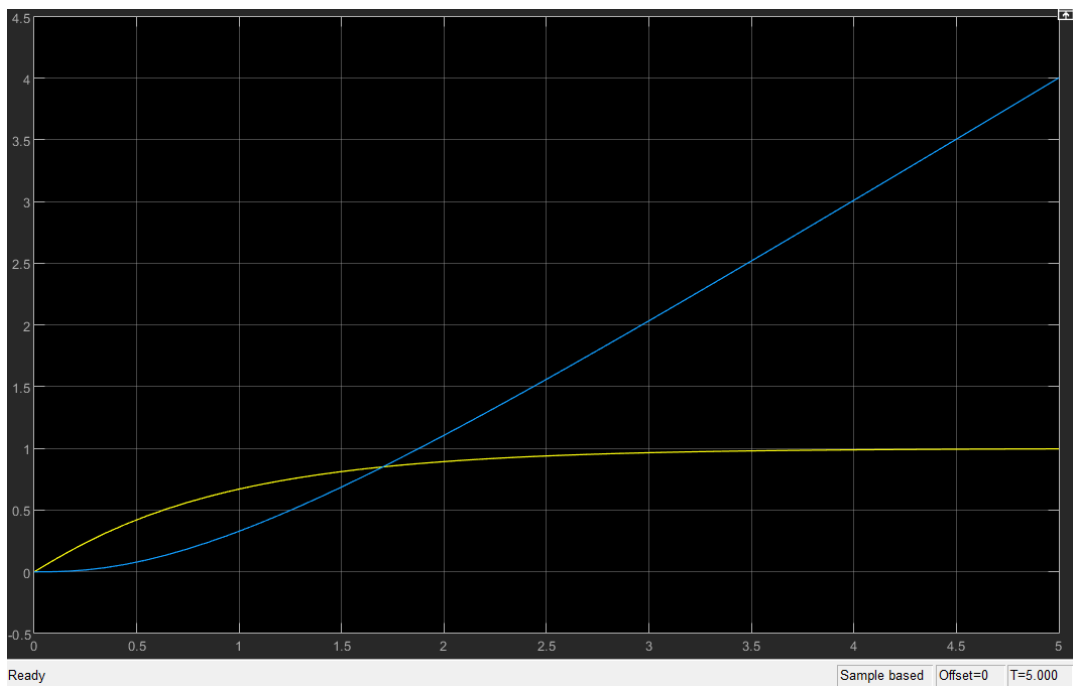
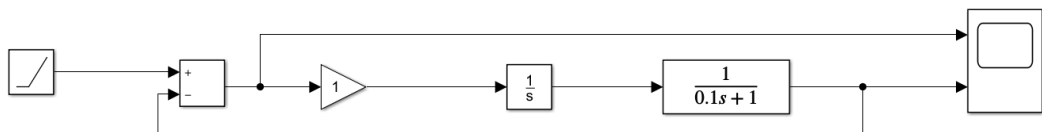


K = 10

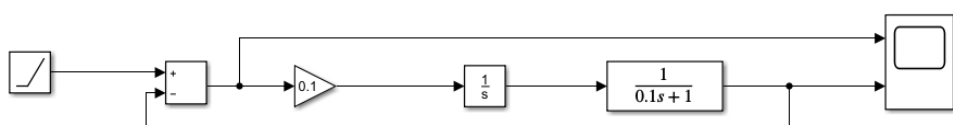
■ 结论

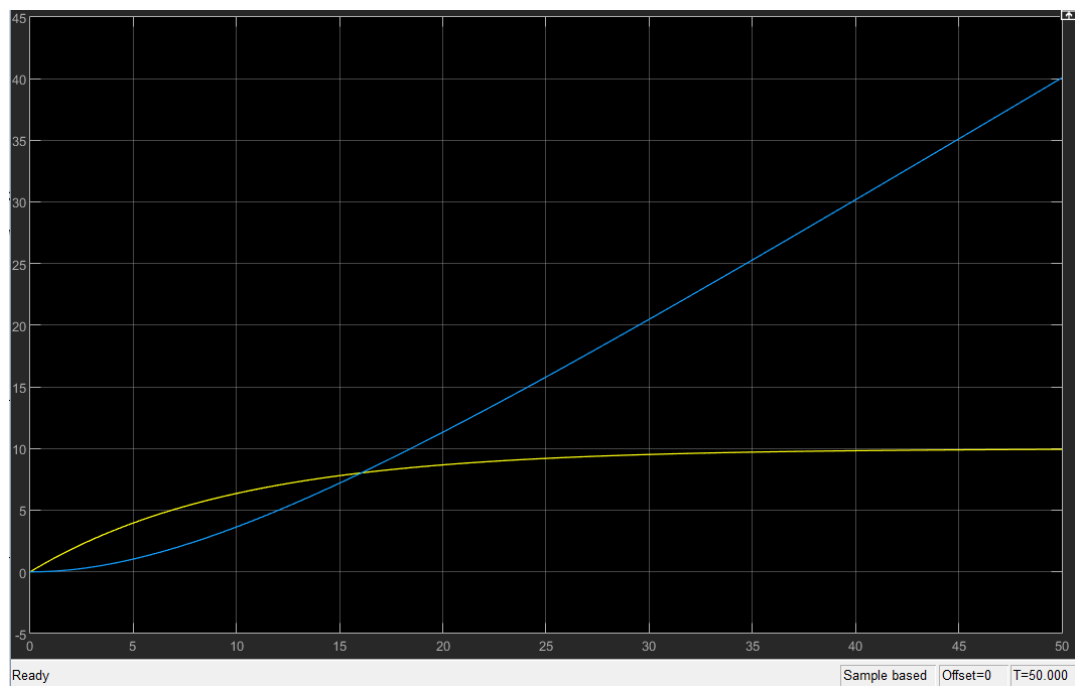
1. I 型系统的单位阶跃响应，其稳态误差会趋近于0
2. 当其他条件不变时，随着K的增大，到达稳态时产生的震荡的次数会越来越多

