

Формальные языки 6

Задача 1. Перечислить слова языка $L_1 \cap L_2$, где $L_1 = (ab)^n \mid n \geq 0$ и $L_2 = a^m b^m \mid m \geq 0$. Доказать, что других цепочек в пересечении нет.

Решение. $L_1 = \{\emptyset, ab, abab, ababab, \dots\}$ - слова, состоящие из n пар ab

$L_2 = \{\emptyset, ab, aabb, aaabbb, \dots\}$ - слова, состоящие из m a и m b

$L_1 \cap L_2 = \{\emptyset, ab\}$.

Других цепочек нет - следует из структуры. □

Задача 2. Описать язык L , порождаемый грамматикой $\langle \{0, 1\}, \{S\}, \{S \rightarrow 01 \mid 0S1\}, S \rangle$,

- на естественном языке
- как множество

Привести три различных дерева вывода для трех цепочек языка L .

Решение. Описание языка:

- на естественном языке: в L входят слова, состоящие из равного количества 0 и 1, при этом сначала идут все 0, а затем - все 1
- как множество: $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$

Деревья вывода:

- $01 \rightarrow$ дерево
 - $0011 \rightarrow$ дерево
 - $000111 \rightarrow$ дерево
-

Задача 3. Привести контекстно-свободную грамматику для языка арифметических выражений с правильным приоритетом операций и ассоциативностью

Решение. Пусть $\Sigma = \mathbb{Z}$ (false = 0, true = 1)

$\langle \Sigma, \{\text{Atom}, \text{Or}, \text{And}, \text{Ord}, \text{Sum}, \text{Mul}, \text{Pow}\}, P, \text{Atom} \rangle$

P :

- $\text{Atom} \rightarrow \sum \mid (\text{Or})$
 - $\text{Or} \rightarrow \text{And} \mid \text{And} (||) \text{Or}$
 - $\text{And} \rightarrow \text{Ord} \mid \text{Ord} (\&\&) \text{And}$
 - $\text{Ord} \rightarrow \text{Sum} \mid \text{Sum} (= \mid \neq \mid \leq \mid < \mid \geq \mid >) \text{Sum}$
 - $\text{Sum} \rightarrow \text{Mul} \mid \text{Sum} (+ \mid -) \text{Mul}$
 - $\text{Mul} \rightarrow \text{Pow} \mid \text{Mul} (* \mid /) \text{Pow}$
 - $\text{Pow} \rightarrow \text{Atom} \mid \text{Atom} (^) \text{Pow}$
-