

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЕ И АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

I семестр

1. Матрицы: основные понятия. Действия над матрицами: сложение, умножение на число, умножение, транспонирование.
2. Определители второго и третьего порядков. Правило Саррюса.
3. Свойства определителей.
4. Вычисление определителей n -го порядка; разложение определителя по строке (столбцу).
5. Обратная матрица. Способы вычисления обратной матрицы (методом элементарных преобразований, с помощью присоединённой матрицы).
6. Линейная зависимость строк матрицы. Необходимое и достаточное условие равенства нулю определителя.
7. Ранг матрицы. Методы вычисления ранга матрицы.
8. Системы линейных алгебраических уравнений. Исследование систем линейных уравнений на совместность. Теорема Кронекера–Капелли.
9. Матричный метод решения систем линейных уравнений. Формулы Крамера.
10. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
11. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
12. Векторы. Линейные операции над векторами.
13. Базис. Единственность разложения вектора по базису. Линейная зависимость векторов.
14. Декартова прямоугольная система координат. Длина вектора в ортонормированном базисе. Деление отрезка в заданном отношении.
15. Преобразование системы координат на плоскости (параллельный перенос, поворот осей координат).
16. Скалярное произведение векторов. Свойства.
17. Векторное произведение векторов. Свойства.
18. Смешанное произведение векторов. Свойства.
19. Комплексные числа. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами.
20. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Формула Муавра. Извлечение корней из комплексных чисел.
21. Прямая на плоскости: параметрические уравнения, каноническое уравнение, общее уравнение.
22. Прямая на плоскости: уравнение в отрезках; уравнение с угловым коэффициентом; уравнение прямой, заданной точкой и нормальным вектором.
23. Прямая на плоскости: угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.
24. Плоскость: общее уравнение; уравнение плоскости, проходящей через три точки; уравнение в отрезках.
25. Плоскость: уравнение плоскости, заданной точкой и двумя неколлинеарными векторами; параметрические уравнения; уравнение плоскости, заданной точкой и нормальным вектором.
26. Неполные уравнения плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.
27. Прямая в пространстве: параметрические уравнения, каноническое уравнение. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.

28. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
29. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.
30. Окружность.
31. Эллипс.
32. Гипербола.
33. Парабола.
34. Общее уравнение линий второго порядка; уравнение вида $Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$.
Уравнение кривых второго порядка с осями симметрии, параллельными координатным осям.
35. Общее уравнение линий второго порядка; уравнение вида $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$.
Поворот осей координат.
36. Полярная система координат и уравнения кривых в этой системе.
37. Поверхности вращения второго порядка: эллипсоид вращения; однополостный гиперболоид вращения; двуполостный гиперболоид вращения.
38. Поверхности вращения второго порядка: параболоид вращения; конус вращения.
39. Поверхности второго порядка. Уравнение цилиндрической поверхности с образующей, параллельной координатной оси.
40. Поверхности второго порядка, заданные каноническими уравнениями: эллипсоид; однополостный гиперболоид.
41. Поверхности второго порядка, заданные каноническими уравнениями: двуполостный гиперболоид; эллиптический параболоид.
42. Поверхности второго порядка, заданные каноническими уравнениями: гиперболический параболоид; конус.
43. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Размерность и базис линейного пространства.
44. Координаты вектора линейного пространства. Преобразование координат при переходе к новому базису.
45. Линейные преобразования. Собственные значения и собственные векторы. Характеристический многочлен.
46. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы.
47. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Формулировка закона инерции.
48. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.