○ 斜坡阶跃输入响应



K = 1





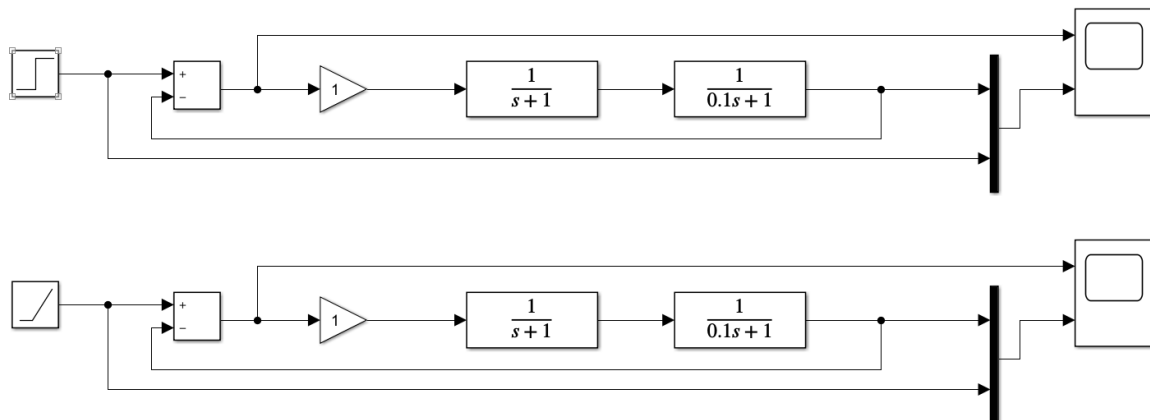
$$K = 0.1$$

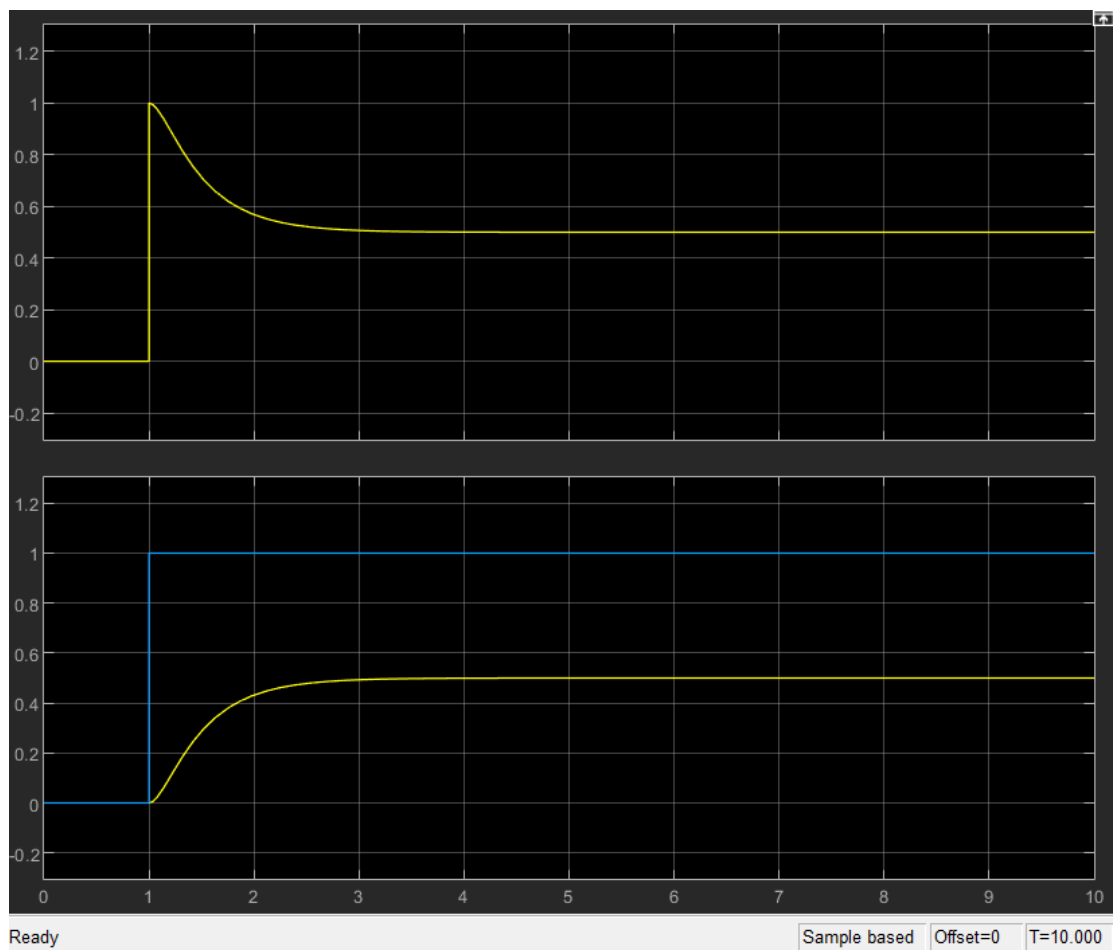
■ 结论

I 型系统的单位斜坡响应，其稳态误差会趋近于 $1/K$

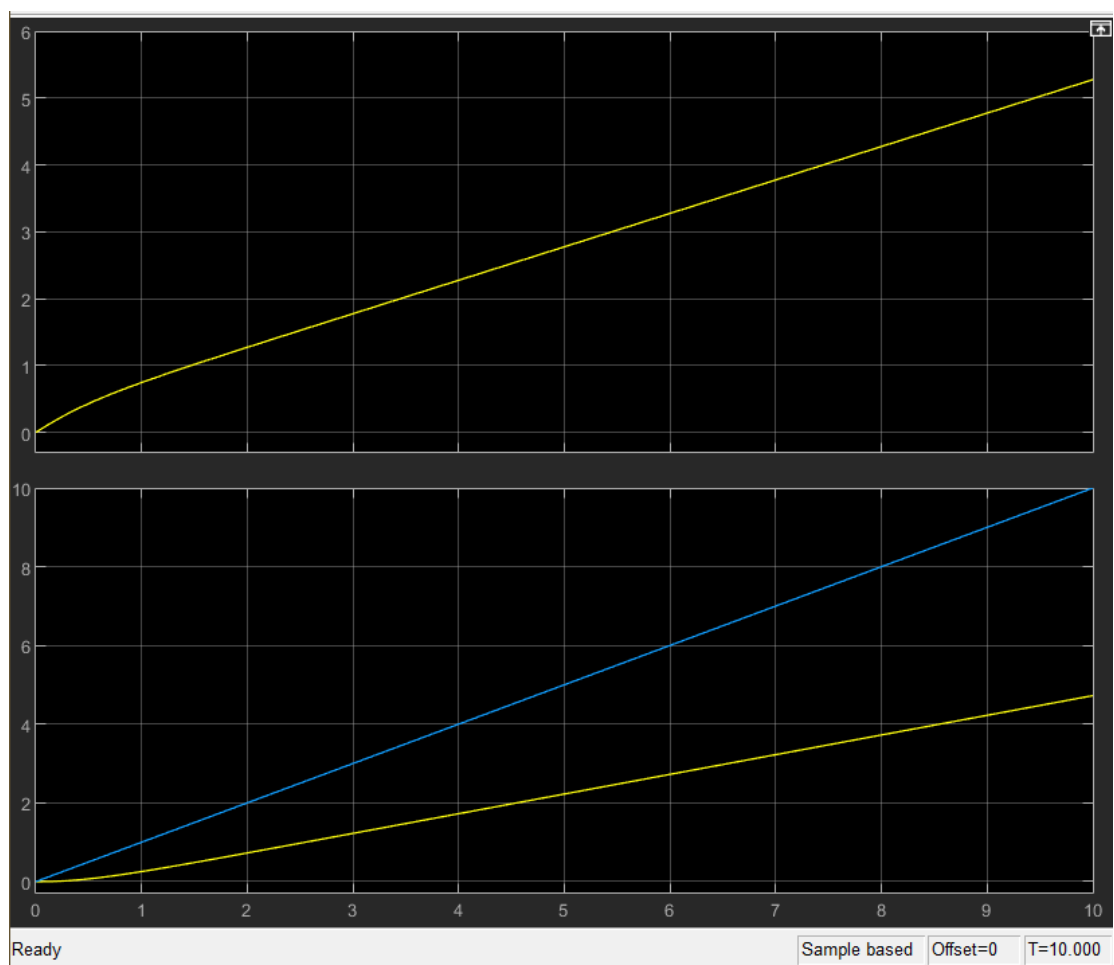
2. 研究系统型次的不同、稳态误差的变化

(1) 0 型系统在典型输入信号作用下的稳态误差





单位阶跃响应

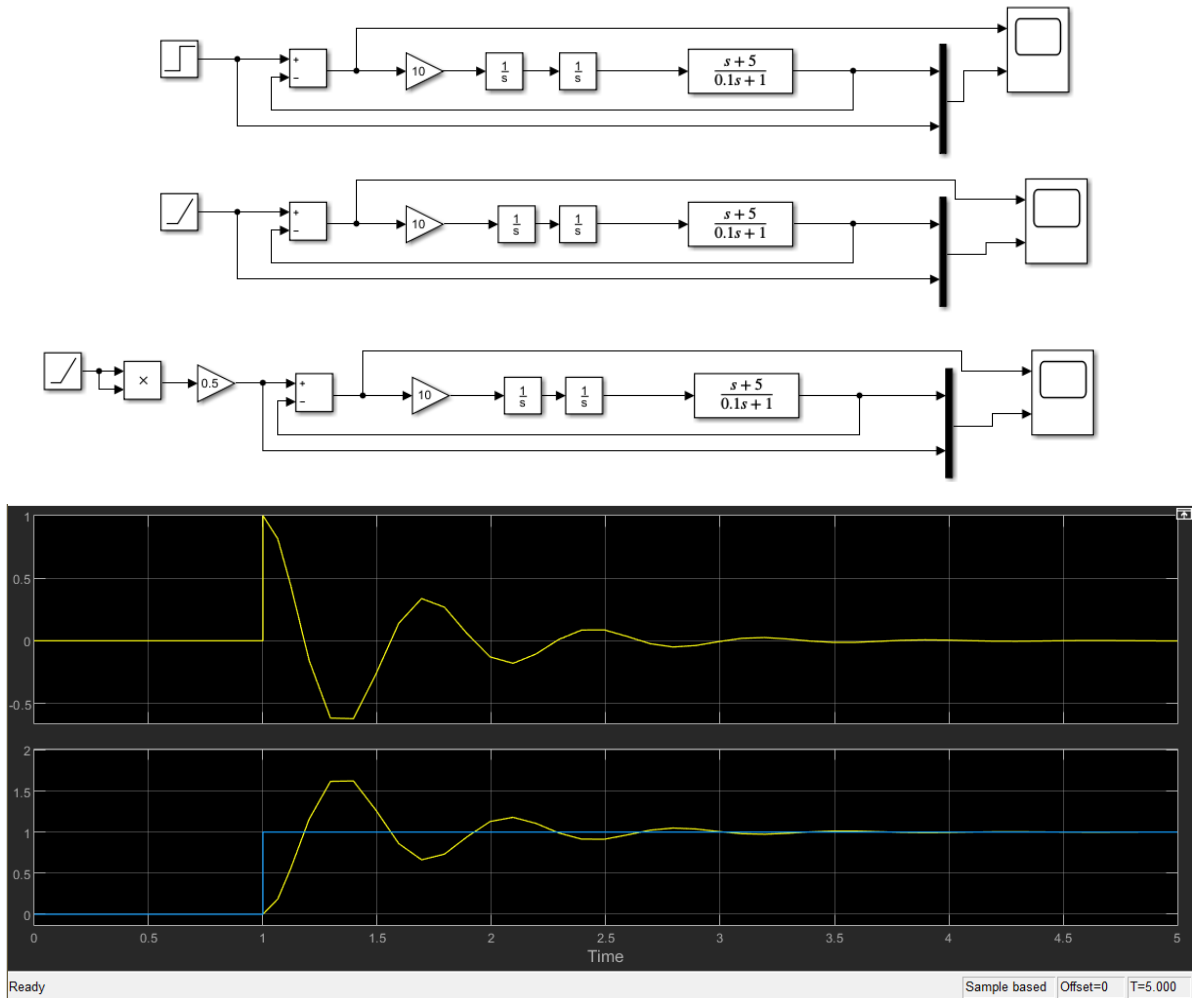


单位斜坡响应

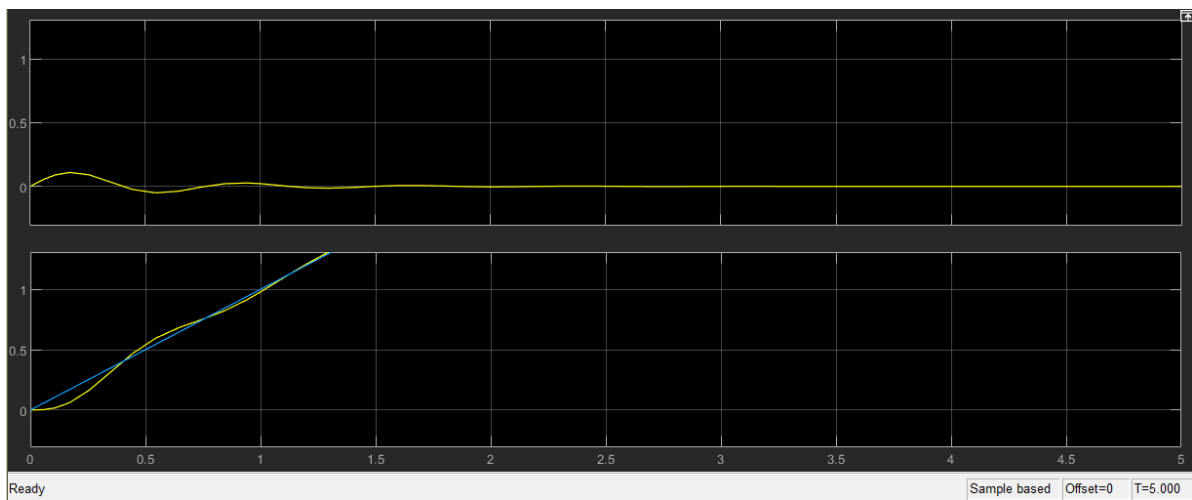
• 结论

1. 0型系统的单位阶跃响应，其稳态误差会趋近于 $1/(1+K)$
2. 0型系统的单位斜坡响应，其稳态误差会随着时间增大而增大

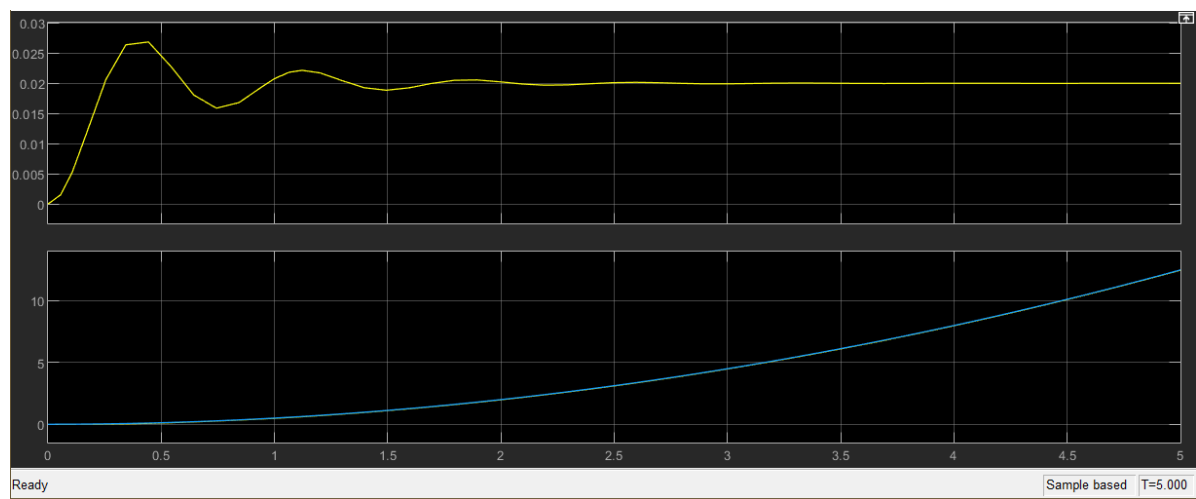
(2) II 型系统在典型输入信号作用下的稳态误差



单位阶跃响应



单位斜坡响应



单位加速度响应

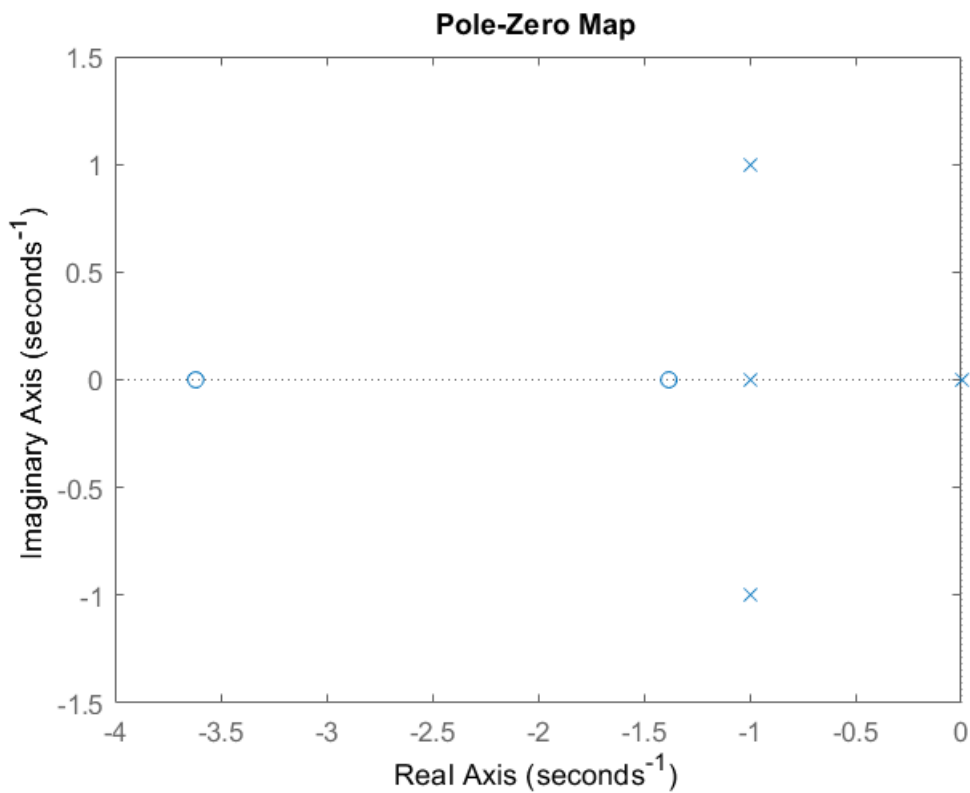
• 结论

