

Федеральное агентство по образованию
Сибирский государственный аэрокосмический университет
имени академика М. Ф. Решетнева

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И ЭНЕРГИИ ПРИ СОУДАРЕНИИ ШАРОВ

*Методические указания к выполнению
лабораторной работы 18*

Красноярск 2005

УДК 537.2 (075.5)

Рецензент
доктор физико-математических наук, профессор
Е. В. БАБКИН

Изучение законов сохранения импульса и энергии при соударении шаров: Метод. указания к выполнению лабораторной работы 18 / Сост.: Т. А. Слинкина, Л. И. Чернышова; СибГАУ. Красноярск, 2005. 18 с.

В методической разработке приведены краткая теория, описание экспериментальной установки, и порядок проведения работы. Даны вопросы и список рекомендуемой литературы, необходимые для подготовки, проведения и защиты работы.

© Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева, 2005

Подписано в печать 12.01.2005. Формат 60×84/16. Бумага офисная.
Гарнитура «Таймс». Печать плоская. Уч-изд. л. 0,83. Усл. п. л. 0,69.
Тираж 200 экз. Заказ С

Отпечатано в отделе копировально-множительной техники СибГАУ.
660014, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31.

Лабораторная работа 18

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И ЭНЕРГИИ ПРИ СОУДАРЕНИИ ШАРОВ

Цель работы: для упругого и неупругого соударения шаров определить:

1. Коэффициенты восстановления скорости и энергии.
2. Проверить закон сохранения импульса и определить среднюю силу соударения.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Свободные, т. е. невзаимодействующие тела движутся относительно друг друга равномерно и прямолинейно, так что значения их импульсов $\vec{p} = m \cdot \vec{V}$ остаются неизменными. В результате взаимодействия тел характер их механического движения и значения импульсов изменяются в соответствии со вторым законом Ньютона: **скорость изменения импульса тела равна действующей на тело силе F , т. е.**

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}.$$

В классической механике взаимодействия могут иметь только гравитационную и электромагнитную природу. Сила взаимодействия быстро уменьшается с расстоянием, так что свободными можно считать тела достаточно удаленные друг от друга.

Взаимодействия тел часто носят характер столкновений. Если в процессе механического движения первоначально свободные тела сближаются, силы взаимодействия между ними возрастают и изменяют характер их движения, а при последующем удалении друг от друга тела снова движутся как свободные. При столкновении тел взаимодействие между ними носит кратковременный характер и проявляется в локальной области пространства.

Частным случаем столкновения тел является удар, при котором тела приходят в непосредственный механический контакт. Время их взаимодействия при ударе обычно составляет $10^{-3} \dots 10^{-6}$ с. За это время сила взаимодействия резко возрастает до максимального

значения и снова спадает до нуля. Поэтому интенсивность взаимодействия удобно характеризовать импульсом силы.

$$\int_0^t F \cdot dt = \langle F \rangle \cdot t,$$

где $\langle F \rangle$ - среднее значение силы за время удара t .

Если импульс системы тел за время удара изменяется на конечную величину $\Delta(m \cdot V)$, то из закона динамики получим:

$$\langle F \rangle \cdot t = \Delta(m \cdot V), \quad (1)$$

Кратковременный характер взаимодействия тел при ударе позволяет считать их до и после соударения свободными телами. Поэтому при изучении удара удобно использовать законы сохранения их суммарного импульса и энергии.

Силы взаимодействия между телами при ударе – это силы упругости, возникающие в результате упругой деформации тел. Кроме того, при ударе могут происходить необратимые изменения внутренней энергии тел, связанные с пластической деформацией и нагреванием материала, а также рассеянием энергии в результате теплопередачи и звукового излучения. Поэтому соударения тел подразделяют на упругие и неупругие.

При упругом ударе внутренняя энергия взаимодействующих тел, а следовательно и их суммарная механическая энергия не изменяется. Происходит просто перераспределение механической энергии между телами. **При неупругом ударе часть механической энергии переходит во внутреннюю энергию и рассеивается в пространстве.** Рассеяние механической энергии при ударе удобно характеризовать **коэффициентом восстановления скорости K_C или коэффициентом восстановления энергии K_E .** Коэффициент восстановления скорости определяется, как отношение модуля скорости взаимного удаления центров инерции тел после удара к модулю скорости их сближения до удара в проекциях на общую нормаль к поверхностям тел в точке их соприкосновения. Эта нормаль называется линией удара (nn – на рис. 1).

