

# L-Systeme und andere künstliche Pflanzen

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Methoden zur Darstellung künstlicher Pflanzen .....</b>	<b>3</b>
1.1	Texture Mapping auf einfache Objekte: „Billboards“ .....	3
1.2	Handerstellte 3D-Modelle .....	3
1.3	Grammatische Modelle .....	4
<b>2</b>	<b>L-Systeme .....</b>	<b>4</b>
2.1	Ersetzungssystem .....	4
2.2	Interpretation mittels Turtle Grafik .....	5
2.2.1	Turtle Grafik in 2D .....	5
2.2.2	Turtle Grafik in 3D .....	6
2.3	Arten von L-Systemen .....	6
2.3.1	DOL .....	6
2.3.2	geklammerte L-Systeme .....	7
2.3.3	Stochastische L-Systeme .....	8
2.3.4	Parametrisierte L-Systeme .....	9
2.3.5	Kontextsensitive L-Systeme .....	10
2.3.5.1	2L-Systeme .....	10
2.3.5.2	1L-Systeme .....	10
<b>3</b>	<b>Darstellung von Pflanzenorganen .....</b>	<b>12</b>
3.1	Vordefinierte Oberflächen .....	12
3.2	Entwicklungsmodelle .....	12
3.2.1	contour tracing .....	12
3.2.2	Framework-Ansatz .....	13
3.3	Zusammengesetzte Blätter .....	14
3.4	Spiralförmige Phyllotaxis .....	15
<b>4</b>	<b>Realistische Modellierung von Pflanzen .....</b>	<b>16</b>
4.1	Tropismus .....	16
4.2	Externe Beeinflussung des Pflanzenwachstums .....	17
4.2.1	Räumliche Beschränkungen .....	17
4.2.2	Interaktion Pflanze-Umgebung .....	18
<b>5</b>	<b>Anwendung / Probleme von L-Systemen .....</b>	<b>22</b>
5.1	Realistische Darstellung der Umwelt .....	22
5.2	Biologische Modelle .....	23
5.3	Das Interferenzproblem .....	23
<b>6</b>	<b>Abbildungsverzeichnis .....</b>	<b>24</b>
<b>7</b>	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>26</b>

# 1 Methoden zur Darstellung künstlicher Pflanzen

## 1.1 Texture Mapping auf einfache Objekte: „Billboards“

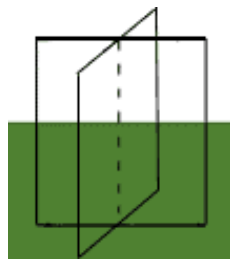


Abbildung 1-1:  
Billboard Schema

Meist auf ein Rechteck, bestehend aus zwei Dreiecken, projizierte Texturen werden als Billboard texture Maps bezeichnet. Der Hintergrund der Pflanzentextur wird dabei transparent dargestellt (siehe Abbildung 1-2 und 1-3) und immer zur Blickrichtung hin ausgerichtet. Mit Billboard Texturen dargestellte Pflanzen sind keine echten Modelle der jeweiligen Pflanze, sondern nur das in die 3. Dimension projizierte zwei Dimensionale Abbild. Bei dieser Art der Darstellung ergibt sich, wenn die Abweichung von der aufgenommenen Blickrichtung der Pflanzentextur zu groß ist, eine perspektivische Verzerrung. Aus zu großer Nähe betrachtet erscheint das Bild auch nicht realistisch. Daher wird das Billboard Texture Mapping Verfahren vor allem bei einer großen Anzahl von Pflanzen bei geringer Auflösung verwendet.

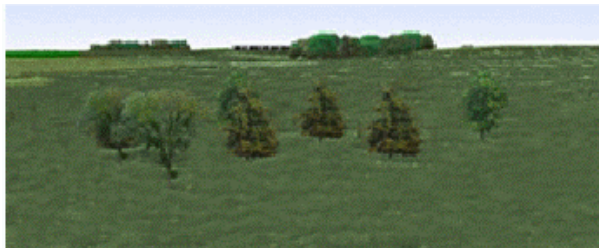


Abbildung 1-2: Landschaft mit Bäumen  
(transparent)

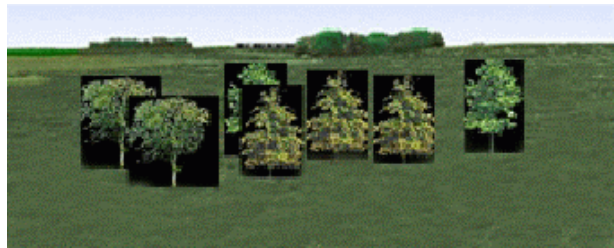


Abbildung 1-3: Landschaft mit Bäumen (billboards  
erkennbar)

## 1.2 Handerstellte 3D-Modelle

Mit Hilfe diverser Modellierungsverfahren werden echte 3D-Modelle erzeugt. Um eine möglichst realitätsnahe Darstellung der Pflanze zu erreichen, muss man viel Zeit investieren um ein Modell zu erstellen. Variationen dieser einen erstellten Pflanze sind wiederum mit dem entsprechenden Arbeitsaufwand verbunden.

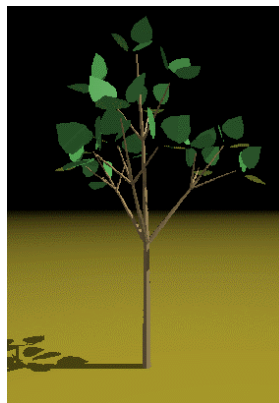


Abbildung 1-4: handmodelliertes Pflanzenmodell

## 1.3 Grammatische Modelle

Grammatische Modelle ermöglichen die Erstellung realistischer Pflanzenmodelle auf der Grundlage realer Pflanzen. Der Pflanzenaufbau der gewissen Regeln unterliegt, wird dabei durch eine mathematische Sprache beschrieben. So lässt sich das Wachstum einer Pflanze mit Hilfe der L-Grammatik in Formeln ausdrücken. Ein anderer Ansatz, das System AMAP, beruht auf der Übersetzung von statistisch ermittelten Pflanzeigenschaften in ein Verzweigungsmodell.



Abbildung 1-5: durch Grammatik modelliertes Pflanzenmodell

## 2 L-Systeme

Ein grammatikalisches Modell zur Darstellung einfacher Zellorganismen wurde 1968 von dem Botaniker Aristid Lindenmayer mit dem nach ihm benannten L- oder Lindenmayersysteme entwickelte. Durch einige Erweiterungen und die Verwendung einer grafischen Interpretation können L-Systeme dazu verwendet werden höhere Pflanzen und deren Pflanzenstrukturen darzustellen.

### 2.1 Ersetzungssystem

L-Systeme sind Ersetzungssysteme. „Ein Ersetzungssystem basiert auf der Definition von komplexen Objekten durch die Substitution einfacher Objekte mit Hilfe von Ersetzungsregeln.“([11] /flow1/page5.html#Ref\_ID8)

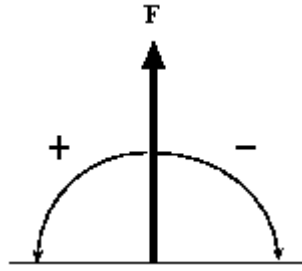
An einem einfachen Beispiel erkennt man die Funktionsweise von Ersetzungssystemen am besten. Wir beginnen mit einem „F“. In jeder darauffolgenden Ersetzung wird dieses „F“ durch „F + F - - F + F“ ersetzt. Nach einer Ersetzung erhält man daher die Zeichenkette „F + F - - F + F“ nach zwei „(F + F - - F + F) + (F + F - - F + F) - - (F + F - - F + F) + (F + F - - F + F)“ und so weiter (die Klammern dienen der besseren Lesbarkeit).

## 2.2 Interpretation mittels Turtle Grafik

Eine mögliche Darstellung der durch die Ersetzungssysteme erzeugten Zeichenketten ist die Interpretation Mit Hilfe der sogenannten Turtle Grafik.

### 2.2.1 Turtle Grafik in 2D

Der Zustand der Turtle wird durch das Tripel  $(x, y, \alpha)$  beschrieben. Die kartesischen Koordinaten  $(x, y)$  beschreiben dabei die Position und der Winkel  $\alpha$  die Blickrichtung der Turtle. Bei gegebener Schrittlänge  $d$  und Winkel  $\sigma$  interpretiert die Turtle folgende Symbole wie folgt:

F	Turtle bewegt sich um einen Schritt der Länge $d$ . Es wird eine Linie der Länge $d$ gezogen.	 <p>Abbildung 2-1: Turtlekommandos in 2D</p>
f	Turtle bewegt sich um einen Schritt der Länge $d$ . Es wird keine Linie gezogen	
-	Blickrichtung der Turtle um Winkel $\delta$ nach rechts (Uhrzeigersinn)	
+	Blickrichtung der Turtle um Winkel $\delta$ nach links (Gegenuhreigersinn)	

Interpretiert man die in Kapitel 2.1 erzeugte Zeichenkette, bei gegebenem Winkel  $\delta = 60^\circ$ , so erhält man die Koch-Kurve. Die nach einer Ersetzung erzeugte Zeichenkette  $F+ F- - F+ F$  wird folgendermaßen interpretiert:

Ziehe einen Strich der Länge  $d$ , ändere die Blickrichtung der Turtle um  $60^\circ$  im Uhrzeigersinn. Ziehe wieder einen Strich. Ändere die Blickrichtung der Turtle um  $120^\circ$  im Gegenuhrzeigersinn und ziehe dann wieder einen Strich. Ändere dann die Blickrichtung der Turtle um  $60^\circ$  im Uhrzeigersinn und ziehe den letzten Strich. Wichtig ist hierbei, die Winkeländerungen immer aus der aktuellen Blickrichtung der Turtle zu betrachten. Es ergibt sich so das in Abbildung 2-2 gezeigte Bild.

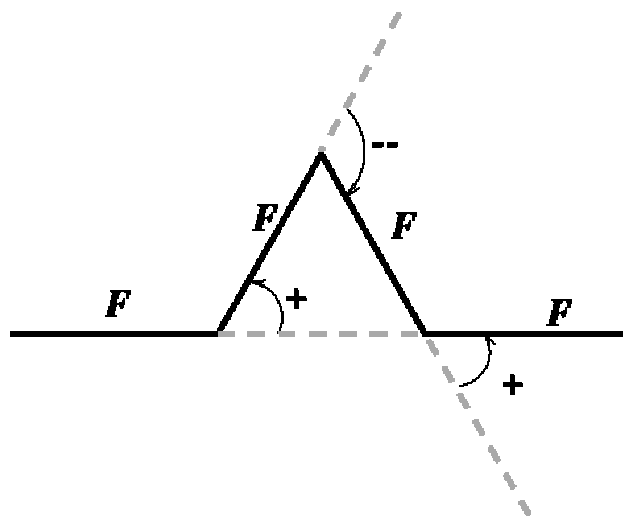


Abbildung 2-2: Turtle- Interpretation der Kochkurve bei  $n=1$

Bei weiterer Ableitung ergeben sich folgende Turtle- Interpretationen:



Abbildung 2-3: Kochkurve n=3

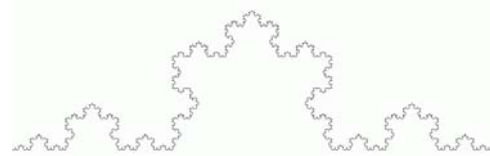


Abbildung 2-4: Kochkurve n=5

## 2.2.2 Turtle Grafik in 3D

Die Interpretation mit Hilfe der Turtle Grafik kann auch auf die 3. Dimension erweitert werden. Die Orientierung der Turtle wird dann mit 3 Vektoren H, L, U dargestellt. H zeigt in die Blickrichtung der Turtle (heading), L nach links (left) und U nach oben (up).