1. II型系统的单位阶跃响应，其稳态误差趋近于0
2. II型系统的单位斜坡响应，其稳态误差也趋近于0
3. II型系统的单位加速度响应，其稳态误差趋近于 $1/K$

实验六 控制系统根轨迹绘制及分析

1. 绘制系统的零极点图

```
1 num = [1 5 5];
2 den = conv(conv([1 0],[1 1]),[1 2 2]);
3
4 figure(1);
5 pzmap(num,den);
```

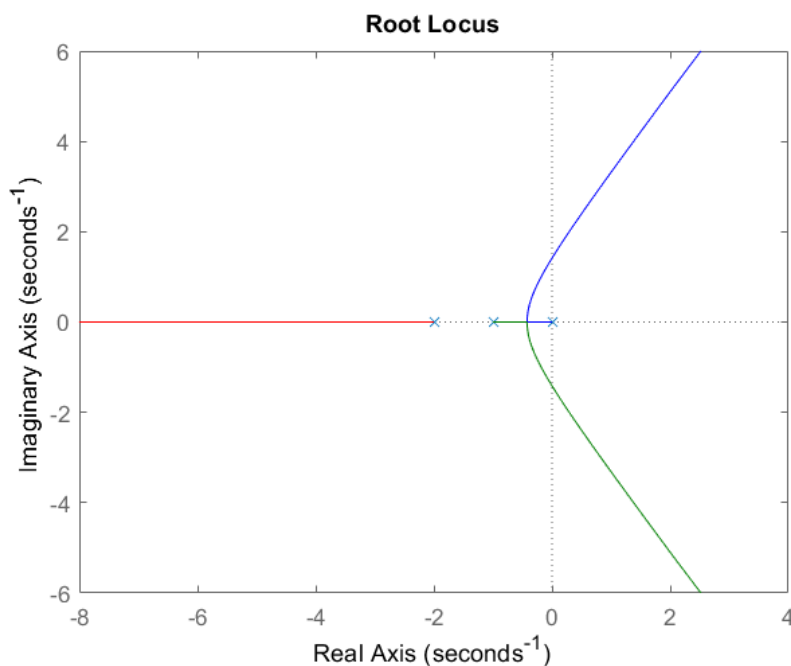


零极点	阻尼比/ ξ	超调量/ $\sigma(\%)$	振荡频率 ω_n
零点1	>1	0	3.62
零点2	>1	0	1.38
极点1	0.707	4.32	1.41
极点2	0.707	4.32	1.41
极点3	1	0	1
极点4	-1	0	0

2. 绘制控制系统的根轨迹图并分析根轨迹的一般规律

系统开环传递函数 $G(s)H(s) = \frac{k}{s(s+1)(s+2)}$

```
1 k = 1;  
2 z = [];  
3 p = [0 -1 -2];  
4 [num den] = zp2tf(z,p,k);  
5  
6 rlocus(num,den);
```