B – точка контакта; O_1 и O_2 – центры инерции тел 1 и 2.

$$K_C = \frac{|u_{2n} - u_{1n}|}{|V_{2n} - V_{1n}|}, \quad (2)$$

где V_{1n} и V_{2n} – проекция на линию удара скоростей первого и второго тела до удара, u_{1n} и u_{2n} – проекция скоростей на линию удара тех же тел после удара.

Коэффициент восстановления энергии K_{Σ} зависит от системы отсчета. Он определяется как отношение суммарной кинетической энергии тел после удара E_K'' к суммарной кинетической энергии тел до удара E_K' :

$$K_{\Sigma} = \frac{E_K''}{E_K'}. \quad (3)$$

Величины K_C и K_{Σ} связаны между собой. Величины коэффициентов восстановления зависят от физических свойств материалов соударяющихся тел, от их формы, а также в сильной степени зависят от масс соударяющихся тел.

Если для сталкивающихся тел $K_{\Sigma} = 0$, то такие тела называются **абсолютно неупругими**, если $K_{\Sigma} = 1$ – **абсолютно упругими**. На практике для всех тел $0 < K_{\Sigma} < 1$ (например, для стальных шаров $K_{\Sigma} \approx 0,56$, для шаров из слоновой кости $K_{\Sigma} \approx 0,89$, для свинца $K_{\Sigma} \approx 0$). Однако в некоторых случаях тела можно с большой точностью рассматривать либо как абсолютно упругие, либо как абсолютно неупругие.

В настоящей работе рассматривается удар шаров, подвешенных в виде маятников, причем один шар до удара покоится ($V_2 = 0$). Соударение происходит в положении, соответствующем равновесию тел и является центральным и прямым. Это значит, что при ударе центры инерции лежат на линии удара, а их относительная скорость параллельна линии удара.

Используя закон сохранения импульса, можем написать:

для упругого удара:

$$m_1 \cdot \vec{V}_1 = m_1 \cdot \vec{u}_1 + m_2 \cdot \vec{u}_2; \quad (4)$$

для неупругого удара:

$$m_1 \cdot \vec{V}_1 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{u}. \quad (5)$$

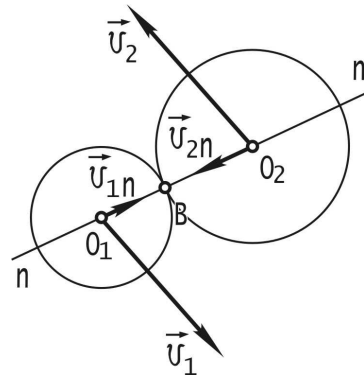


Рис. 1

Здесь m_1 и m_2 – массы шаров; u_1 и u_2 – скорости шаров после упругого удара; u – общая скорость шаров после неупругого удара; V_1 – скорость 1-го шара до удара.

При прямом центральном ударе, который рассматривается в данной работе, проекции скоростей тел на линию удара совпадают с соответствующими скоростями тел:

$$V_{1n} = V_1; u_{1n} = u_1; u_{2n} = u_2.$$

Следовательно, выражение (2) для определения коэффициента восстановления скорости K_C можно написать в виде:

$$K_C = \frac{|u_2 - u_1|}{|V_2 - V_1|}. \quad (6)$$

Задания данной работы предусматривают проверку закона сохранения импульса при упругом и неупругом соударениях и определение коэффициента восстановления скорости K_C и энергии K_{Σ} .

Для выполнения этих заданий необходимо знать величины скоростей тел до и после соударения. Так как в предлагаемой работе система взаимодействующих тел представляет собой два шара, подвешенных в виде маятников, то, отклонив один из шаров на некоторый угол и отпустив его, можно наблюдать упругий или неупругий удар (в зависимости от материала, из которого сделаны шары). Скорости шаров до и после удара можно определить, зная высоту, с которой тела начинают движение до удара, и высоту их подъема после удара.

Используя закон сохранения энергии можно записать:

$$\frac{m_1 \cdot V_1^2}{2} = m_1 \cdot g \cdot h, \quad \text{откуда} \quad V_1^2 = 2 \cdot g \cdot h,$$

где h – высота, на которую поднимается шар при отклонении на угол α_1 .