+	Linksdrehung um den Winkel $\delta$	
-	Rechtsdrehung um den Winkel $\delta$	
&	Kippen nach unten um den Winkel $\delta$	
^	Kippen nach oben um den Winkel $\delta$	
\	Rollen nach links um den Winkel $\delta$	
/	Rollen nach rechts um den Winkel $\delta$	
	Drehung nach hinten um $180^\circ$	

Abbildung 2-5: Turtlekommandos in 3D

## 2.3 Arten von L-Systemen

L-Systeme sind eine Erweiterung von Ersetzungssystemen. Alle Ersetzungsregeln oder Produktionen werden gleichzeitig angewendet, worin sich die biologische Motivation von L-Systemen widerspiegelt. „Produktionen sind dazu gedacht Zellteilungen in Mehrzelligen Organismen wiederzugeben, bei denen mehrere Zellteilungen zur gleichen Zeit auftreten können“ ([09] S. 3) Bei L-Systemen wird nicht zwischen Terminal und Nicht-Terminal Symbolen unterschieden. Es kann also aus jedem Symbol eine Ableitung erstellt werden.

### 2.3.1 D0L

D0L steht für deterministische und kontextfreie L-Systeme, welche die einfachsten L-Systeme sind. Ein deterministisches L-System besteht aus einem geordnetem Tripel  $G = (V, \omega, P)$ .  $V$  ist das Alphabet,  $\omega \in V^+$  ein nichtleeres Wort über dem Alphabet  $V$ , das Axiom des Systems genannt wird.  $P \subset V \times V^+$  ist die endliche Menge der Produktionen. Eine Regel  $(a, \chi) \in P$  wird als  $a \rightarrow \chi$  geschrieben, wobei  $a$  als predecessor und  $\chi$  als successor

bezeichnet wird. Wenn für ein  $a \in V$  keine Produktionsregel angegeben ist, wird die Identitätsproduktion  $a \rightarrow a$  angewendet.

Als einfaches Beispiel betrachten wir folgendes L-System:

$$\begin{aligned} V &= (a,b) \\ \omega &= b \\ P &= \{(a \rightarrow ab), (b \rightarrow a)\} \end{aligned}$$

Um für dieses System eine endliche Ableitung zu erhalten wird noch die Iterationstiefe  $n$  angegeben. Daraus ergibt sich die vereinfachte Schreibweise:

$$\begin{aligned} n &= 5; \\ b \\ b \rightarrow a \\ a \rightarrow ab \end{aligned}$$

Wenn wir die Produktion dieses L-Systems fünfmal anwenden ergibt sich daraus der in Abbildung 2-6 dargestellte Ableitungsbaum.

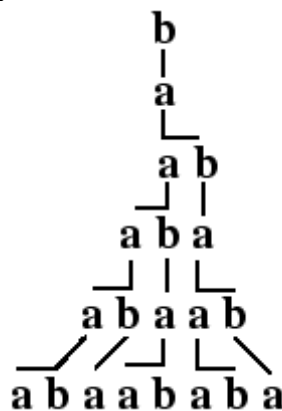
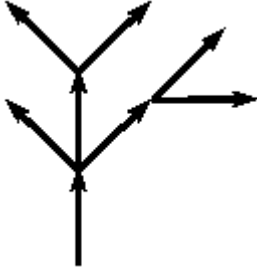


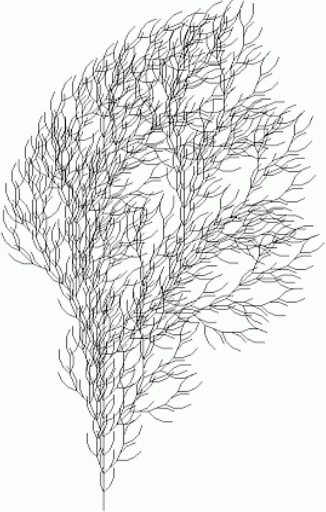
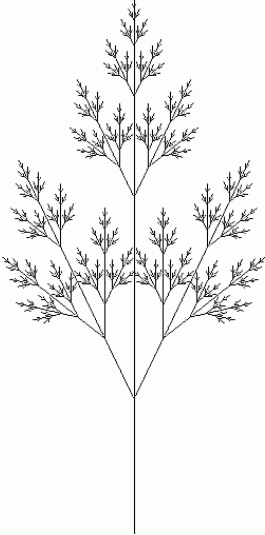
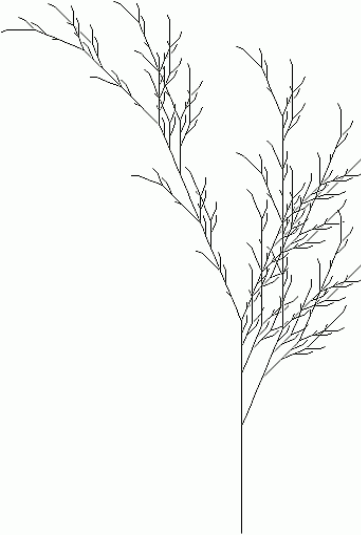
Abbildung 2-6: Ableitungsbaum

## 2.3.2 geklammerte L-Systeme

Mit D0L-Systemen können nur Linienzüge erzeugt werden. Um in der Natur vorkommende Verzweigungen darstellen zu können wird das Alphabet um folgende Symbole erweitert:

[	Der aktuelle Zustand der Turtle wird auf einem Stack gespeichert.	 <p data-bbox="1038 1821 1316 1877"><b>Abbildung 2-7:</b> <math>F[+F][-F[-F]F]F[+F][-F]</math></p>
]	Das oberste Element des Stacks wird zum neuen Zustand der Turtle. Beim Wechsel in den neuen Zustand wird keine Linie gezogen.	

In Abbildung 2-7 ist dargestellt, wie solche geklammerten L-Systeme grafisch interpretiert werden. Die Klammern werden bei der Ableitung wieder durch sich selbst ersetzt. Mit diesem System können schon einfache pflanzenähnliche Strukturen erzeugt werden, die in den Abbildung 2-8 bis 2-10 dargestellt werden.

		
<p><b>Abbildung 2-8: geklammertes L-System Beispiel a)</b></p>	<p><b>Abbildung 2-9: geklammertes L-System Beispiel b)</b></p>	<p><b>Abbildung 2-10: geklammertes L-System Beispiel c)</b></p>
<p>a)  <math>n=5, \delta=25.7^\circ</math>  <math>F</math>  <math>F \rightarrow F[+F]F[-F]F</math></p>	<p>b)  <math>n=4, \delta=22.5^\circ</math>  <math>F</math>  <math>F \rightarrow FF[-F+FF][+F-F-F]</math></p>	<p>c)  <math>n=5, \delta=22.5^\circ</math>  <math>X</math>  <math>X \rightarrow F-[[X]+X]+F[+FX]-X</math>  <math>F \rightarrow FF</math></p>

### 2.3.3 Stochastische L-Systeme

Alle Pflanzen, die mit demselben deterministischen L-System erzeugt wurden, sind identisch. Um eine in der Natur nicht vorkommende Gleichmäßigkeit zu vermeiden, müssen zwischen den einzelnen Pflanzen Abweichungen eingeführt werden, welche Einzelheiten verändern, das allgemeine Aussehen einer Pflanzenart aber beibehalten.

Ein stochastisches L-System ist ein Quadrupel  $G_\pi = (V, \omega, P, \pi)$ . Im Unterschied zu einem D0L-System bildet die Funktion  $\pi \rightarrow (0,1]$  die Produktionsregeln auf Wahrscheinlichkeiten ab. Die Summe aller Wahrscheinlichkeiten zu einem predecessor  $a$  muss dabei eins sein.

In folgendem Beispiel werden die Produktionen  $p_1$ ,  $p_2$ , und  $p_3$  jeweils nur mit einer Wahrscheinlichkeit von einem Drittel angewendet. Die sich daraus ergebenden Ableitungen und grafischen Interpretationen unterscheiden sich, wie in Abbildung 2-11 zu erkennen, nur in Details. Die Zugehörigkeit zur gleichen Pflanzengattung ist aber erkennbar.

$$\omega = F$$

$$p_1 = F \xrightarrow{0.33} F[+F]F[-F]F$$

$$p_2 = F \xrightarrow{0.33} F[+F]F$$

$$p_3 = F \xrightarrow{0.34} F[-F]F$$



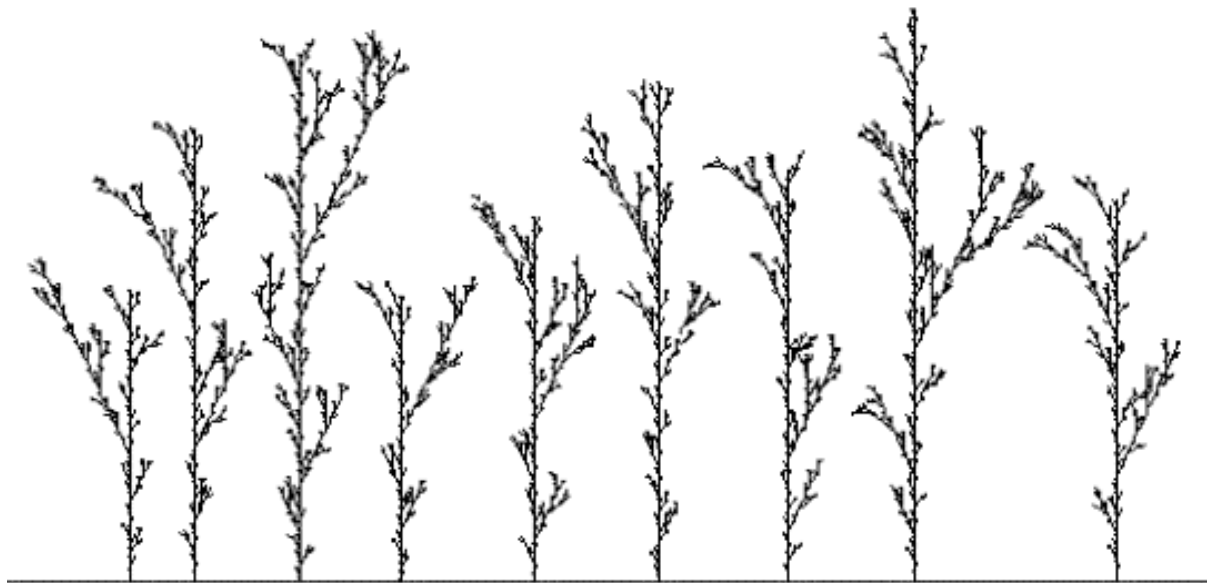


Abbildung 2-11: Variationen in einem stochastischem L-System

### 2.3.4 Parametrisierte L-Systeme

Mit den bisher beschriebenen L-Systemen lassen sich nur Vielfache des gegebenen Winkels  $\delta$  und der Strecke  $d$  darstellen. Um auch beliebige Winkel und Strecken darstellen zu können, werden die parametrisierten L-Systeme eingeführt.