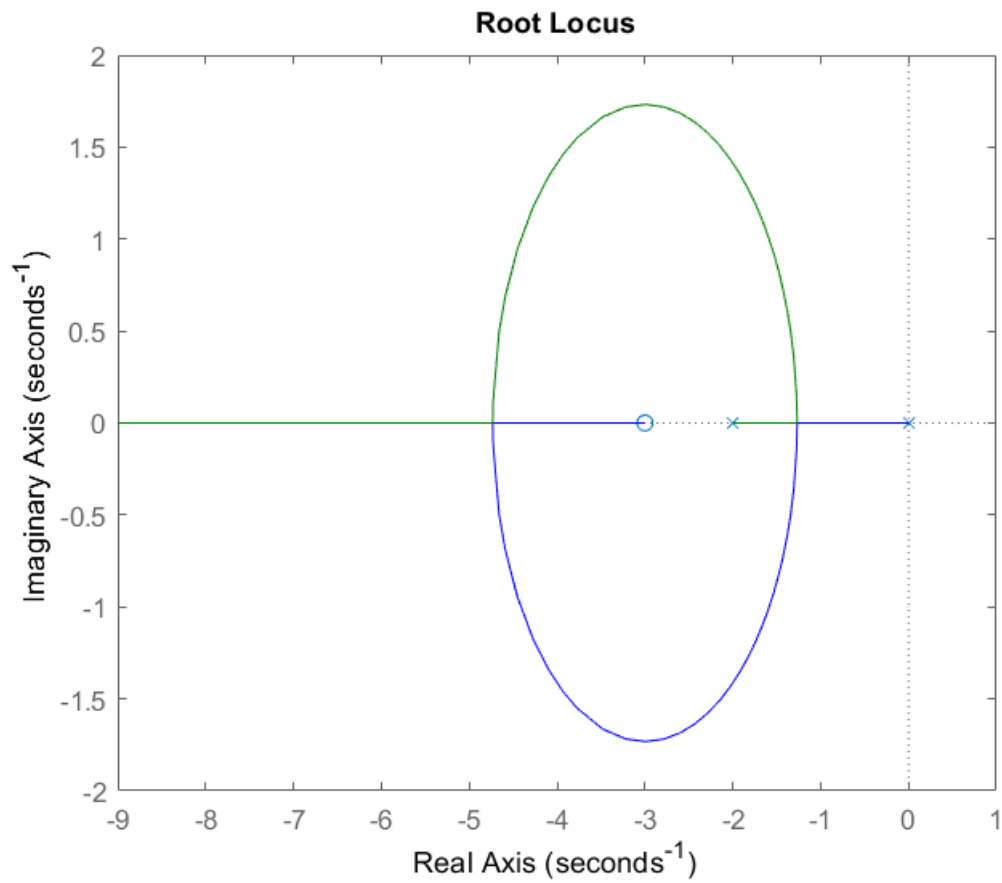


- 根轨迹有3条
- 位于负实轴上的根轨迹，其对应阻尼 $\xi = 1$ ，超调量为 0，系统处于**临界阻尼状态**，而且在远离虚轴的方向，随着增益 K 增大，振荡频率 ω_n **增大**，系统动态相应衰减速率**变快**
- 分离点为 **(-0.423, 0)**，对应阻尼 $\xi = 1$ ，超调量为 0，开环增益 **K = 0.385**，系统处于**临界状态**
- 分离点至虚轴，闭环极点由 **(-0.423, 0)** 变为 **(0, ±j1.41)**，对应阻尼 $0 < \xi < 1$ ，系统处于**欠阻尼状态**，其动态响应将出现**衰减振荡**，而且越靠近虚轴，增益K**越大**，阻尼**越小**，超调量越大，振荡频率**越大**
- 虚轴交点，闭环极点是一对纯虚根 **(0, ±j1.41)**，阻尼 $\xi = 0$ ，超调量达到**100%**，系统处于**临界稳定状态**，动态响应出现**等幅振荡**，此时称临界稳定增益 **Kc = 6**

3. 根据控制系统的根轨迹，分析控制系统的性能

负反馈系统的开环传递函数 $G(s)H(s) = \frac{k(s+3)}{s(s+2)}$

```
1 k = 1;  
2 z = [-3];  
3 p = [0 -2];  
4  
5 [num den] = zp2tf(z,p,k);  
6  
7 rlocus(num,den);
```



- 分离点

1. $(-1.27, 0)$ $K = 0.536$
2. $(-4.73, 0)$ $K = 7.46$

- 开环增益范围

$$0.536 < K < 7.46$$

- 最小阻尼的闭环极点

$$K = 2, \xi = 0.817,$$

即系统最小阻尼比时的闭环极点为 $s = -2 \pm 1.414j$, 最小阻尼比 $\xi = 0.817$

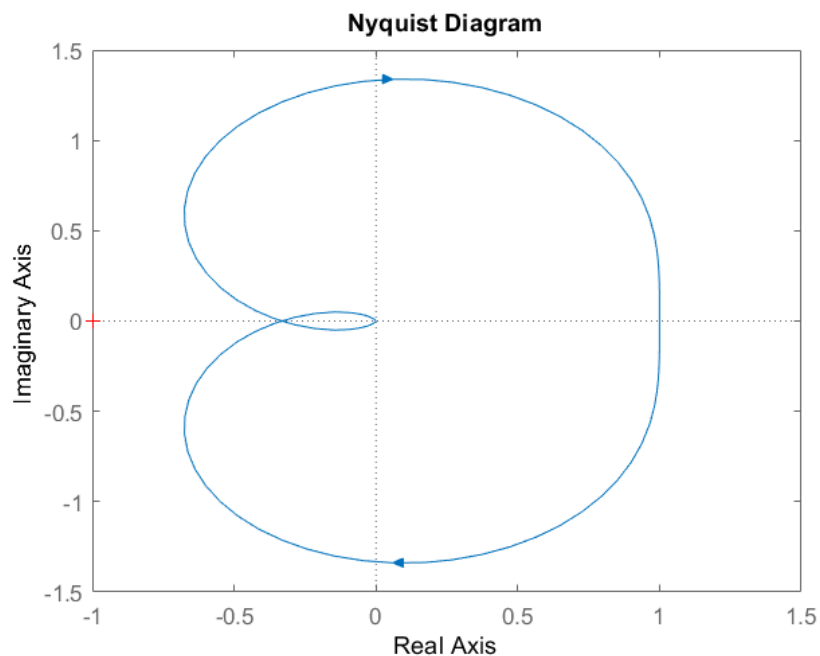
实验七 控制系统的频域分析(奈式图&伯德图)

1. 绘制控制系统Nyquist图

```
1 num = 0.5;  
2 den = [1 2 1 0.5];  
3 root = roots(den);  
4 figure(1);  
5 nyquist(num,den);
```

root =

```
-1.5652 + 0.0000i  
-0.2174 + 0.5217i  
-0.2174 - 0.5217i
```



- 因为所有根实数为非整数,所以该系统稳定

2. 根据Nyquist图分析系统稳定性

- 开环传递函数
- $T_1 < T_2$

```
1 T1 = 3;  
2 T2 = 6;  
3 k = 1;  
4  
5 num = [T1 1];  
6 den = [T2 1 0 0];  
7  
8 figure(2);  
9 subplot(3,1,1);  
10 nyquist(num,den);
```