По рис. 2 следует, что

$$h = l \cdot (1 - \cos \alpha_1) = 2 \cdot l \cdot \sin^2 \frac{\alpha_1}{2},$$

тогда

$$V_1^2 = 2 \cdot g \cdot 2 \cdot l \cdot \sin^2 \frac{\alpha_1}{2} = 4 \cdot l \cdot g \cdot \sin^2 \frac{\alpha_1}{2},$$

или

$$V_1 = 2 \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2} \sqrt{l \cdot g}, \quad (7)$$

где V_1 – скорость; α_1 – угол отклонения первого шара до удара.

Аналогично можно получить выражения для скоростей первого и второго шаров после столкновения:

$$u_1 = 2 \cdot \sin \frac{\alpha'_1}{2} \sqrt{l \cdot g}, \quad (8)$$

$$u_2 = 2 \cdot \sin \frac{\alpha'_2}{2} \sqrt{l \cdot g}, \quad (9)$$

где u_1 и u_2 – скорости, а α'_1 и α'_2 – углы отклонения первого и второго шаров после столкновения.

Для неупругого удара общую скорость шаров u после удара можно определить по формуле:

$$u = 2 \cdot \sin \frac{\alpha''_2}{2} \sqrt{l \cdot g}, \quad (10)$$

где α''_2 – угол, на который оба шара, двигаясь вместе, отклонятся после удара.

ОПИСАНИЕ ПРИБОРА

Прибор для исследования столкновений шаров установлен на основание, имеющее ножки. Они позволяют выравнивать прибор на столе. В основании закреплена колонка с двумя кронштейнами. На верхнем кронштейне установлены стержни и винт. Винт служит для регулировки расстояния между шарами. На стержнях с помощью подвижных держателей укреплены подвесы для шаров. Через подвесы проведены провода, через которые подается напряжение к шарам. Длина нитей, на которых висят шары, регулируется винтиками.

На нижнем кронштейне закреплены две шкалы, а на специальных направляющих – электромагнит. Электромагнит можно

передвигать вдоль правой шкалы и менять его высоту. Силу притяжения шарика к электромагниту можно регулировать винтом, установленным на электромагните. На основании прибора смонтирован миллисекундомер. Через него подается напряжение к шарам и электромагниту.

ИЗМЕРЕНИЯ

ЗАДАНИЕ 1. Определение коэффициентов восстановления скорости для упругого и неупругого ударов.

1. Выбрать два упругих m_1 и m_2 шара и один неупругий m_3 . Записать их массы в таблицу.

2. Подвесить упругие шары и произвести их центровку, т. е. установить их так, чтобы черточки на них находились на одном уровне, а острия подвесов были против нулевых отметок правой и левой шкалы.

3. Установить электромагнит на выбранное расстояние от начала шкалы.

4. Включить прибор в сеть.

5. Нажать клавишу «СЕТЬ» на панели миллисекундомера.

6. Винтом отрегулировать силу притяжения шарика к электромагниту так, чтобы электромагнит удерживал шар.

7. Правый шар отклонить до электромагнита и заблокировать его в этом положении.

8. Записать значение угла отклонения α_1 правого шара до удара.

9. Нажать клавишу «СБРОС».

10. Нажать клавишу «ПУСК».

11. Измерить и записать углы отклонения шаров α'_1 и α'_2 после столкновения и время соударения t , показанное секундомером.

12. Нажать клавишу «ПУСК».

13. Нажать клавишу «СБРОС».

14. Повторить измерения углов α'_1 и α'_2 и времени соударения не менее 5-и раз при одинаковом значении угла α_1 . Найти средние значения углов α'_1 и α'_2 , а также среднее время соударения по формулам:

$$\langle \alpha'_1 \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha'_{1i}}{n}, \quad \langle \alpha'_2 \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha'_{2i}}{n}, \quad \langle t \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n},$$

где n – количество измерений.

15. Снять левый упругий шар m_2 и заменить его пластилиновым (m_3). Снова произвести центровку шаров.

16. Произвести измерения по пунктам 9, 10, 11. Записать результаты измерения угла α_2'' и времени соударения.

17. Повторить измерения угла α_2'' и времени соударения не менее 5-ти раз при одинаковых углах столкновения α_1 правого шара до удара. Найти средние значения угла α_2'' , а также времени соударения $\langle t \rangle$.

