

Формальные языки 7

Задача 1. Привести грамматику арифметических выражений из прошлого домашнего задания в Нормальную Форму Хомского: можно вручную или написать свой преобразователь. В отчете привести грамматику по итогу каждого шага.

Решение. Пусть $\Sigma = \{\mathbb{N} \text{ (false = 0, true = 1)}, (,), ||, \&\&, =, \neq, \leq, <, \geq, >, +, -, *, /, ^\}$

- Исходная грамматика:

$\langle \Sigma, \{\text{Atom, Or, And, Ord, Sum, Prod, Deg}\}, P, \text{Atom} \rangle$

P:

- $\text{Atom} \rightarrow \Sigma \mid (\text{Or}) \mid \text{Or}$
- $\text{Or} \rightarrow \text{And} \mid \text{And} (||) \text{Or}$
- $\text{And} \rightarrow \text{Ord} \mid \text{Ord} (\&\&) \text{And}$
- $\text{Ord} \rightarrow \text{Sum} \mid \text{Sum} (=| \neq | \leq | < | \geq | >) \text{Sum}$
- $\text{Sum} \rightarrow \text{Prod} \mid \text{Sum} (+|-) \text{Prod}$
- $\text{Prod} \rightarrow \text{Deg} \mid \text{Prod} (*|/) \text{Deg}$
- $\text{Deg} \rightarrow \text{Atom} \mid \text{Atom} (^) \text{Deg}$

- Удаление длинных правых частей:

$\langle \Sigma, \{\text{Atom, Or, And, Ord, Sum, Prod, Deg}\}, P, \text{Atom} \rangle$

P:

- $\text{Atom} \rightarrow \Sigma \mid \text{Or} \mid '(\text{Atom}_1$
- $\text{Atom}_1 \rightarrow \text{Or})'$
- $\text{Or} \rightarrow \text{And} \mid \text{And Or}_1$
- $\text{Or}_1 \rightarrow (||) \text{Or}$
- $\text{And} \rightarrow \text{Ord} \mid \text{Ord And}_1$
- $\text{And}_1 \rightarrow (\&\&) \text{And}$
- $\text{Ord} \rightarrow \text{Sum} \mid \text{Sum Ord}_1$
- $\text{Ord}_1 \rightarrow (=| \neq | \leq | < | \geq | >) \text{Sum}$
- $\text{Sum} \rightarrow \text{Prod} \mid \text{Sum Sum}_1$
- $\text{Sum}_1 \rightarrow (+|-) \text{Prod}$
- $\text{Prod} \rightarrow \text{Deg} \mid \text{Prod Prod}_1$
- $\text{Prod}_1 \rightarrow (*|/) \text{Deg}$
- $\text{Deg} \rightarrow \text{Atom} \mid \text{Atom Deg}_1$
- $\text{Deg}_1 \rightarrow (^) \text{Deg}$

- Удаление ϵ -продукций:

не требуется

- Удаление цепных продукций:

$\langle \Sigma, \{\text{Atom, Or, And, Ord, Sum, Prod, Deg}\}, P, \text{Atom} \rangle$

P:

- $\text{Atom} \rightarrow \Sigma \mid '(\text{Atom}_1 \mid \text{Atom Deg}_1 \mid \text{Prod Prod}_1 \mid \text{Sum Sum}_1 \mid \text{Sum Ord}_1 \mid \text{Ord And}_1 \mid \text{And Or}_1$
- $\text{Atom}_1 \rightarrow \text{Or})'$
- $\text{Or} \rightarrow \Sigma \mid '(\text{Atom}_1 \mid \text{Atom Deg}_1 \mid \text{Prod Prod}_1 \mid \text{Sum Sum}_1 \mid \text{Sum Ord}_1 \mid \text{Ord And}_1 \mid \text{And Or}_1$
- $\text{Or}_1 \rightarrow (||) \text{Or}$
- $\text{And} \rightarrow \Sigma \mid '(\text{Atom}_1 \mid \text{Atom Deg}_1 \mid \text{Prod Prod}_1 \mid \text{Sum Sum}_1 \mid \text{Sum Ord}_1 \mid \text{Ord And}_1$