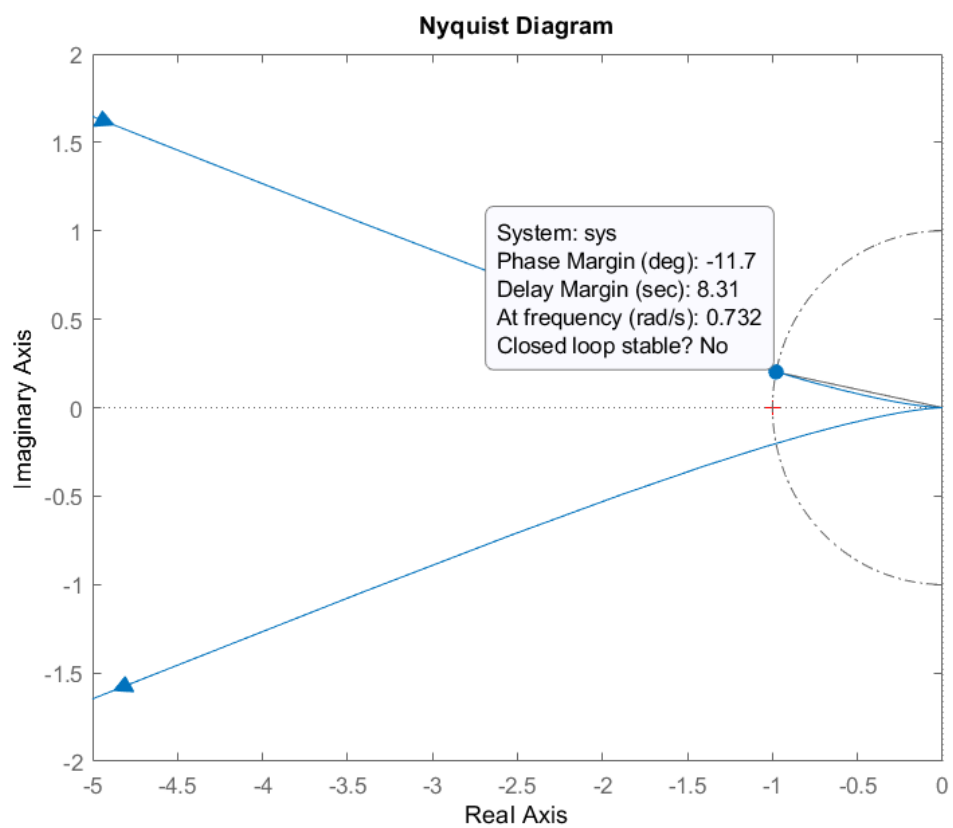
```

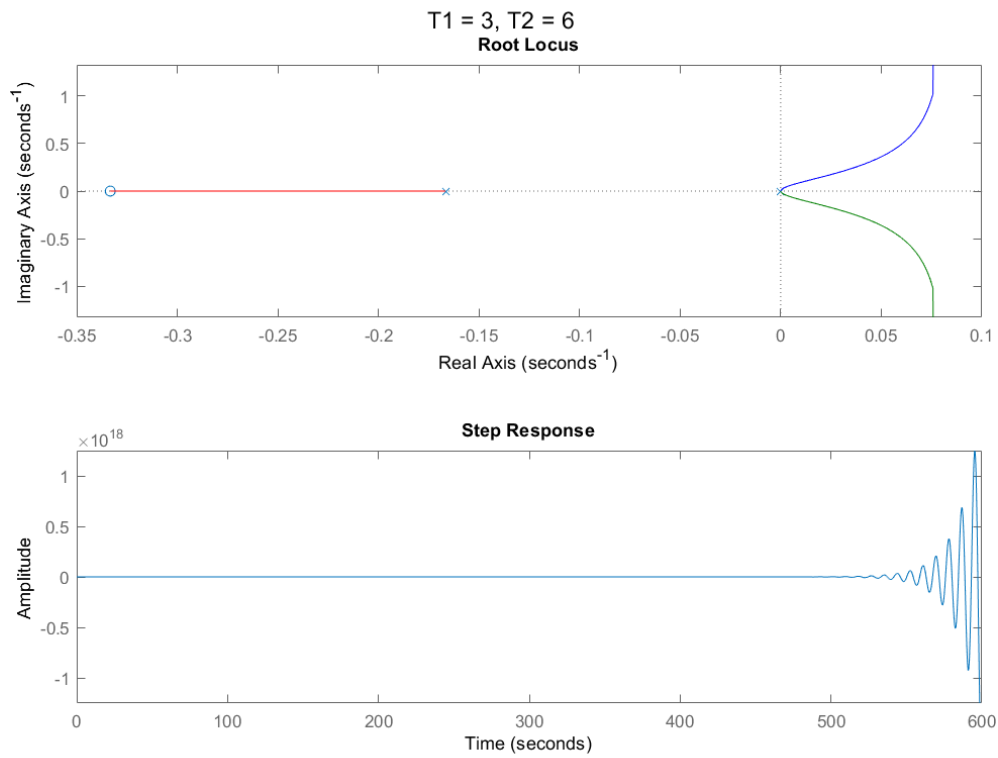
11
12 subplot(3,1,2);
13
14 rlocus(num,den);
15
16 subplot(3,1,3);
17 num = [T1 1];
18 den = [T2 1 T1 1];
19 step(num,den);
20
21 subtitle('T1 = 3, T2 = 6');

```

- 结论

如下图,当 $T1 < T2$ 的时候,系统是不稳定的





- $T1 > T2$

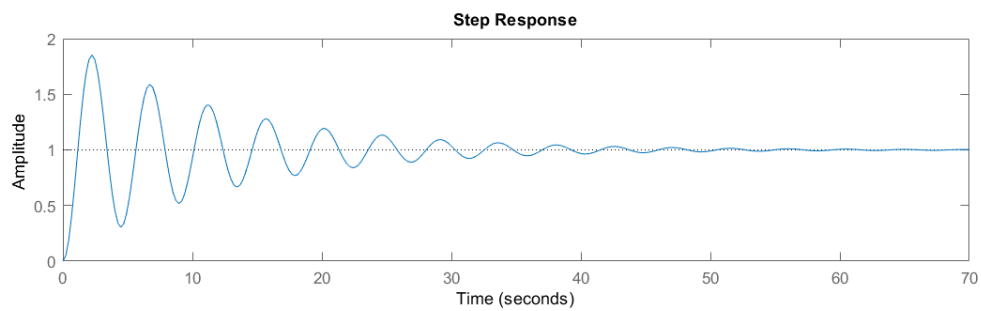
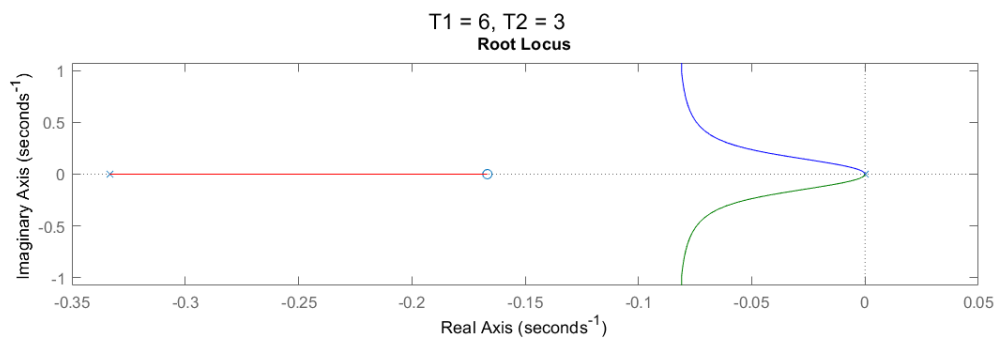
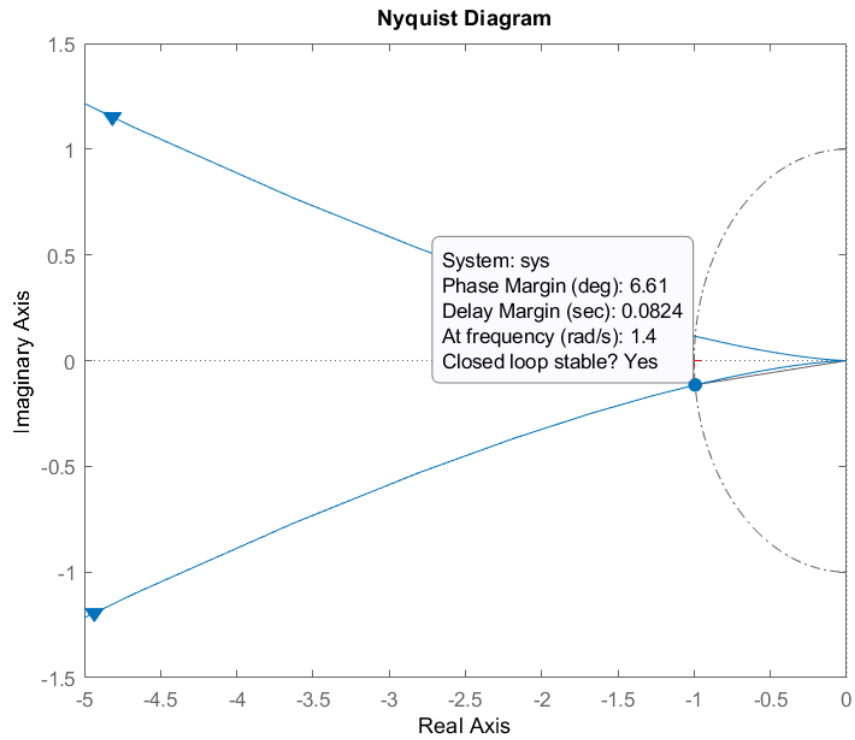
```

1  T1 = 6;
2  T2 = 3;
3  k = 1;
4
5  num = [T1 1];
6  den = [T2 1 0 0];
7
8  figure(1);
9
10 nyquist(num,den);
11
12 figure(2);
13 subplot(2,1,1);
14
15 rlocus(num,den);
16
17 subplot(2,1,2);
18 num = [T1 1];
19 den = [T2 1 T1 1];
20 step(num,den);
21
22 subtitle('T1 = 6, T2 = 3');
23

```

- 结论

如下图,当 $T1 > T2$ 的时候,系统是稳定的



• 综上所述

当我们要分析系统的稳定性时,首先要知道系统的开环传递函数在右半平面的极点数 P 。若 $P = 0$, 图形不包围 $(-1, j0)$, 则闭环系统稳定, 反之则不稳定。若 $P \neq 0$, 图形逆时针包围该点则系统稳定, 若逆时针包围的圈数不到 P 圈或顺时针包围该点, 则闭环系统不稳定。