18. Измерить линейкой длину подвеса шаров l (расстояние от точки подвеса до центров шаров).

19. По формулам (7), (8), (9) и (10) найти средние значения скоростей шаров u_1 , u_2 , u и V_1 .

20. По формуле (6) вычислить коэффициенты восстановления скоростей для упругого и неупругого ударов.

21. По формуле

$$K_3 = \frac{m_1 \cdot \sin^2\left(\frac{\langle \alpha_1' \rangle}{2}\right) + m_2 \cdot \sin^2\left(\frac{\langle \alpha_2' \rangle}{2}\right)}{m_1 \cdot \sin^2\left(\frac{\langle \alpha_1 \rangle}{2}\right)},$$

полученной из уравнений (3), (7), (8) и (9), вычислить коэффициент восстановления энергии для упругого удара.

22. По формуле

$$K_3 = \frac{(m_1 + m_3) \cdot \sin^2\left(\frac{\langle \alpha_2'' \rangle}{2}\right)}{m_1 \cdot \sin^2\left(\frac{\langle \alpha_1 \rangle}{2}\right)},$$

полученной из уравнений (3), (7) и (10), вычислить коэффициент восстановления энергии для неупругого удара.

ЗАДАНИЕ II. Проверка закона сохранения импульса для упругого и неупругого ударов.

1. Считая удар абсолютно упругим, из законов сохранения энергии и импульса можно получить формулы для расчета теоретических значений скоростей после соударения первого и второго шаров (u_1 и u_2).

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2) \cdot V_1}{m_1 + m_2}, \quad u_2 = \frac{2 \cdot m_1 \cdot V_1}{m_1 + m_2}. \quad (11)$$

Вычислить по формулам (11) теоретические значения скоростей u_1 и u_2 используя значения масс шаров m_1 и m_2 , которые были в эксперименте.

2. Считая удар абсолютно неупругим, из закона сохранения импульса можно получить формулу для расчета теоретического значения скорости шаров после соударения:

$$u = \frac{m_1 \cdot V_1}{m_1 + m_3}. \quad (12)$$

Используя значения масс шаров m_1 и m_3 , которые применялись в эксперименте, вычислить теоретическое значение u по формуле (12).

3. Сравнить экспериментальные скорости шаров с теоретическими. Сделать вывод о степени выполнения закона сохранения импульса.

ЗАДАНИЕ III. Определение средней силы удара.

1. Используя результаты измерений и расчетов в I задании, найти изменение импульса шара с массой m_2 при упругом и массой m_3 при неупругом ударах.

2. По формуле (1) $\langle F \rangle \cdot t = \Delta(m \cdot V)$ рассчитать среднюю силу удара для упругого $\langle F_{\text{упр}} \rangle$ и неупругого $\langle F_{\text{неупр}} \rangle$ соударений, используя средние значения времени удара.

РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ

Определить относительную погрешность прибора по формуле:

$$\delta = \frac{|p - p'|}{p} \cdot 100 \%,$$

где p – импульс шаров до столкновения; p' – импульс шаров после столкновения.

Вычислить погрешность как при упругом, так и при неупругом столкновениях.

Данные занести в таблицу.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Какой удар называют прямым центральным?
2. Какой удар называют абсолютно упругим?
3. Какой удар называют абсолютно неупругим?
4. Что характеризует коэффициент восстановления энергии?
5. Как определить коэффициент восстановления скорости?
6. Как скорости шаров до и после удара зависят от угла отклонения подвесов шаров?
7. По каким теоретическим формулам можно найти скорости шаров после абсолютного упругого, неупругого ударов? На основе каких физических законов они получены?
8. Сформулируйте закон сохранения импульса.
9. Сформулируйте закон сохранения энергии.
10. Что называется импульсом силы?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Тимофеева, Т. И. Курс физики: учеб. пособие для вузов. 5-е изд. / Т. И. Тимофеева. М.: Высш. шк., 1998.
2. Детлаф, А. А. Курс физики: учеб. пособие для вузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. М.: Высш. шк., 1999.
3. Савельев, И. В. Курс общей физики: учеб. пособие для вузов: в 5 кн. Кн. 1. Механика / И. В. Савельев. М.: Наука, 2001.