Ein parametrisiertes L-System ist ein Quadrupel  $(V, \Sigma, \omega, P)$ .  $V$  ist das Alphabet des Systems,  $\Sigma$  die Menge der formalen Parameter,  $\omega \in (V \times \mathbb{R}^*)^+$  ein nichtleeres parametrisiertes Wort, das Axiom. Des weiteren ist  $P \subset (V \times \Sigma^*) \times C(\Sigma) \times (V \times E(\Sigma))^*$  eine endliche Menge der Produktionen, mit Parametern aus der Menge  $\Sigma$ . Eine Produktion besteht dabei aus drei Teilen: dem predecessor, der Bedingung und dem successor. Der predecessor und die Bedingung werden durch das von dem Zeichen „:“, die Bedingung und der successor durch ein „->“, getrennt.

Eine Produktion wird angewendet wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

- Der predecessor der Regel muss mit dem zu ersetzenden Zeichen im Wort übereinstimmen.
- Die Anzahl der Parameter des Zeichens im Wort und die Anzahl der formalen Parameter des Zeichens auf der linken Seite der Regel stimmt überein.
- Die Bedingung  $C(\Sigma)$  ist wahr, wenn die Werte der aktuellen Parameter des Zeichens im Wort für die formalen Parameter des Zeichens auf der linken Seite der Regel eingesetzt werden können.

Parametrisierte L-Systemwörter werden von der Turtle so interpretiert:

F(a)	Die Turtle bewegt sich um einen Schritt der Länge $a > 0$ nach vorne und zeichnet dabei eine Linie.
f(a)	Die Turtle bewegt sich einen Schritt der Länge $a$ nach vorne, ohne eine Linie zu zeichnen
+(a)	Rotation um den Vektor U um $a$ Grad. Ist $a$ positiv, so dreht sich die Turtle rechts, ist $a$ negativ, so links herum.
&(a)	Rotation um den Vektor L um $a$ Grad. Ist $a$ positiv, so kippt die Turtle nach oben, ist $a$ negativ, nach unten.
/(a)	Rotation um den Vektor H um $a$ Grad. Ist $a$ positiv, so rollt sich die Turtle nach rechts, ist $a$ negativ, nach links.

## 2.3.5 Kontextsensitive L-Systeme

Die bisher betrachteten OL-Systeme sind kontextfrei was bedeutet, dass die Produktionen unabhängig von der Umgebung des predecessors angewendet werden können. Um die Interaktion einzelner Pflanzenteile, zum Beispiel aufgrund des Transports von Hormonen oder Nährstoffen, in L-Systemen darzustellen, muss der Kontext des predecessors mit in die Produktionen einbezogen werden. Dies geschieht mit kontextsensitiven IL- oder (k, l)-Systemen. Bei IL- Systemen ist der linke Kontext ein Wort der Länge  $k$ , und der rechte ein Wort der Länge  $l$ . Ansonsten verhalten sich IL- Systeme wie OL- Systeme. Wir betrachten im folgenden nur zwei Spezialfälle dieser IL- Systeme. Bei beiden gilt: Falls dabei für einen predecessor mehrere Regeln anwendbar sind, wird die kontext-sensitive Regel der kontextfreien Regel vorgezogen

### 2.3.5.1 2L-Systeme

2L-Systeme haben die Form  $a_l < a > a_r \rightarrow \chi$ .  $A$  wird hierbei als strict predecessor bezeichnet.  $A$  erzeugt das Wort  $\chi$  genau dann, wenn sich das Wort  $a_l$  links von  $a$ , und das Wort  $a_r$  rechts von  $a$  befindet.  $a_l$  und  $a_r$  sind somit der linke und der rechte Kontext von  $a$ .

### 2.3.5.2 1L-Systeme

1L-Systeme sind von der Form  $a_l < a \rightarrow \chi$  oder  $a > a_r \rightarrow \chi$ . Das 1L-System

$\omega$ : baaaaaaa	erzeugt dabei folgendes Ausgabewort	baaaaaaaa
$p_1$ : $b < a \rightarrow b$		abaaaaaaa
$p_2$ : $b \rightarrow a$		aabaaaaaa
		aaabaaaaa
		...

Bei diesem einfachen Beispiel sieht man, dass sich der Buchstabe  $b$  innerhalb des erzeugten Wortes von links nach rechts bewegt. Diesen Effekt in kontextsensitiven L-Systemen verwendet man um Signalfüssen in Pflanzen zu simulieren. Man unterscheidet hierbei zwischen zwei Arten.

- Akropetale Signalausbreitung:  
Die Signale breiten sich von der Wurzel zur Spitze aus. In geklammerten L-Systemen wird der linke Kontext verwendet, um diesen Signalfuss zu simulieren.
- Basispetale Signalausbreitung:  
Die Signale breiten sich von der Spitze zur Wurzel aus. In geklammerten L-Systemen wird der rechte Kontext verwendet, um diesen Signalfuss zu simulieren.

Damit lässt sich zum Beispiel das Problem der Blütensequenz lösen. In Abbildung 2-12 wird eine basispetale Blühsequenz dargestellt, das heißt das die Blüte zuerst in der Spitze auftritt und sich dann nach unten fortsetzt. Abbildung 2-13 zeigt dagegen eine Akropetale Blühsequenz, bei der zuerst die älteren Teile der Pflanze blühen, und danach die Jüngeren.



Abbildung 2-12: Basispetale Signalausbreitung



Abbildung 2-13: Akropetale Signalausbreitung

Um den Kontext in geklammerten L-Systemen zu betrachten, ist es eventuell nötig, geklammerte Ausdrücke zu überspringen. An der Beispielzeichenkette `AB[C[D[EF]G][HIJ]K]L[MN]O[[PQR]ST[UV]WY]Z` wird das Prinzip klar (nach [09] LP/flow1/page23.html#Ref\_ID34")

- Falls das linke (rechte) Nachbarzeichen von X ein alphabetisches Symbol (ohne die Turtle- Symbole) ist, so definiert dieses Symbol den linken (rechten) Kontext von X. Beispiel: Der linke Kontext von F ist E und der rechte Kontext von A ist B.
- Falls das linke (rechte) Nachbarzeichen von X ein „[“ ist, so wird der linke (rechte) Kontext von X durch das erste alphabetische Symbol links (rechts) von X, das von X durch die kleinste, aber gleiche Anzahl von Klammern „[“ und „]“ getrennt ist, definiert. Beispiel: Der linke Kontext von H ist C und der rechte Kontext von L ist O.
- Falls das linke Nachbarzeichen von X ein „]“ ist, so wird der linke Kontext von X durch das erste alphabetische Symbol links von X, das von X durch die kleinste, aber gleiche Anzahl von Klammern „[“ und „]“ getrennt ist, definiert. Beispiel: Der linke Kontext von W ist T.

## 3 Darstellung von Pflanzenorganen

### 3.1 Vordefinierte Oberflächen

Um Pflanzenorgane mit Hilfe vordefinierter Oberflächen darzustellen, muss das Turtlealphabet um ein entsprechendes Symbol erweitert werden.

~	die entsprechende Oberfläche wird gezeichnet
---	--

Im folgenden Beispiel wird eine Blüte mit vordefinierten Oberflächen gezeichnet: (Hinweis: Die Turtle Zeichen „#“ und „!“ verändern die Linienstärke)

```

ω: /(154)B
p1: B -> [&(72)#F(5)!P]
p2: P -> [S/(72)S/(72)S/(72)S/(72)S]
p3: S -> [^(103)~s] [^(72)~p] [^(34)F(1)#[-F(1)][+F(1)]]

```

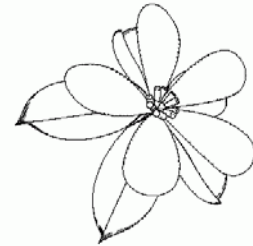


Abbildung 3-1: Blüte mit vordefinierten Oberflächen

Produktion  $p_1$  erzeugt den Stiel, und den Blütenansatz,  $p_2$  teilt die Blüte in 5 Segmente auf, die um  $72^\circ$  zueinander gedreht sind, und  $p_3$  erzeugt die Blütenkonfiguration selbst. Jeder Sektor der Blume besteht aus einem von der vordefinierten Oberfläche S dargestellten Kelchblatt, dem von einer vordefinierten Oberfläche P dargestellten Blütenblatt und Liniensegmenten, die den Staubbeutel darstellen. Die genaue Form der Kelchblätter S und der Blütenblätter P ist außerhalb des L Systems definiert.

### 3.2 Entwicklungsmodelle

Um Pflanzenwachstum zu simulieren, ist es notwendig, sowohl die Form als auch die Größe von Pflanzenorganen zu ändern. Es gibt hierbei im wesentlichen zwei Methoden, contour tracing und den Framework Ansatz. Wir führen dazu zwei neue Turtle-Symbole ein. Diese Klammern dürfen jedoch nicht geschachtelt werden.

{	Beginn eines neuen Polygons
}	Ende eines Polygons

#### 3.2.1 contour tracing

Beim contour tracing wird der Rand der Oberflächenstruktur nachgezogen und das daraus resultierende Polygon gefüllt.