• 开环传递函数

$$G(s)H(s) = \frac{k}{s^v(s+1)(s+2)}$$

1. $v = 1, k = 1, 6, 7$

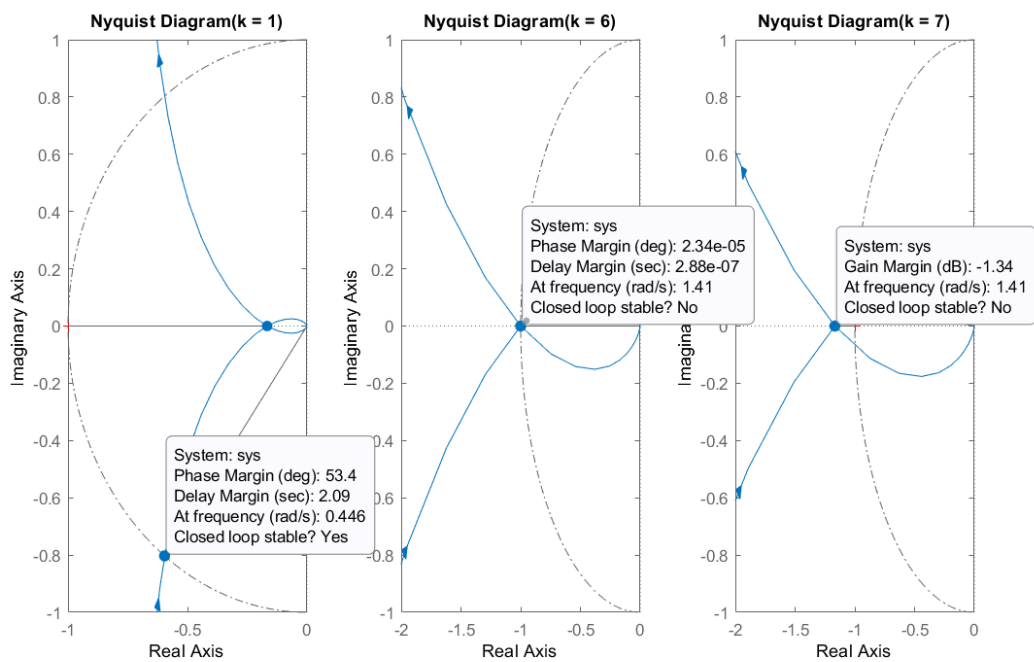
```

1  v = 1;
2
3  k = [1 6 7];
4
5  figure(1);
6  for i=1:3
7      subplot(1,3,i)
8      num = k(i);
9      den = conv([1 0],conv([1 1],[1 2]));
10     nyquist(num,den);
11
12 end

```

- 结论

当系统的开环增益增大时，系统的快速性变好，稳定性会越来越低



2. $k = 1, v = 0, 1, 2$

```

1  k = 1;
2
3  figure(2);
4  num = k;
5
6  den1 = conv([1 1],[1 2]);
7  den2 = conv([1 0],conv([1 1],[1 2]));
8  den3 = conv([1 0 0],conv([1 1],[1 2]));
9
10 subplot(1,3,1);
11 nyquist(num,den1);
12
13 subplot(1,3,2);
14 nyquist(num,den2);
15
16 subplot(1,3,3);

```

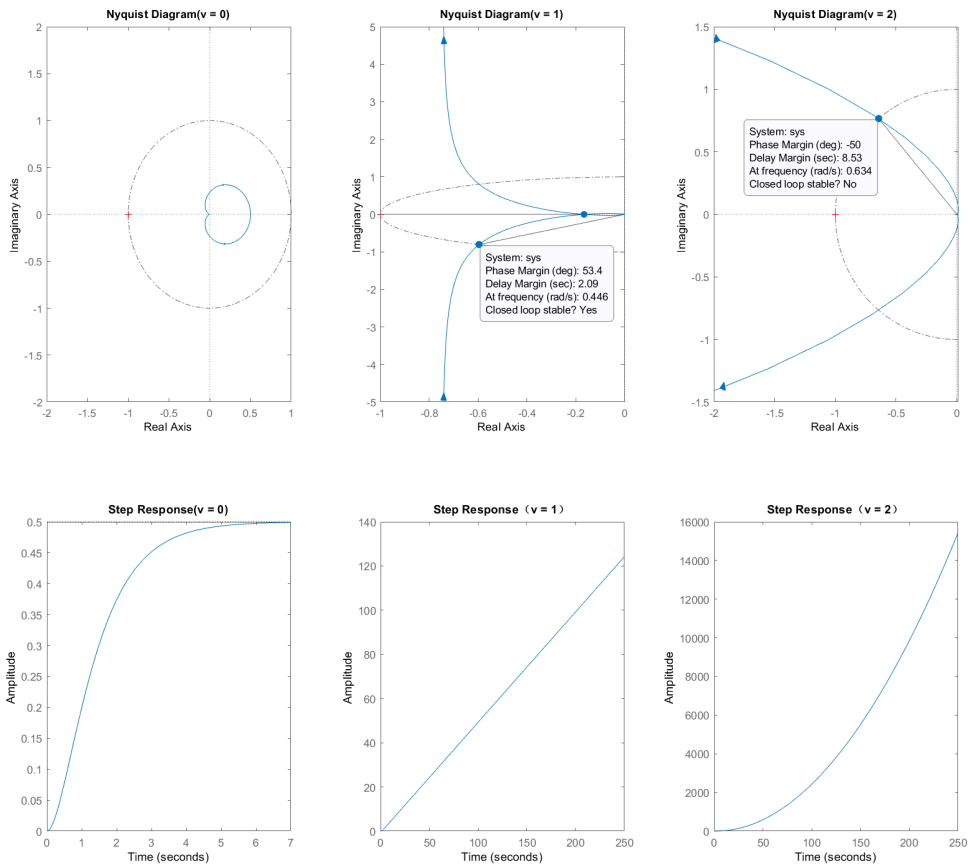
```

17 nyquist(num,den3);
18
19 figure(4);
20
21 subplot(1,3,1);
22 step(num,den1);
23
24 subplot(1,3,2);
25 step(num,den2);
26
27 subplot(1,3,3);
28 step(num,den3);
29

```

• 结论

增加开环极点会使系统的动态性能变差。其原因在于惯性环节表现出积分特性，即滞后特性，会使系统的超调推后出现，超调增大，相角稳定裕量减小，直至系统不稳定。



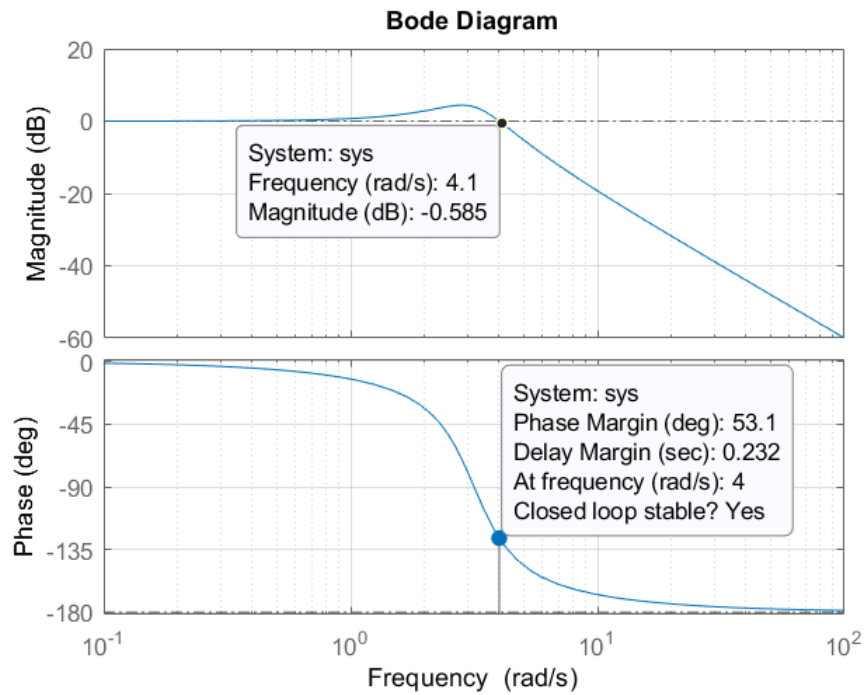
3. 绘制控制系统Bode图

$$G(s)H(s) = \frac{10}{s^2 + 2s + 10}$$

```

1 num = 10;
2 den = [1 2 10];
3
4 figure(1);
5 bode(num,den);
6

```



- **结论**

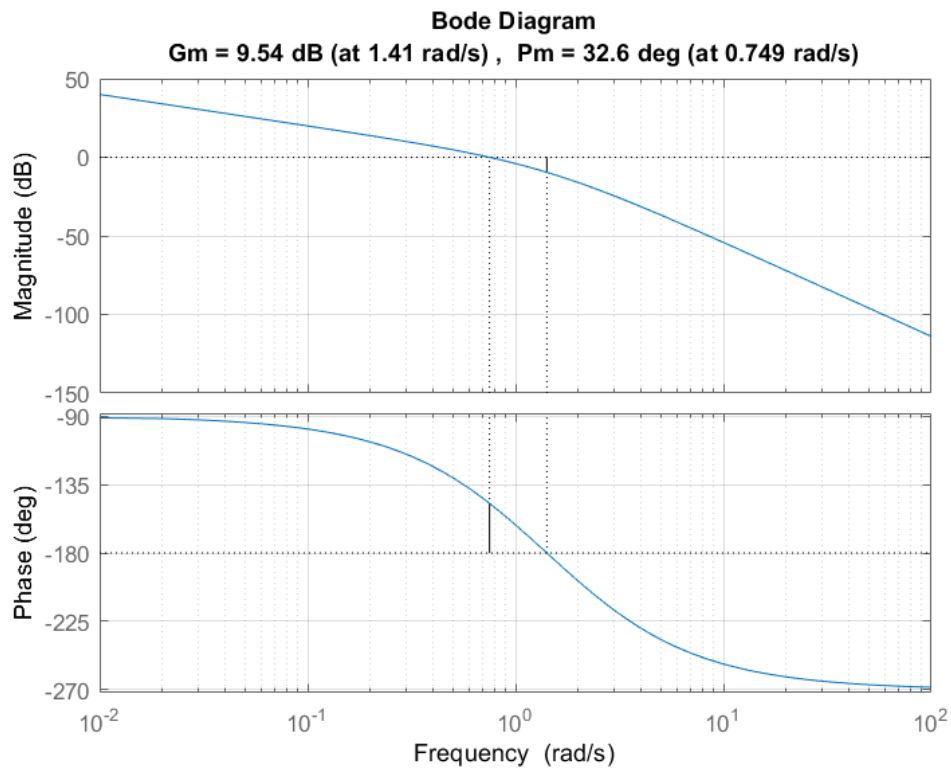
如图, 当幅值裕度穿过0°时, 对应的相位裕度大于-180°, 所以该系统稳定

- $$G(s) = \frac{2}{s(s+1)(s+2)}$$

```

1 figure(2)
2
3 k = 2;
4 z = [];
5 p = [0 -1 -2];
6 [num,den] = zp2tf(z,p,k);
7 margin(num,den);
8

