

Дополнительный материал 4

И. Хованская, Б. Бычков, И. Тельпуховский

23 февраля 2015 г.

Здесь мы решаем систему уравнений из 5 уравнений с 4 неизвестными методом Гаусса.

$$\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 21 \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 10 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8 \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 15 \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 18 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\begin{array}{cccc|c} 8 & 6 & 5 & 2 & 21 \\ 3 & 3 & 2 & 1 & 10 \\ 4 & 2 & 3 & 1 & 8 \\ 3 & 3 & 1 & 1 & 15 \\ 7 & 4 & 5 & 2 & 18 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 3 & 1 & 1 & 15 \\ 8 & 6 & 5 & 2 & 21 \\ 3 & 3 & 2 & 1 & 10 \\ 4 & 2 & 3 & 1 & 8 \\ 7 & 4 & 5 & 2 & 18 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1/3 & 1/3 & 5 \\ 8 & 6 & 5 & 2 & 21 \\ 3 & 3 & 2 & 1 & 10 \\ 4 & 2 & 3 & 1 & 8 \\ 7 & 4 & 5 & 2 & 18 \end{array} \right) \rightarrow \\
& \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1/3 & 1/3 & 5 \\ 0 & -2 & 7/3 & -2/3 & -19 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & -2 & 5/3 & -1/3 & -12 \\ 0 & -3 & 8/3 & -1/3 & -17 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1/3 & 1/3 & 5 \\ 0 & -2 & 5/3 & -1/3 & -12 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & -2 & 7/3 & -2/3 & -19 \\ 0 & -3 & 8/3 & -1/3 & -17 \end{array} \right) \rightarrow \\
& \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1/3 & 1/3 & 5 \\ 0 & 1 & -5/6 & 1/6 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & -2 & 7/3 & -2/3 & -19 \\ 0 & -3 & 8/3 & -1/3 & -17 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1/3 & 1/3 & 5 \\ 0 & 1 & -5/6 & 1/6 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 2/3 & -1/3 & -7 \\ 0 & 0 & 1/6 & 1/6 & 1 \end{array} \right) \rightarrow \\
& \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1/3 & 1/3 & 5 \\ 0 & 1 & -5/6 & 1/6 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & -21 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1/3 & 1/3 & 5 \\ 0 & 1 & -5/6 & 1/6 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -11 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 11 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1/3 & 1/3 & 5 \\ 0 & 1 & -5/6 & 1/6 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \\
& \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1/3 & 0 & 4/3 \\ 0 & 1 & -5/6 & 0 & 25/6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -5 \\ 11 \end{pmatrix}$$