Abbildung 3-2:  
Blatt (contour  
tracing Modell)

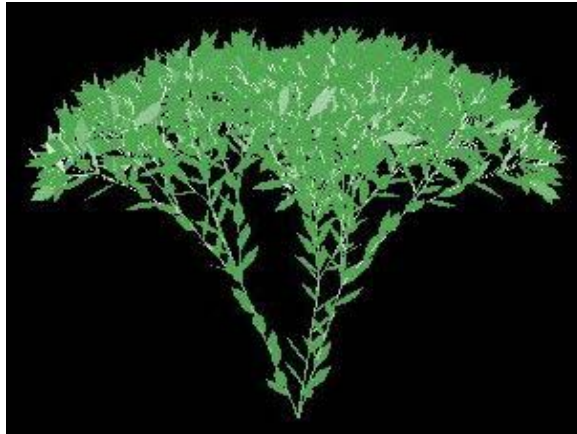


Abbildung 3-3: Buschartige Struktur  
(v. vorne)

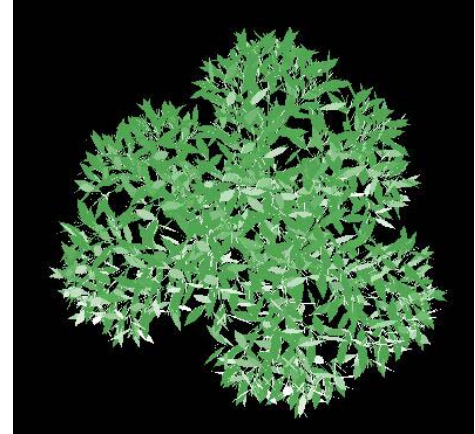


Abbildung 3-4: Buschartige  
Struktur (v. oben)

Ein durch  $\{-f + f + f - \mid -f + f + f\}$  definiertes Blatt (Abbildung 3-2) nach dem contour tracing Modell liefert einigermaßen realistische Ergebnisse. Wird es in einem L-System verwendet, dass eine buschartige Struktur liefert (Abbildung 3-5 zeigt diese dreidimensionale Struktur von vorne, Abbildung 4-4 von oben), zeigen sich die Beschränkungen dieses Ansatzes: Alle Blätter sind gleich groß, obwohl es ältere und jüngere Blätter geben müsste. Die buschartige Struktur wird durch folgende Regeln erzeugt:

$\omega : A$   
 $p_1: A \rightarrow [&FLA] \text{ } // // // [&FLA] \text{ } // // // [&FLA]$   
 $p_2: S \rightarrow S \text{ } // // // F$   
 $p_3: L \rightarrow [^{\wedge}\{-f + f + f - \mid -f + f + f\}]$

Diese Methode zur Modellierung von Pflanzenorganen eignet sich nur für kleine, flache, blattähnliche Strukturen.

### 3.2.2 Framework-Ansatz

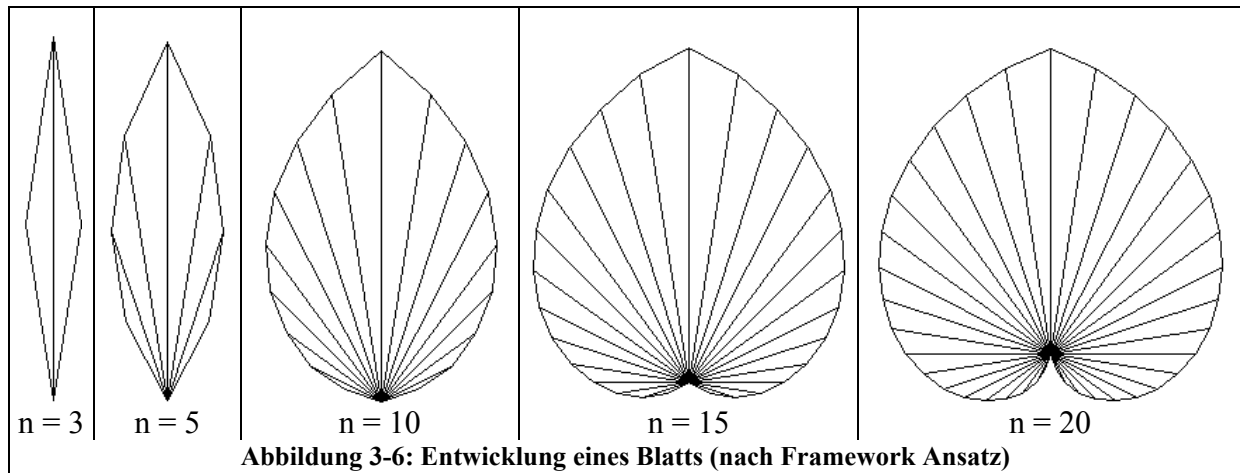
Die Nachahmung der Blattstruktur liefert bessere Ergebnisse. Dieser Framework Ansatz ist in den meisten Fällen besser geeignet, um Pflanzenstrukturen darzustellen. Dazu müssen zwei neue Turtle- Symbole eingeführt werden:

G	Die Schildkröte bewegt sich (innerhalb eines Polygons) einen Schritt der Länge d nach vorne (vergleiche F)
.	Die aktuelle Position der Turtle wird als weiterer Eckpunkt des Polygons gespeichert

Beim Framework-Ansatz wird ein Polygonzug durch eine Reihe von Punkten definiert, die durch das Turtle- Symbol „.“ markiert werden.

Durch folgendes L-System entstehen die in Abbildung 3-6 dargestellten Blätter bei gegebenen Winkel  $\delta = 9.0^\circ$ .

$\omega: [A][B]$   
 $p_1: A \rightarrow [+A \{. \} .C.]$   
 $p_2: B \rightarrow [- B \{. \} .C.]$   
 $p_3: C \rightarrow GC$



Bei diesem Beispiel zeigt sich deutlich, wie sich Form und Größe des Blattes mit der Zeit verändern. Lässt man in der Grammatik „{“, „}“ und „“ weg und ersetzt das G durch ein F, so erhält man ein Bild der Blattadern.

### 3.3 Zusammengesetzte Blätter

Bei stark selbstähnlichen Strukturen wird eine einzelne Oberfläche nahezu unsichtbar, und die geometrische Beziehung zwischen jüngeren und älteren Teilen des Struktur tritt in den Vordergrund. Ein Beispiel hierfür sind zusammengesetzte Blätter.

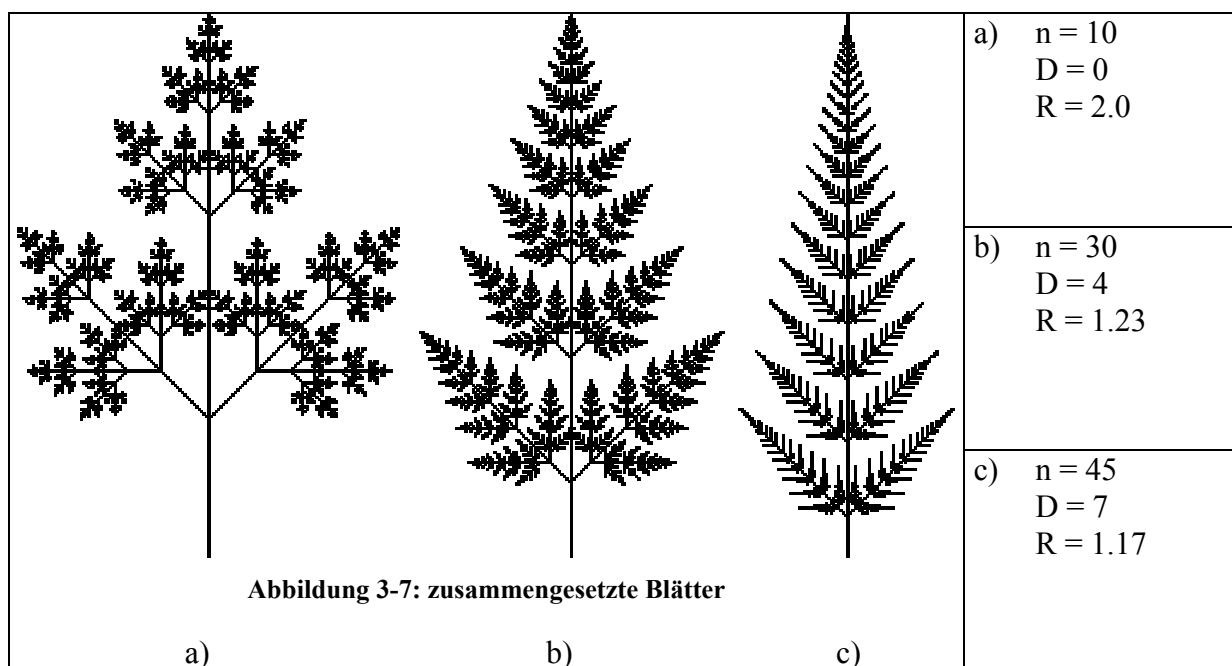
Folgendes L-System liefert die in Abbildung 3-7 dargestellten zusammengesetzten Blätter:

$\omega$ : A(0)

$p_1$ : A(d) : d > 0  $\rightarrow$  A(d - 1)

$p_2$ : A(d) : d = 0  $\rightarrow$  F(1) [+ A(D)] [-A(D)] F(1) A(0)

$p_3$ : C  $\rightarrow$  GC



### 3.4 Spiralförmige Phyllothaxis

Die erstellten Pflanzenorgane müssen nun noch auf den Pflanzenmodellen verteilt werden. Ein wichtiges Prinzip in der Natur ist die spiralförmige Anordnung von Organen wie Blättern, Blüten und Samen. Dieses Prinzip wird als spiralförmige Phyllothaxis bezeichnet. Zur Simulation der Phyllothaxis wird unter anderem ein kollisionsbasierendes Modell verwendet. Das Modell beschreibt die Verteilung von primordia oder Blumeninitialen auf einer unterstützenden Oberfläche oder receptacle, welche die Form der gesamten Struktur vorgibt.