```



- 结论

如图所示, 相位裕度大于零和幅值裕度大于零同时满足, 则系统稳定

4. 根据Bode图分析系统的稳定性

- $$G(s) = \frac{k}{s(0.5s+1)(0.1s+1)}$$

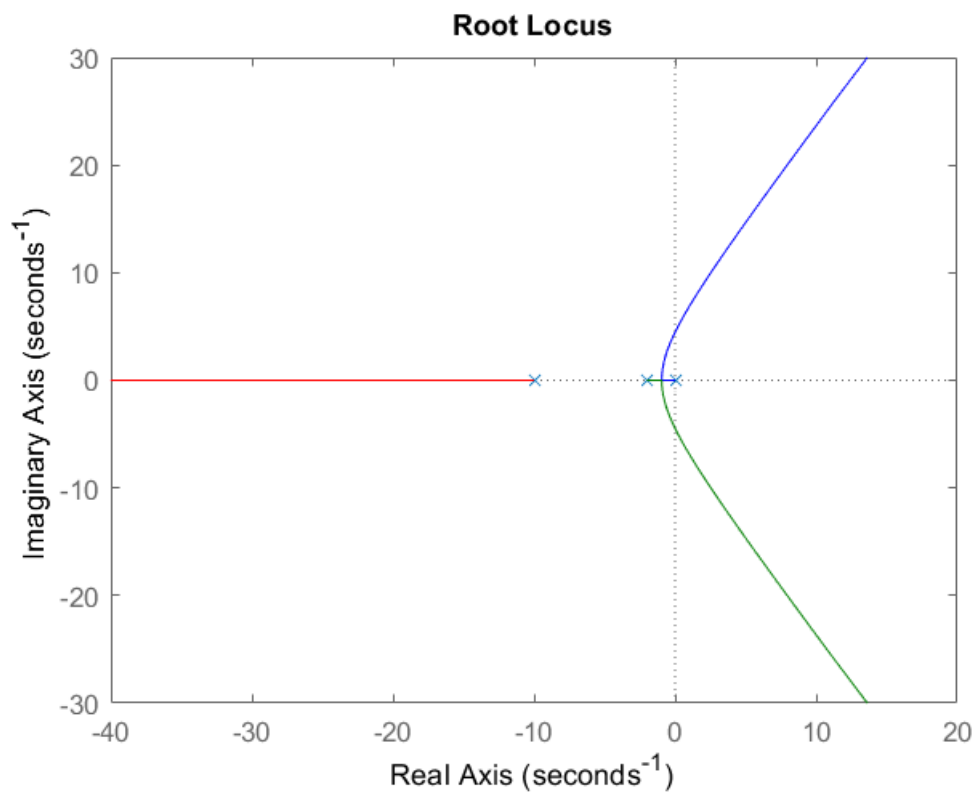
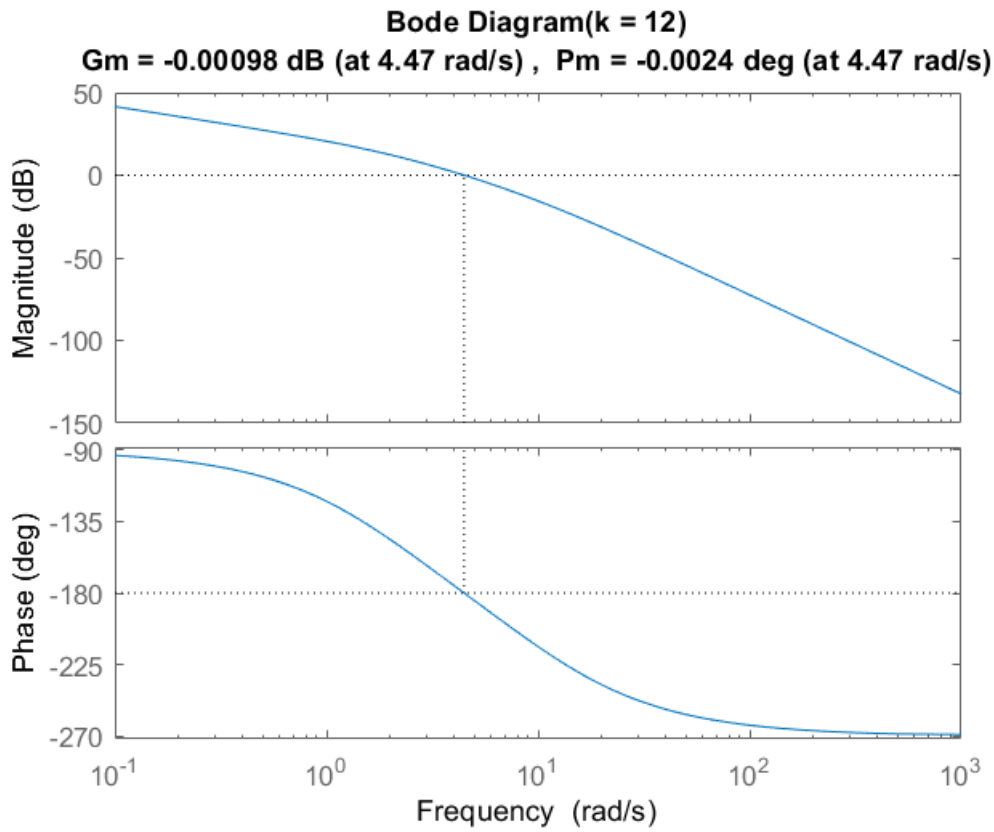
```

1 k = 1;
2 num = k;
3 den = conv([1 0],conv([0.5 1],[0.1 1]));
4
5 [m p w] = bode(num,den);
6 wi = spline(p,w,-180);
7 mi = spline(w,m,wi);
8 kc = 1/mi;
9 num = kc;
10
11 figure(1);
12 margin(num,den);
13
14 figure(2);
15 rlocus(num,den);
16

```

- 结论

如图所示, 系统临界稳定时, $k = 12$



- $$G(s) = \frac{k(s+1)}{s^2(0.1s+1)}$$

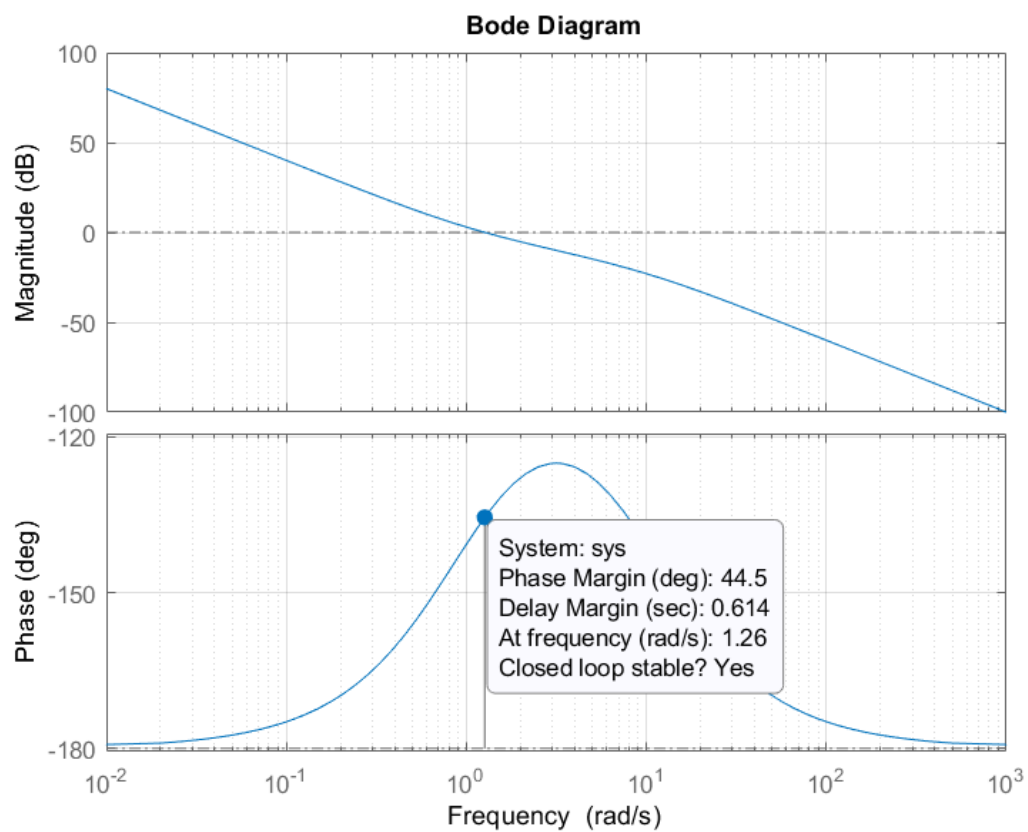

```

1 k = 1;
2
3 num = [1 1];
4
5 den = conv([1 0 0],[0.1 1]);
6
7 bode(num,den);
8

