上海理工大学光电信息与计算机工程学院

**《智能仿真实验》报告**

****

**专　　业 智能科学与技术**

**姓 名 高浩琦**

**学　 号 2035060413**

**年　　级 2020 级**

**指导教师 陈玮**

**成 绩：**

**教师签字：**

实验一 多项式曲线拟合及最小二乘曲线拟合

一．实验目的

1.1掌握多项式曲线拟合和最小二乘拟合的原理和方法；

1.2掌握中多项式拟合及最小二乘曲线拟合的方法。

二．实验原理

2.1多项式拟合原理

已知变量x,y之间的函数关系为



现希望通过实验获得一组测量数据，确定出系数，这类问题就是多项式拟合。

2.2最小二乘拟合原理

最小二乘法多项式曲线拟合，根据给定的m个点,并不要求这条曲线精确地经过这些点，而是曲线y=f(x)的近似曲线y= φ(x)。使偏差平方和最小，即

按偏差平方和最小的原则选取拟合曲线，并且采取二项式方程为拟合曲线的方法,称为最小二乘法。

推导过程：

I．设拟合多项式为：

II．各点到这条曲线的距离之和，即偏差平方和如下：



III．为了求得符合条件的ai值，对等式右边求ai偏导数，得到了：

IV．将等式左边进行一下化简，然后应该可以得到下面的表达式：

，

…



V．把这些等式表示成矩阵的形式，就可以得到下面的矩阵：



VI．将这个范德蒙得矩阵化简后可得到:



VII．也就是说，便得到了系数矩阵，同时，我们也就得到了拟合曲线。

2.3 MATLAB中多项式拟合方法

2.3.1函数

常用函数用法：，，返回次数为n的多项式p(x)的系数，该阶数是y中数据的最佳拟合（在最小二乘方式中）p中的系数按降幂排列，p的长度为n+1，函数模型为：



返回的结构体S，可用作的输入来获取误差估计值。 返回的mu，是一个二元素向量，包含中心化值和缩放值。mu(1)是mean(x)，mu(2)是std(x)。使用这些值时，将x的中心置于零值处并缩放为具有单位标准差: 这种中心化和缩放变换可同时改善多项式和拟合算法的数值属性

2.3.2函数

常用函数用法：或，

计算多项式p在x的每个点处的值。参数p是长度为n+1的向量，其元素是n次多项式的系数，并且系数是降幂排序的

使用等函数都可以计算p中的多项式系数，但也可以事先为系数指定任何向量。如果要以矩阵方式计算多项式，可以用函数。

使用生成的可选输出结构体S来生成误差估计值。delta是使用p(x)预测x处的未来观测值时的标准误差估计值。

或使用生成的可选输出mu来中心化和缩放数据。mu(1)为mean(x)，mu(2)为std(x)。使用这些值时，将x的中心置于零值处并缩放为具有单位标准差:  这种中心化和缩放变换同样可改善多项式的数值属性。

2.4 MATLAB最小二乘拟合方法

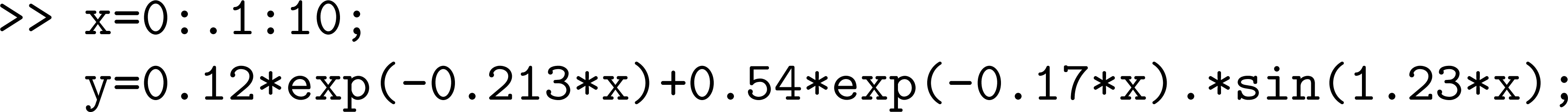
已知样本点：，已知原型函数：

则定义拟合误差的最小二乘：

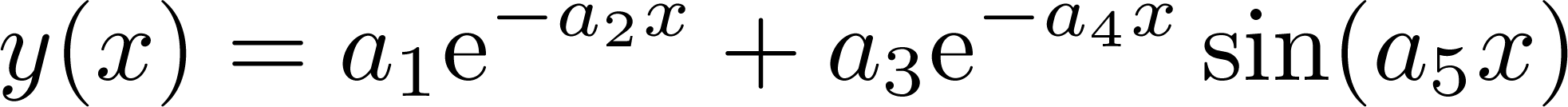
求解函数：

举例：

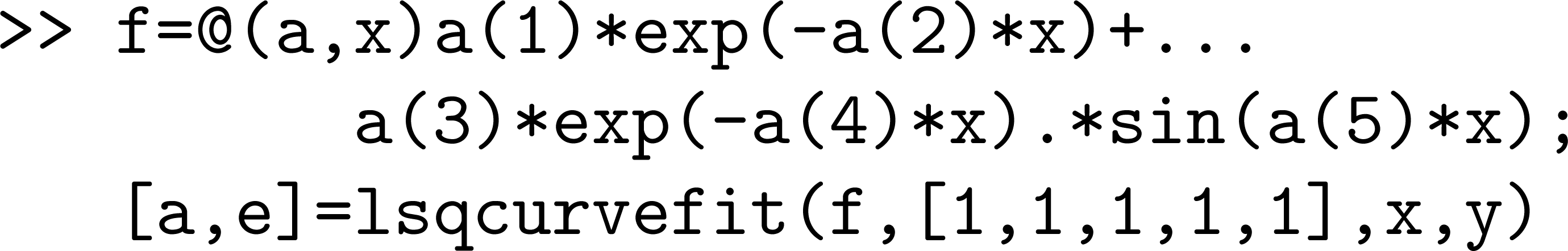
* 生成样本点



* 已知原型函数



* 最小二乘拟合求解



三．实验内容

1.以中美两国1980年至2016年的GDP历史数据为基础，用多项式拟合进行曲线拟合，确定其数学模型，并给出拟合过程及分析。

2.用最佳的多项式拟合模型进行最小二乘拟合，并观察模型误差。

3.用拟合模型预测2017年至2020年中、美GDP，并计算模型的均方误差MSE和拟合优度R2。

数据：

(1) 中国1980年至2016年GDP，单位：万亿美元。CH=[305350,290724,286729,307683,316666,...              %1980~1984

312616,303340,330303,411923,461066,...

398623,415604,495671,623054,566471,...              %1990~1994

736870,867224,965320,1032576,1097133,...

1214912,1344097,1477483,1671072,1966223,...         %2000~2004

2308786,2774308,3571451,4604285,5121681,...

6066351,7522103,8570348,9635025,10534526,...        %2010~2014

   11226186,11232108].'\*1e-6;    %2015~2016

(2) 美国1980年至2016年GDP，单位：万亿美元。US=[2862475,3210950,3345000,3638125,4040700,...     %1980~1984

4346750,4590125,4870225,5252625,5657700,...

5979575,6174050,6539300,6878700,7308775,...         %1990~1994

7664050,8100175,8608525,9089150,9660625,...

10284750,10621825,10977525,11510675,12274925,...    %2000~2004

13093700,13855900,14477625,14718575,14418725,...

14964400,15517925,16155250,16691500,17393100,...    %2010~2014

18120700,18624450].'\*1e-6;