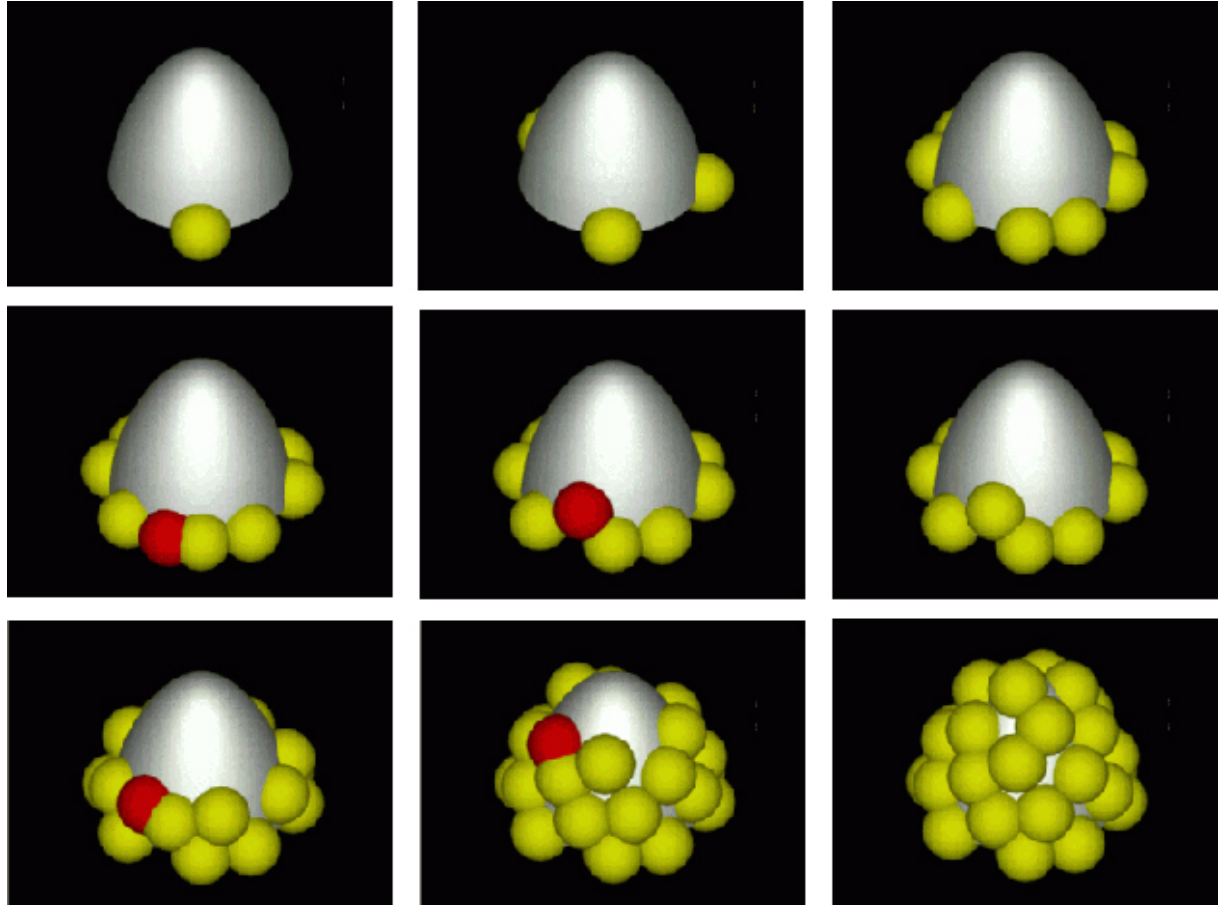


Abbildung 3-8: Kollisionsbasierendes Modell der Phyllotaxis

Die ersten (als gelbe Halbkugeln dargestellten) primordia werden an der Basis der Oberfläche (weiß dargestellt) verteilt. Der Winkel zwischen zwei fortlaufenden primordia, von der Achse des Behälters aus betrachtet beträgt  $137,5^\circ$ . Das kollisionsbasierende Modell setzt diesen Winkel als gegeben voraus, aber andere Theorien versuchen diesen Winkel zu erklären. Nachdem eine gewisse Anzahl von primordia verteilt worden ist, stößt ein neues primordium mit einer vorhandenen zusammen (rot dargestellt). Das neue primordium wird dann in Richtung der Spitze des Behälters verschoben, so dass der vordefinierte Minimalabstand zum nächsten Nachbarn erreicht wird. Die anschließend verteilten primordia werden auf derselben Ebene verteilt, bis der nächste Zusammenstoß auftritt. Am Ende des Vorgangs ist die gesamte Oberfläche des Behälters von primordia bedeckt.

In den Abbildung 3-9 und Abbildung 3-10 sind zwei nach diesem Modell erzeugte Strukturen dargestellt. Die Primordia sind nach der Verteilung durch entsprechende vordefinierte Pflanzenorgane ersetzt worden.





Abbildung 3-9: Phyllotaxis



Abbildung 3-10: Phyllotaxis

## 4 Realistische Modellierung von Pflanzen

Mit stochastischen L-Systemen kann die genetisch bedingte Variation einzelner Individuen simuliert werden. Um Pflanzen aber realistisch darstellen zu können, müssen nicht nur interne Prozesse, wie sie mit den bisherigen L-Systemen dargestellt werden können, berücksichtigt werden, sondern auch externe Faktoren.

### 4.1 Tropismus

„Eine charakteristische Eigenschaft der Turtleinterpretation ist, dass die Richtung nur relativ zur derzeitigen berechnet wird. Bei der Entwicklung von Pflanzen ist jedoch auch die absolute Richtung entscheidend. So spielen äußere Einflüsse wie Licht, Wind und Gravitation auch eine Rolle bei dem Wachstum der Pflanze. Um dies zu simulieren, wird die Turtle nach jedem Segment leicht in die vordefinierte Richtung eines Tropismusvektors gedreht.“ ([09] LP/flow1/page12.html#Ref\_ID18)

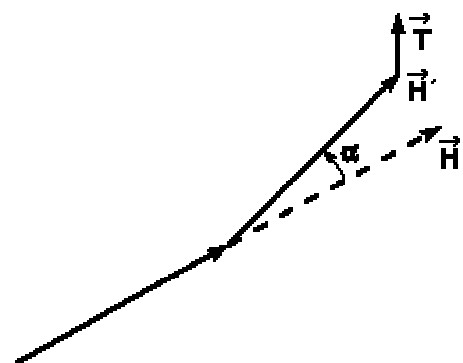
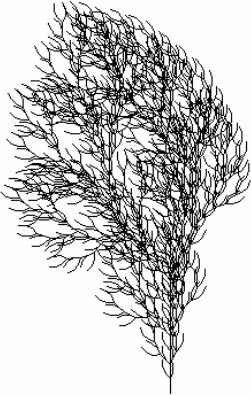
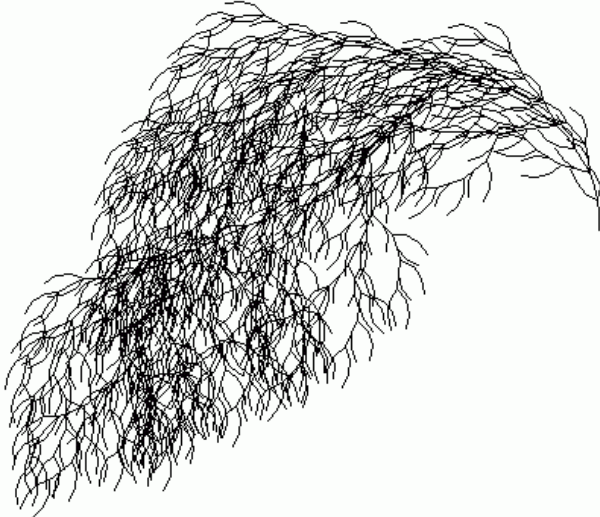
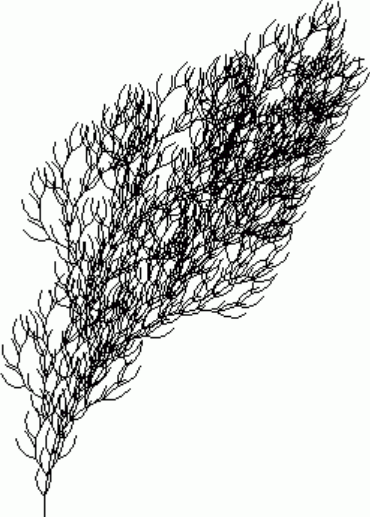
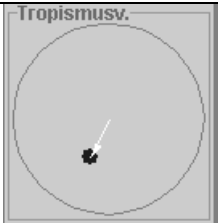
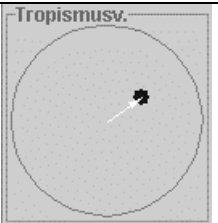


Abbildung 4-1: Tropismusvektor

Abbildung 4-2 zeigt das selbe L-System wie Abbildung 2-8. In Abbildung 4-3 und Abbildung 4-4 wird die Wirkung unterschiedlicher Tropismusvektoren auf diese Struktur dargestellt. Die daraus resultierenden Strukturen lassen noch deutlich die Verwandtschaft mit dem ursprünglichen L-System erkennen, doch kann man den Einfluss externer Faktoren erkennen.



 <p><b>Abbildung 4-2: L-System ohne Tropismus</b></p>	 <p><b>Abbildung 4-3: Auswirkungen Tropismus auf L-System (1)</b></p>	 <p><b>Abbildung 4-4: Auswirkungen Tropismus auf L-System (2)</b></p>
<p>Kein Tropismus</p>		

## 4.2 Externe Beeinflussung des Pflanzenwachstums

In der Natur spielen nicht nur interne und externe Faktoren einzeln eine Rolle, ausschlaggebend ist vielmehr eine Kombination aus beiden.

### 4.2.1 Räumliche Beschränkungen

Umgebungssensitive L-Systeme (environmentally- sensitive L-systems) sind ein Versuch, interne und externe Mechanismen in einem Modell zu kombinieren. Es wird dabei angenommen, dass die Entwicklung des Systems in einem Raum stattfindet, der durch ein Skalar- oder Vektorfeld charakterisiert wird. Die Pflanze, oder Teile davon testen, dabei Punkte des Feldes während ihres Wachstums und werden von den Wertendes Feldes beeinflusst.

Die räumliche Beschränkung von Pflanzen kann so simuliert werden. Zum Beispiel zeigt Abbildung 4-5 die Entwicklung eines einfachen zweidimensionalen L-Systems innerhalb eines begrenzenden Quadrats. Die Zweigspitzen testen, ob sie innerhalb oder außerhalb dieses Bereichs sind. Während der Anfangsphase der Entwicklung schafft der Wachstumszweig der Hauptachse eine Sequenz von Verzweigungen und schlummernde Knospen. Beim Überqueren des begrenzten Bereichs wird der Wachstumszweig beschnitten und ein basispetales Signal ausgesandt, das die nächste schlummernde Knospe aktiviert. Diese initiiert einen seitlichen Zweig, der auf dieselbe Art wächst wie die Anfangsstruktur. Beim Überqueren des begrenzten Bereichs wird der Wachstumszweig wiederum beschnitten und das knospenaktivierende Signal erzeugt. Die letzte Struktur ergibt sich aus der Wiederholung dieses Prozesses.