```

- 结论

如图, 此时的对应的相位裕度大于 -180° , 所以系统稳定

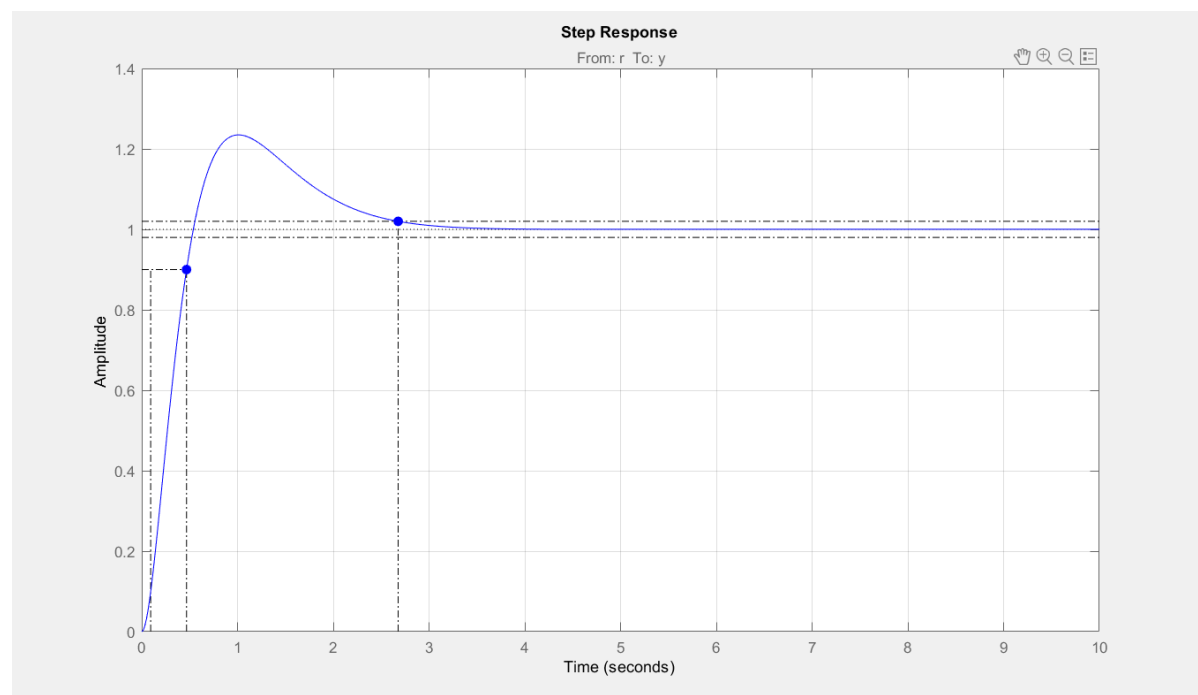
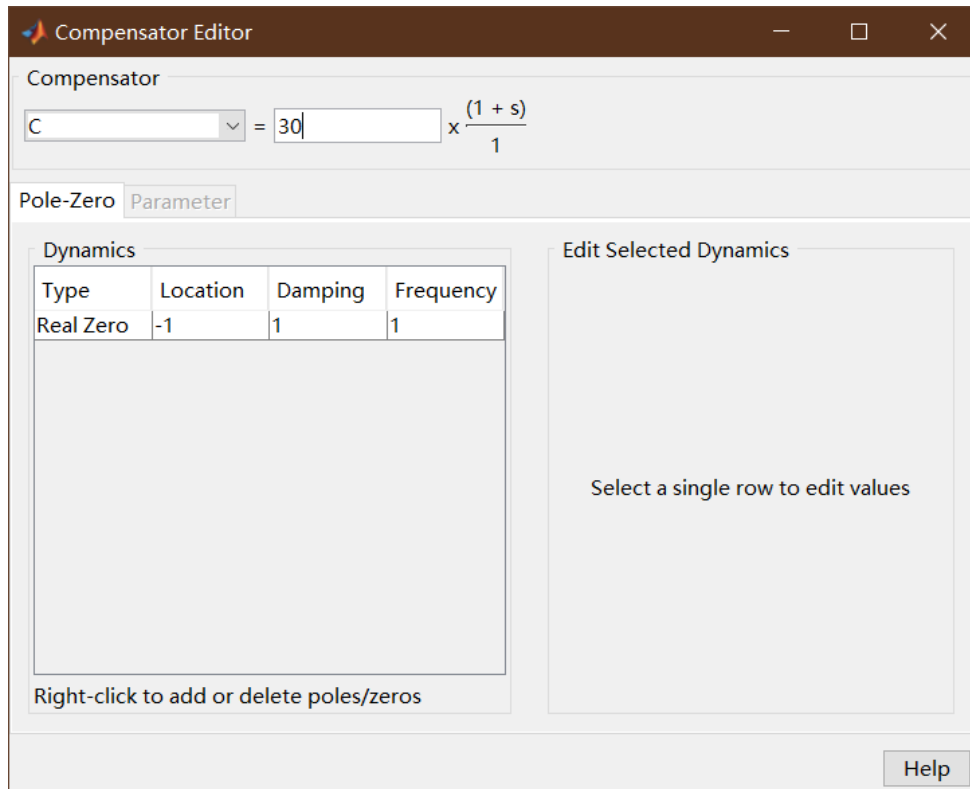


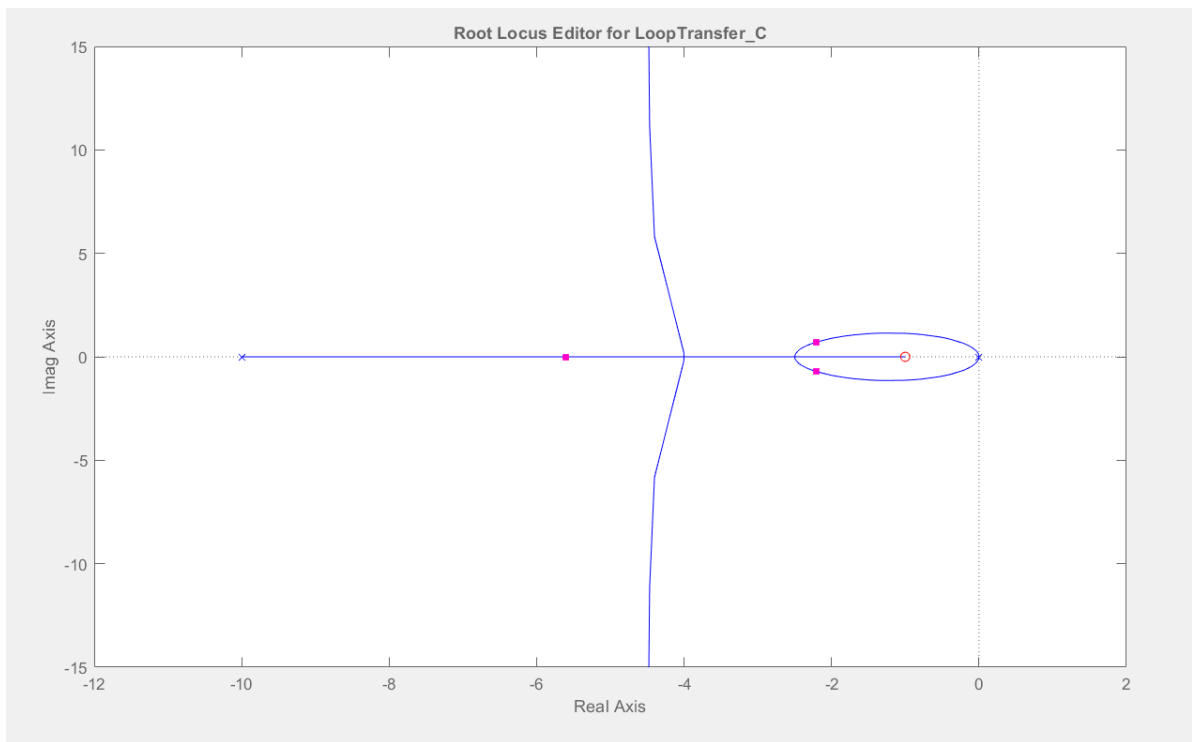
实验八 基于根轨迹编辑器系统校正设计

1. 开环传递函数 $G(s) = \frac{1}{s^2(s+10)}$

```
1 num = 1;  
2 den = conv([1 0 0],[1 10]);  
3 r1tool(tf(num,den))  
4
```

增加一个极点(-30 , 0), 改善该轨迹使其获得一次超调就衰减





2. 开环传递函数 $G(s) = \frac{10}{0.5s^2 + s}$

```

1 num = 10;
2 den = [0.5 1 0]
3
4 rltool(tf(num,den))
5

```

增加一个极点和一个零点 取 $C = 0.12$,此时符合题意

