Assignment1

1.给出求下三角矩阵的详细算法.

2.设 $S, T \in R^{n*n}$ 为两个上三角阵，而且线性方程组 $(ST - \lambda I)x = b$ 也是非奇异的，试给出一种运算量为$O(n^2)$ 的算法来求解该方程组.

3.证明：如果$L_k = I - l_k e_k^T$是一个Gauss变换，则 $L_k^{-1} = I + I - l_k e_k^T$ 也是一个Gauss变换.

4.确定一个$3 * 3$Gauss变换L,使得

$$L\begin{bmatrix}2\\3\\4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\7\\8\end{bmatrix}$$

5.证明：如果$A \in R^{n*n}$ 有三角分解，并且是非奇异的，那么定理1.1.2中的L和U都是非奇异的.

6.设$A = [a_{ij}] \in R^{n*n}$的定义如下：$$ a_{ij}=\begin{cases}1, \ 如果i=j或j=n \ -1, \

如果i>j \ 0, 其他\end{cases} $$证明：A 有满足 $\mid l_{ij} \mid \leq 1$ 和 $u_{n,n}=2^{n-1}$的三角分解.

7.设A对称且$a_{1 1}\neq0 $ 并假设经过一步Gauss消去后，A具有如下形状:$$ \begin{bmatrix}a_{11} \ a_{1}^{T} \ 0 \ A_{2} \end{bmatrix} $$ 证明：A_2仍是对称矩阵.

8.设$A=[a_{ij}]\in R^{n*n}$是严格对角占优阵，即A满足$$ \lvert a_{kk}\rvert > \sum_{j=1 \ j\neq k}^{n} \lvert a_{kj} \rvert, k=1,...,n, $$ 又经过一步Gauss消去之后，A具有如下形状：$$ \begin{bmatrix} a_{11}\ a_{1}^{T} \ 0 \ A_{2} \end{bmatrix}$$ 试证明：矩阵A_2仍然是严格对角占优阵.由此推断：对于对称的严格对角占优阵来说，用Gauss消去法和列主元Guass消去法可得到同样的结果。