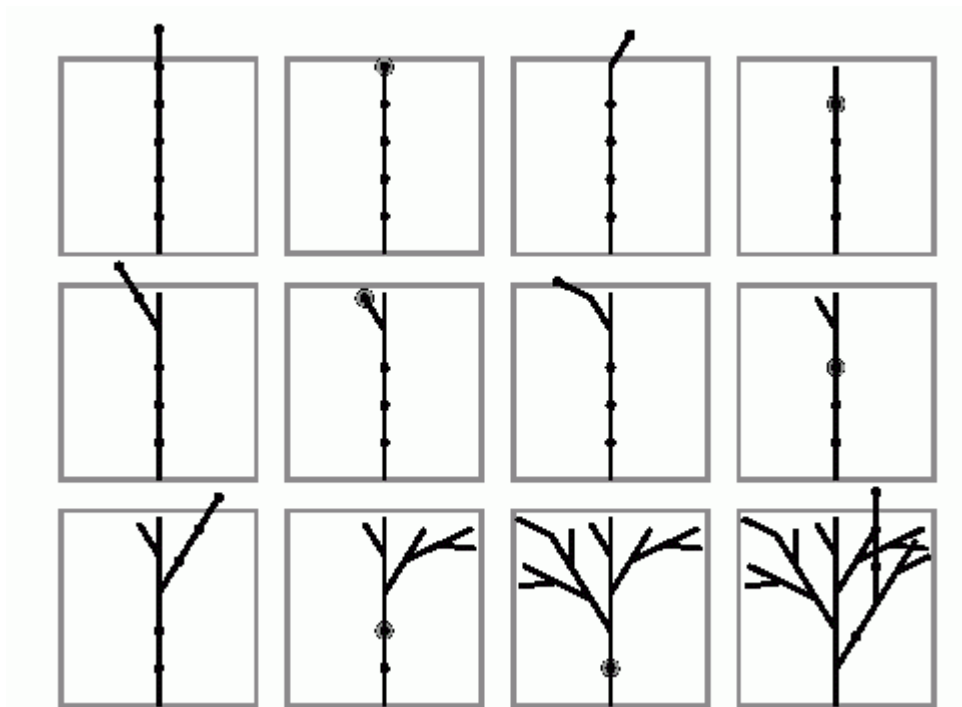


Abbildung 4-5: Modell räumlicher Beschränkungen: Kleine schwarze Kreise zeigen schlummernde Knospen an, die größeren Kreise markieren die Position des Signals S.

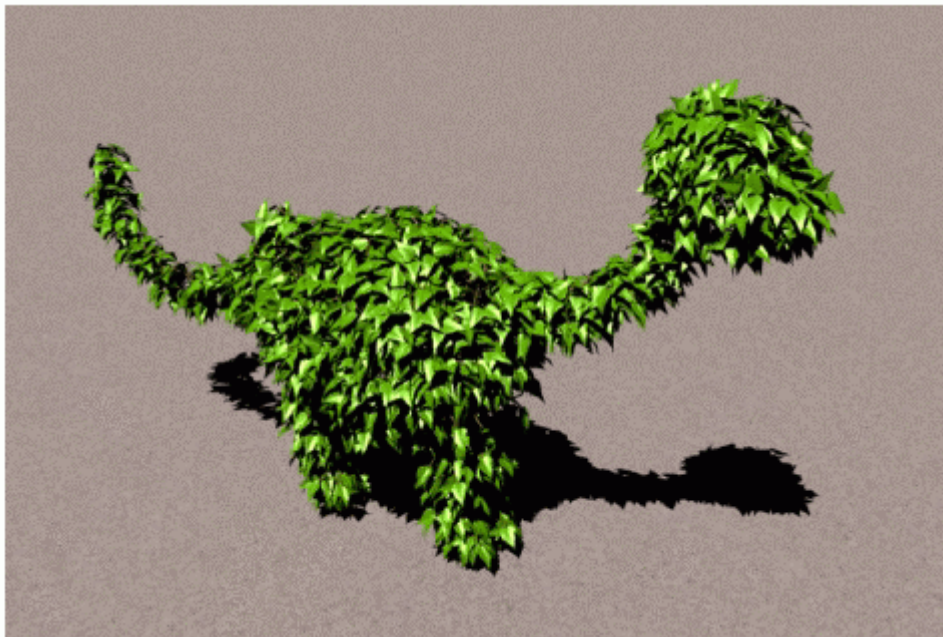


Abbildung 4-6: Beschränkung mehrerer L-Systeme auf eine dinosaurierartige Struktur

## 4.2.2 Interaktion Pflanze-Umgebung

In der Natur sind die Mechanismen zwischen der Pflanze und ihrer Umgebung komplizierter. Die Pflanze und ihre Umgebung beeinflussen sich gegenseitig. Um diesen bidirektionalen

Informationsaustausch zwischen Pflanzen und ihrer Umgebung zu modellieren, werden offene L-Systeme (open L-Systems) verwendet.

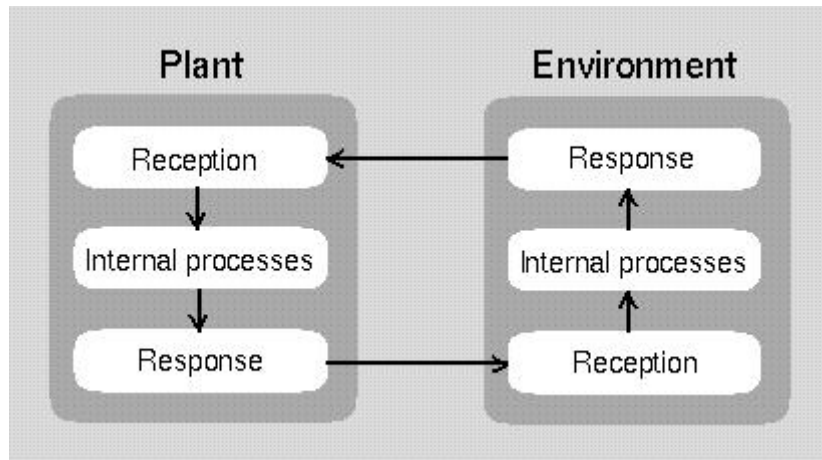


Abbildung 4-7: Schema der Interaktion Pflanze-Umgebung

Es wird dabei angenommen, dass die Entwicklung des Systems in einem Raum stattfindet, der durch ein Skalar- oder Vektorfeld charakterisiert wird. Die Pflanze testet dabei Punkte des Feldes bei ihrem Wachstum und wird von Werten an bestimmten Punkten beeinflusst. Im Unterschied zu Umgebungssensitiven L-Systemen kann die Pflanze außerdem Werte an Punkte des sie umgebenden Feldes senden und so die Umgebung beeinflussen. Bei offenen L-Systemen wird dieser Prozess dadurch simuliert, dass die Umgebung Nachrichten an das L-System senden kann und umgekehrt.

Mit diesem System lässt sich die Entwicklung von Wurzeln wie in Abbildung 4-8 und Abbildung 4-9 darstellen.

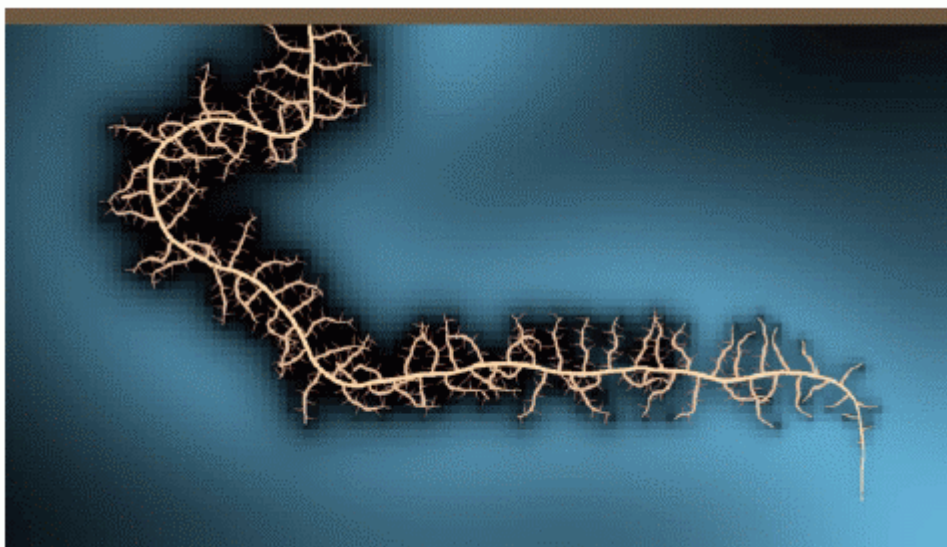
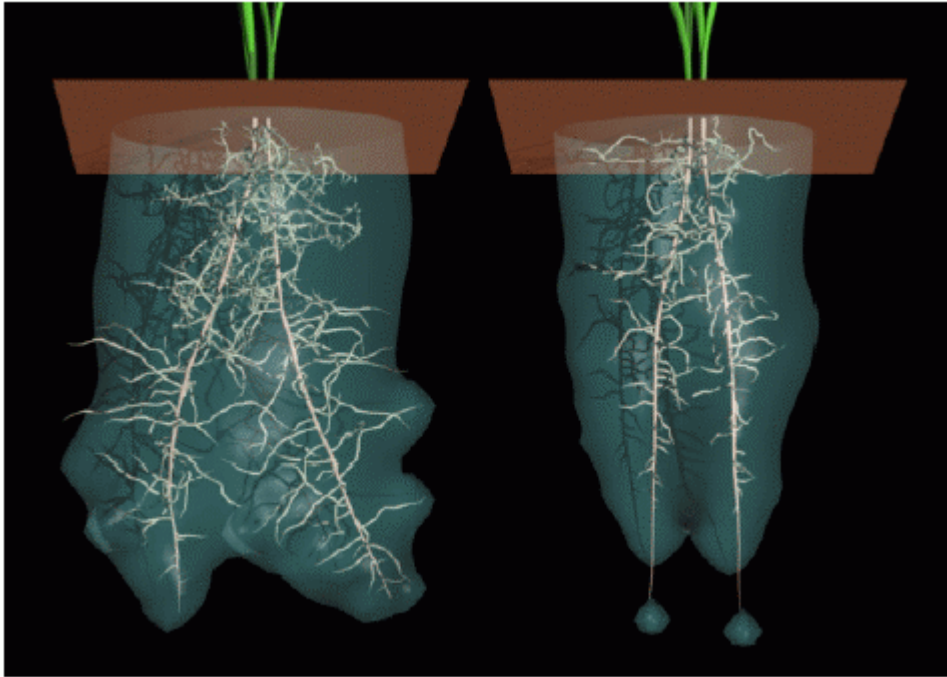
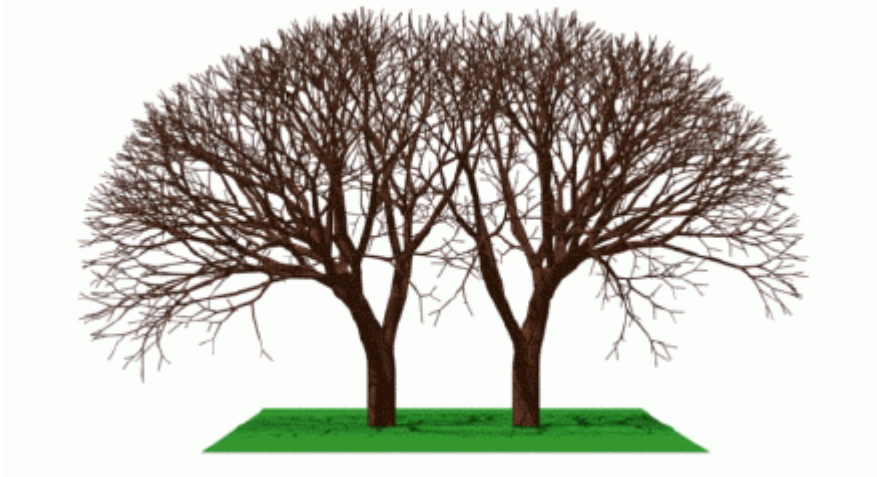


Abbildung 4-8: 2D Wurzel; Hintergrundfarbe stellt Wasserkonzentration dar (blau: hoch, schwarz: tief).