- And₁ → (&&) And
- Ord → ∑ | '(' Atom₁ | Atom Deg₁ | Prod Prod₁ | Sum Sum₁ | Sum Ord₁
- Ord₁ → (=|≠|≤|<|≥|>) Sum
- Sum → ∑ | '(' Atom₁ | Atom Deg₁ | Prod Prod₁ | Sum Sum₁
- Sum₁ → (+|-) Prod
- Prod → ∑ | '(' Atom₁ | Atom Deg₁ | Prod Prod₁
- Prod₁ → (*|/) Deg
- Deg → ∑ | '(' Atom₁ | Atom Deg₁
- Deg₁ → (^) Deg

• Удаление бесполезных символов:

все нетерминалы порождающие, но Atom = Or, поэтому его можно удалить

< ∑, {Or, And, Ord, Sum, Prod, Deg}, P, Or >

P:

- Atom₁ → Or ')'
- Or → ∑ | '(' Atom₁ | Or Deg₁ | Prod Prod₁ | Sum Sum₁ | Sum Ord₁ | Ord And₁ | And Or₁
- Or₁ → (||) Or
- And → ∑ | '(' Atom₁ | Or Deg₁ | Prod Prod₁ | Sum Sum₁ | Sum Ord₁ | Ord And₁
- And₁ → (&&) And
- Ord → ∑ | '(' Atom₁ | Or Deg₁ | Prod Prod₁ | Sum Sum₁ | Sum Ord₁
- Ord₁ → (=|≠|≤|<|≥|>) Sum
- Sum → ∑ | '(' Atom₁ | Or Deg₁ | Prod Prod₁ | Sum Sum₁
- Sum₁ → (+|-) Prod
- Prod → ∑ | '(' Atom₁ | Or Deg₁ | Prod Prod₁
- Prod₁ → (*|/) Deg
- Deg → ∑ | '(' Atom₁ | Or Deg₁
- Deg₁ → (^) Deg

• Ликвидация ситуаций, когда в правиле несколько терминалов:

< ∑, {Or, And, Ord, Sum, Prod, Deg, Lbr, Rbr, Disj, Conj, Eq, Neq, Leq, Le, Geq, Ge, Plus, Minus, Mul, P, >

P:

- Atom₁ → Or Rbr
- Or → ∑ | Lbr Atom₁ | Or Deg₁ | Prod Prod₁ | Sum Sum₁ | Sum Ord₁ | Ord And₁ | And Or₁
- Or₁ → Disj Or
- And → ∑ | Lbr Atom₁ | Or Deg₁ | Prod Prod₁ | Sum Sum₁ | Sum Ord₁ | Ord And₁
- And₁ → Conj And
- Ord → ∑ | Lbr Atom₁ | Or Deg₁ | Prod Prod₁ | Sum Sum₁ | Sum Ord₁
- Ord₁ → (Eq | Neq | Leq | Le | Geq | Ge) Sum
- Sum → ∑ | Lbr Atom₁ | Or Deg₁ | Prod Prod₁ | Sum Sum₁
- Sum₁ → (Plus | Minus) Prod
- Prod → ∑ | Lbr Atom₁ | Or Deg₁ | Prod Prod₁
- Prod₁ → (Mul | Div) Deg
- Deg → ∑ | Lbr Atom₁ | Or Deg₁
- Deg₁ → Pow Deg
- Lbr → (
- Rbr →)
- Disj → ||
- Conj → &&
- Eq → ==
- Neq → ≠
- Leq → ≤

- Le $\rightarrow <$
- Geq $\rightarrow \geq$
- Ge $\rightarrow >$
- Plus $\rightarrow +$
- Minus $\rightarrow -$
- Mul $\rightarrow *$
- Div $\rightarrow /$
- Pow $\rightarrow ^$

□