**Abbildung 4-9: Wurzeln; Interaktion Pflanze -Wasser**

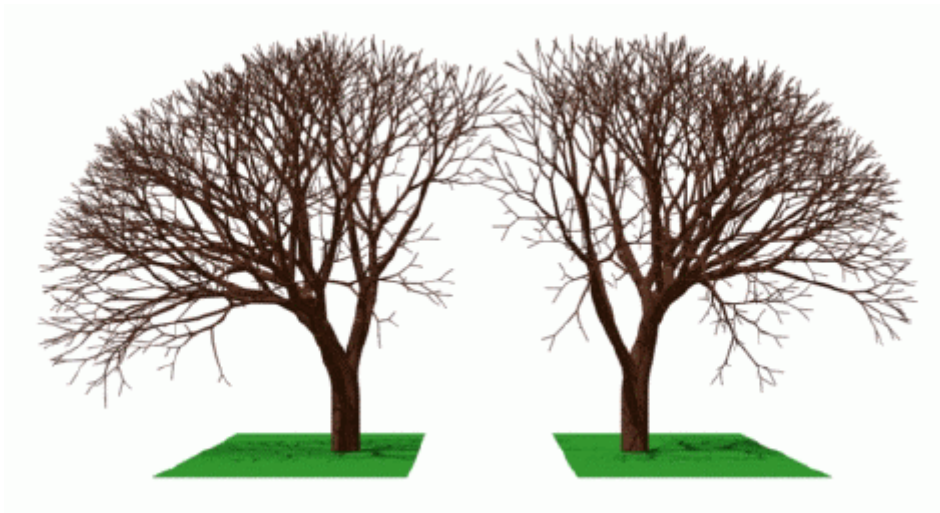
Eine weitere Anwendung ist die Simulation der Konkurrenz von Pflanzen um Licht. In Abbildung 4-10 dargestellten Beispiel kämpfen zwei genetisch identische Bäume um Licht. Anhäufungen von Blättern werfen Schatten auf weiter unten liegende Zweige. Eine Zweigspitze, die sich im Schatten befindet, erzeugt keine neuen Zweige mehr. Ein vorhandener Zweig, dessen Blätter nicht genug Licht erhalten sterben ab und werden vom Baum fallengelassen. Auf diese Art und Weise kontrolliert die Konkurrenz um Licht die Dichte der Baumkronen.



**Abbildung 4-10: Lichtkonkurrenz**

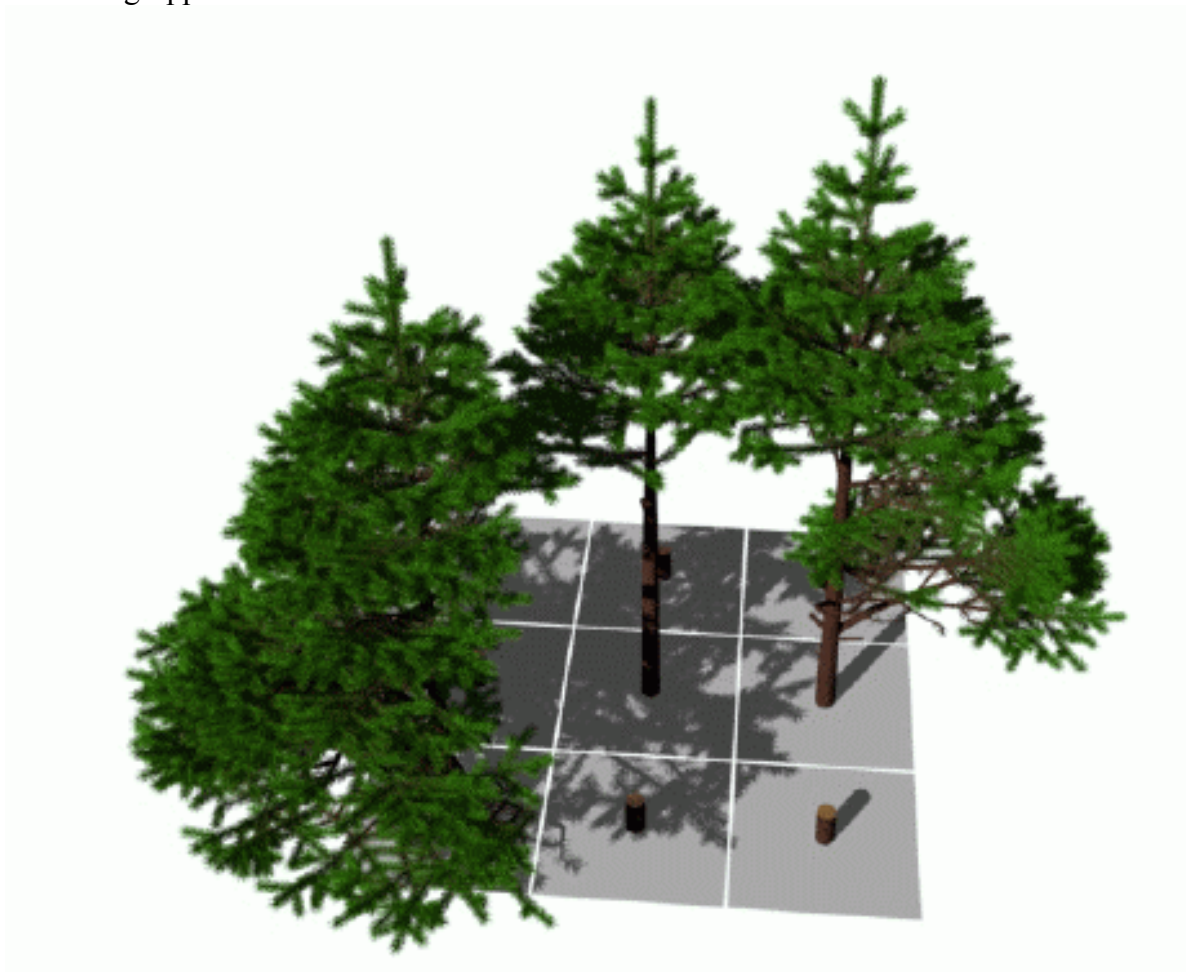
Wenn man die Bäume nachdem sie gewachsen sind auseinander bewegt (Abbildung 4-11), kann man die Anpassung der Baumkronen an den jeweilig anderen Baum in der Konkurrenz um das vorhandene Licht erkennen.





**Abbildung 4-11: Lichtkonkurrenz**

Im folgenden Beispiel (Abbildung 4-12) sieht man das komplexere Zusammenspiel von Licht und Raumkonkurrenz in einem kleinen Waldstück. Der Baum in der Mitte hat seine unteren Äste verloren, da sie zur Gesamtversorgung des Baums durch die Photosynthese nicht ausreichend beitragen. Die äußeren Bäume haben aufgrund der Licht und Raumkonkurrenz asymmetrisch entwickelte Baumkronen. Sie haben aber einige ihrer unteren Äste beibehalten. Dies simuliert die unterschiedliche Entwicklung der Baumkronen am Rand und in der Mitte von Baumgruppen.



**Abbildung 4-12: Waldsimulation mit offenem L-System**

## 5 Anwendung / Probleme von L-Systemen

### 5.1 Realistische Darstellung der Umwelt

Ein offensichtliches Anwendungsgebiet von L-Systemen ist die Darstellung der Umwelt in Filmen und Simulationen. In Kombination mit anderen Techniken, die für die Oberflächengestaltung, Beleuchtung und die Darstellung nicht pflanzlicher Bestandteile der Szene dienen, liefern L-Systeme überzeugende Ergebnisse wie in Abbildung 5-1, die einen Zoom in eine solche Szene zeigt. Die Beispielszene enthält ungefähr 102.000 Pflanzen, bestehend aus  $2 \cdot 10^9$  Polygonen und Zylindern.

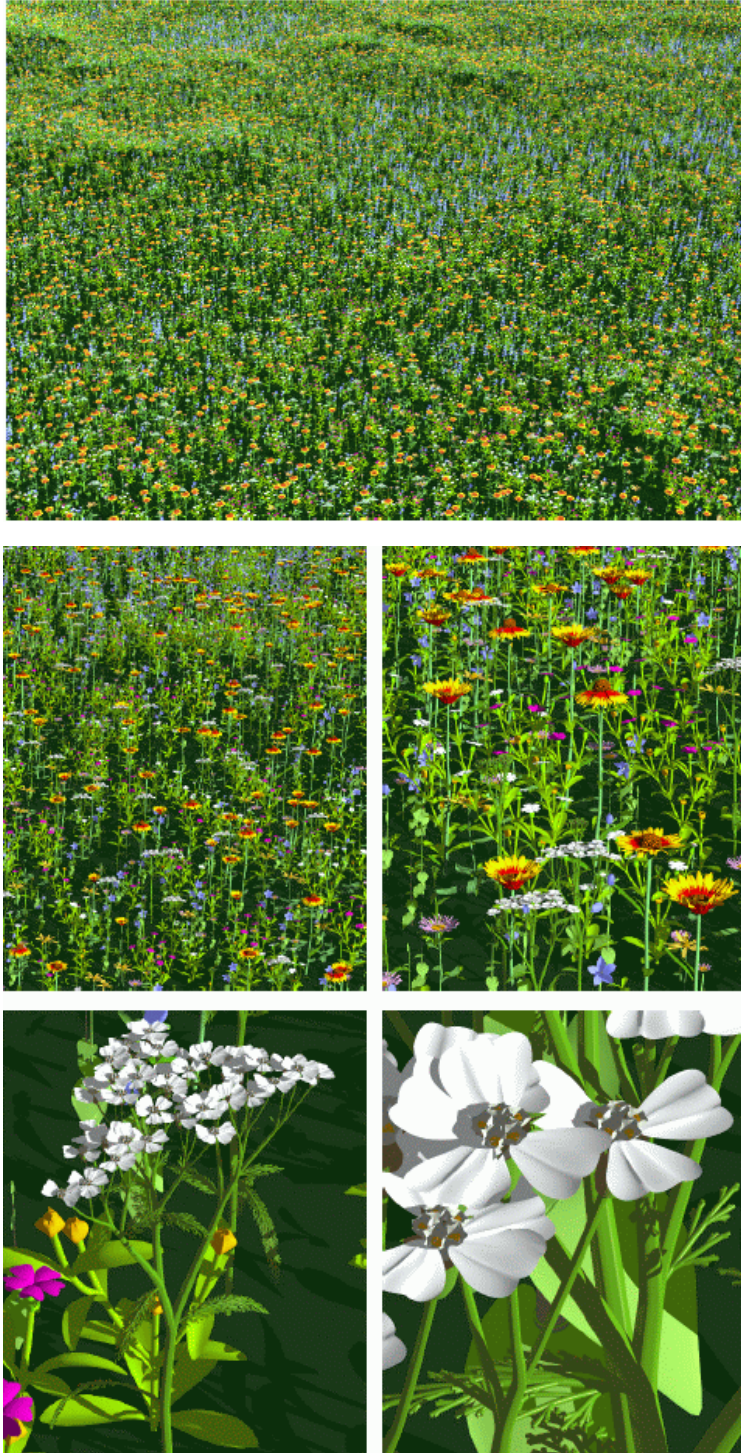


Abbildung 5-1: Darstellung der Umwelt mit L-Systemen



Realistische, mit ihrer Umgebung interagierende Pflanzenmodelle bilden aber auch eine objektive Entscheidungsgrundlage in der Landschaftsplanung und -gestaltung. Vor allem die Option die Entwicklung von Pflanzen über einen bestimmten Zeitraum hinweg simulieren zu können, ermöglicht eine bessere Planbarkeit als mit statischen, von der Erfahrung des Gestalters abhängigen Modellen.

## 5.2 Biologische Modelle

L-Systeme können dazu dienen die Richtigkeit biologischer Modelle zu überprüfen. In der Natur nicht direkt beeinflussbare Parameter können gelenkt und die Ergebnisse in einer kontrollierbaren Umgebung ohne störende Einflüsse simuliert werden. Durch die Möglichkeit, biologische Zustände und Abläufe zeitlich zu manipulieren, können Ergebnisse schneller betrachtet werden.

## 5.3 Das Interferenzproblem

Unter dem Interferenzproblem versteht man die Schwierigkeit, zu einer Pflanze das passende L-System zu finden und dazu realistische Parameter und Produktionen zu bestimmen, um ein biologisch exaktes Modell zu erhalten. Es existieren Methoden und Algorithmen die diesen Prozess vereinfachen können, diese sind jedoch zu unflexibel, um in allen Fällen angewendet werden zu können. Man muss also das richtige L-System meist also weiterhin durch Versuch und Irrtum bestimmen.

Ein interessanter, aber noch sehr eingeschränkter und experimenteller Ansatz wird in ([05]) vorgeschlagen. Darin wird eine Benutzerschnittstelle eingeführt, welche die halbautomatische Extraktion von Parametern für Pflanzenmodelle direkt von Pflanzenphotographien vornimmt. Diese Methode vereinfacht das Erschaffen realistischer Blätter und Verzweigungsformen, weil die manuelle Definition einer großen Anzahl von Parametern durch direkt wahrnehmbare Längen- und Winkelangaben ersetzt wird. Ein nach dieser Methode erzeugtes Blatt wird in Abbildung 5-3 gezeigt. Abbildung 5-2 zeigt das zugehörige Benutzerinterface in der Praxis, mit von Hand eingezeichneten Parametern.



Abbildung 5-2: Userinterface zur Bestimmung L-System Parameter



Abbildung 5-3: mit extrahierten Parametern erzeugtes Blatt

## 6 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1-1: Billboard Schema.....	3
aus [12]	
Abbildung 1-2: Landschaft mit Bäumen (transparent) .....	3
aus [04]	
Abbildung 1-3: Landschaft mit Bäumen (billboards erkennbar) .....	3
aus [04]	
Abbildung 1-4: handmodelliertes Pflanzenmodell.....	3
aus [13]	
Abbildung 1-5: durch Grammatik modelliertes Pflanzenmodell .....	4
aus <a href="http://www.cpsc.ucalgary.ca/Redirect/bmv/lstudio/">www.cpsc.ucalgary.ca/Redirect/bmv/lstudio/</a>	
Abbildung 2-1: Turtlekommandos in 2D .....	5
aus [11]	
Abbildung 2-2: Turtle- Interpretation der Kochkurve bei n=1 .....	5
aus [15]	
Abbildung 2-3: Kochkurve n=3 .....	6
erstellt mit Fractint for Windows Version 18.21	
Abbildung 2-4: Kochkurve n=5 .....	6
erstellt mit Fractint for Windows Version 18.21	
Abbildung 2-5: Turtlekommandos in 3D .....	6
aus [11]	
Abbildung 2-6: Ableitungsbaum.....	7
aus [11]	
Abbildung 2-7: $F[+F][-F[-F]F]F[+F][-F]$ .....	7
aus [11]	
Abbildung 2-8: geklammertes L-System Beispiel a) .....	8
erstellt mit Fractint for Windows Version 18.21	
Abbildung 2-9: geklammertes L-System Beispiel b).....	8
erstellt mit Fractint for Windows Version 18.21	
Abbildung 2-10: geklammertes L-System Beispiel c) .....	8
erstellt mit Fractint for Windows Version 18.21	
Abbildung 2-11: Variationen in einem stochastischem L-System.....	9
aus [14]	
Abbildung 2-12: Basispetale Signalausbreitung .....	11
aus [10]	
Abbildung 2-13: Akropetale Signalausbreitung.....	11
aus [10]	
Abbildung 3-1: Blüte mit vordefinierten Oberflächen .....	12
aus [07]	
Abbildung 3-2: Blatt (contour tracing Modell).....	13
erstellt mit LSystem5	
Abbildung 3-3: Buschartige Struktur (v. vorne) .....	13
erstellt mit LSystem5	
Abbildung 3-4: Buschartige Struktur (v. oben).....	13
erstellt mit LSystem5	
Abbildung 3-6: Entwicklung eines Blatts (nach Framework Ansatz).....	14
erstellt mit LSystem5	
Abbildung 3-7: zusammengesetzte Blätter .....	14
aus [11]	



Abbildung 3-8: Kollisionsbasierendes Modell der Phyllotaxis.....	15
Photomontage basierend auf "Collision-based model of spiral phyllotaxis"	
© 1992 D. Fowler, P. Prusinkiewicz, and J. Battjes. aus [10]	
Abbildung 3-9: Phyllotaxis .....	16
aus [03]	
Abbildung 3-10: Phyllotaxis .....	16
aus [03]	
Abbildung 4-1: Tropismusvektor .....	16
aus [11]	
Abbildung 4-2: L-System ohne Tropismus .....	17
erstellt mit Java-Applet aus [11]	
Abbildung 4-3: Auswirkungen Tropismus auf L-System (1) .....	17
erstellt mit Java-Applet aus [11]	
Abbildung 4-4: Auswirkungen Tropismus auf L-System (2) .....	17
erstellt mit Java-Applet aus [11]	
Abbildung 4-5: Modell räumlicher Beschränkungen.....	18
aus [08]	
Abbildung 4-6: Beschränkung mehrerer l-Systeme auf eine dinosaurierartige Struktur .....	18
aus [08]	
Abbildung 4-7: Schema der Interaktion Pflanze-Umgebung .....	19
aus [06]	
Abbildung 4-8: 2D Wurzel.....	19
aus [06]	
Abbildung 4-9: Wurzeln; Interaktion Pflanze -Wasser .....	20
aus [06]	
Abbildung 4-10: Lichtkonkurrenz.....	20
aus [06]	
Abbildung 4-11: Lichtkonkurrenz.....	21
aus [06]	
Abbildung 4-12: Waldsimulation mit offenem L-System.....	21
aus [06]	
Abbildung 5-1: Darstellung der Umwelt mit L-Systemen .....	22
aus [01]	
Abbildung 5-2: Userinterface zur Bestimmung L-System Parameter .....	23
aus [05]	
Abbildung 5-3: mit extrahierten Parametern erzeugtes Blatt.....	23
aus [05]	

## 7 Literaturverzeichnis

- [01] Oliver Deussen, Pat Hanrahan, Bernd Lintermann, Radomir Mech, Matt Pharr, and Przemyslaw Prusinkiewicz. *Realistic modeling and rendering of plant ecosystems*. Proceedings of SIGGRAPH 98 (Orlando, Florida, July 19-24, 1998). In Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, 1998, ACM SIGGRAPH, Seiten 275-286.
- [02] James Foley, Andries van Dam, Steven Feiner, John Hughes. *Computer Graphics: Principles and Practice*. Addison- Wesley- Verlag, USA, 1996.
- [03] Deborah R. Fowler, Przemyslaw Prusinkiewicz, and Johannes Battjes *A Collision-based Model of Spiral Phyllotaxis*. Proceedings of SIGGRAPH '92 (Chicago, Illinois, July 26-31, 1992), In Computer Graphics, 26, 2, (July 1992), ACM SIGGRAPH, New York, Seiten 361-368.
- [04] Bettina Geier, Karin Egger, Andreas Muhar. *Integrierte 3D-Visualisierungs-Systeme für die Landschaftsplanung: Konzepte und Marktrealität*. In Corp 2001, Seiten 231- 235.
- [05] Stefan Maierhofer, Robert F. Tobler; *Creation of Realistic Plants Using Semi-Automatic Parameter Extraction From Photographs*; TR VRVis 2002 002
- [06] Radomir Mech and Przemyslaw Prusinkiewicz. *Visual Models of Plants Interacting with Their Environment*. Proceedings of SIGGRAPH 96 (New Orleans, Louisiana, August 4-9, 1996). In Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, 1996, ACM SIGGRAPH, Seiten 397-410.
- [07] Przemyslaw Prusinkiewicz, Mark Hammel, Radomir Mech, and Jim Hanan. *The artificial life of plants*. In Artificial life for graphics, animation, and virtual reality, volume 7 of SIGGRAPH '95 Course Notes, Seiten 1-1 - 1-38. ACM SIGGRAPH, 1995.
- [08] Przemyslaw Prusinkiewicz, Mark James, and Radomir Mech. *Synthetic topiary*. Proceedings of SIGGRAPH 94 (Orlando, Florida, July 24-29, 1994). In Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, 1994, ACM SIGGRAPH, Seiten 351-358.
- [09] Przemyslaw Prusinkiewicz, Aristid Lindenmayer. *The algorithmic beauty of plants*. Springer-Verlag, New-York, 1990.
- [10] <http://www.cpsc.ucalgary.ca/Redirect/bmv/vmm-deluxe/TitlePage.html>
- [11] <http://olli.informatik.uni-oldenburg.de/lily/LP/start.html>
- [12] <http://www.vterrain.org/Plants/modelling.html>
- [13] <http://astronomy.swin.edu.au/~pbourke/modelling/plants/>
- [14] <http://home.wtal.de/schwebin/lsys/lsysinhalt.html>
- [15] <http://www.math.okstate.edu/mathdept/dynamics/lecnotes/node12.html>
- [16] <http://home.wtal.de/schwebin/lsys/lssystem.htm>

Software:

- [17] <http://www.geocities.com/tpertz/L4Home.htm>
- [18] <http://www.fractint.org>