

# Анализ времени связывания для реляционных программ

1<sup>st</sup> Ирина Артемьева  
Университет ИТМО  
Санкт-Петербург, Россия  
irinapluralia@gmail.com

2<sup>nd</sup> Екатерина Вербицкая  
JetBrains Research  
Санкт-Петербург, Россия  
kajigor@gmail.com

Аннотация—Программы в парадигме реляционного программирования представляют собой математические отношения. Программы-отношения можно исполнять в различных направлениях: зафиксировав часть аргументов программы, находить значение остальных. Не всегда исполнение программы в заданном направлении эффективно. Одним из способов улучшения производительности является трансляция реляционных программ в функциональные. Для генерации функции по отношению необходимо определить порядок связывания имен в программе с учетом заданного направления. Для этого традиционно применяется анализ времени связывания, однако для реляционных языков ранее его разработано не было. В статье мы предлагаем алгоритм анализа времени связывания для языка реляционного программирования miniKanren.

Index Terms—Реляционное программирование, анализ времени связывания, статический анализ

## I. Введение

Реляционное программирование — парадигма, в которой любая программа описывает математическое отношение на ее аргументах. Имея программу-отношение, можно выполнять запросы: указывая некоторые известные аргументы, получать значения остальных. Например,  $add^o \subseteq Int \times Int \times Int$  описывает отношение, третий аргумент которого является суммой первых двух. Рассмотрим возможные направления вычисления этого отношения (здесь и далее входной аргумент будем обозначать  $?$ ). Выполнение отношения  $add^o x y ?$  с зафиксированными (выходными) первым и вторым аргументом найдет их сумму, а  $add^o ? y z$  найдет такие числа, которые в сумме с  $y$  дадут  $z$ . Также можно найти одновременно значения нескольких аргументов:  $add^o ? ? z$  найдет такие пары чисел, что в сумме они равны  $z$ , а  $add^o ? ? ?$  перечислит все тройки из отношения.

Таким образом, мы можем говорить о выборе направления вычисления. Часто при написании программы подразумевается некоторое конкретное направление, называемое прямым (например,  $add^o x y ?$ ), все остальные направления обычно называются обратными. Возможность выполнения в различных направлениях — основное преимущество реляционного программирования. Это своеобразный шаг к декларативности:

достаточно написать одну программу для получения множества целевых функций.

Реляционному программированию родственно логическое, представленное такими языками, как Prolog и Mercury<sup>1</sup> [1]. Основным представителем парадигмы реляционного программирования является семейство интерпретируемых языков miniKanren<sup>2</sup>. Языки семейства miniKanren компактны и встраиваются в языки общего назначения, за счет чего их проще использовать в своих проектах. Для встраивания достаточно реализовать интерпретатор языка miniKanren: ядро языка на Scheme занимает не более, чем 40 строк [2]. Помимо этого, miniKanren реализует полный поиск со стратегией interleaving, поэтому любая программа, написанная на нем, найдет все существующие ответы, в то время как Prolog может никогда не завершить поиск. В этой статье мы будем говорить про miniKanren.

Возможность выполнения программ на miniKanren в различных направлениях позволяет решать задачи поиска посредством решения задачи распознавания [3]. Так, имея интерпретатор языка, можно решать задачу синтеза программ на этом языке по набору тестов [4]; имея функцию, проверяющую, что некоторая последовательность вершин в графе формирует путь с желаемыми свойствами, получать генератор таких путей и так далее.  $N$ -местную функцию-распознаватель, реализованную на некотором языке программирования, можно автоматически транслировать на miniKanren, получив  $N + 1$ -местное отношение, связывающее аргументы функции с булевым значением [3] (истина соответствует успешному распознаванию). Зафиксировав значение  $N + 1$ -ого булевого аргумента, можно выполнять поиск. Ценность такого подхода в его простоте: решение задачи поиска всегда труднее, чем реализация распознавателя.

К сожалению, выполнение отношения в обратном направлении обычно крайне не эффективно. В [3] для решения этой проблемы используется специализация. В статье показано, что специализация приводит к су-

<sup>1</sup>Официальный сайт языка Mercury: <http://mercurylang.org/>, дата последнего посещения: 11.02.2020

<sup>2</sup>Официальный сайт языка miniKanren: <http://minikanren.org/>, дата последнего посещения: 11.02.2020

щественному приросту скорости работы программы. Однако чтобы избавиться от всех накладных расходов, связанных с интерпретацией программы, необходим Джонс-оптимальный специализатор [5]. К сожалению, реализация такого специализатора — нетривиальная задача.

В данное время авторами ведется работа над альтернативным подходом улучшения производительности программы в заданном направлении. Для этого по отношению с заданным направлением генерируется функция на функциональном языке программирования Haskell. Таким образом можно избежать затрат на интерпретацию. Особенностью реляционного программирования является отсутствие строгого порядка исполнения программы: особенно сильно он может разниться для разных направлений. Это затрудняет трансляцию в функциональные языки программирования. Для успешной трансляции необходимо определить порядок исполнения программ с учетом направления. Для решения такой задачи используется анализ времени связывания (binding time analysis). Функционально-логический язык программирования Mercury использует анализ времени связывания как шаг компиляции [6], однако для реляционных языков ранее не применялся. В данной статье мы представляем алгоритм времени связывания для реляционного программирования.

В разделе II мы описываем язык miniKanren, используемый в статье. Раздел III содержит схему его трансляции в функциональный язык, а также описание возникающих при этом трудностей. Алгоритм анализа времени связывания для miniKanren приведен в разделе IV. В заключении (раздел V) мы подводим выводы и описываем планы на дальнейшую работу.

## II. Язык программирования miniKanren

Семейство языков miniKanren дало рождение парадигме реляционного программирования. Это минималистичные языки, встраиваемые в языки программирования общего назначения. Помимо простоты использования при разработке конечных приложений, miniKanren реализует полный поиск: все существующие решения будут найдены, пусть и за длительное время. Классический представитель родственной парадигмы логического программирования Prolog этим свойством не обладает: исполнение программы может не завершиться, даже если не все решения были вычислены. Незавершаемость программ на Prolog — свойство стратегии поиска решения. Для устранения потенциальной нетерминируемости используются нереляционные конструкции, такие как cut. Эта особенность существенно усложняет и часто делает невозможным исполнение в обратном направлении. Язык miniKanren же является чистым: все языковые конструкции обратимы.

Программа на miniKanren состоит из набора определений отношений. Определение имеет имя, список

аргументов и тело. Тело отношения является целью, которая может содержать унификацию термов и вызовы отношений, скомбинированные при помощи дизъюнкций и конъюнкций. Терм представляет собой или переменную, или конструктор с именем и списком подтермов. Свободные переменные вводятся в область видимости при помощи конструкции fresh.

$$\begin{aligned} \text{Goal} : & \text{Goal} \vee \text{Goal} \\ & | \text{Goal} \wedge \text{Goal} \\ & | \text{Term} \equiv \text{Term} \\ & | \text{invoke Name [Term]} \\ & | \text{fresh [Var] Goal} \\ \text{Term} : & \text{Var} \\ & | \text{cons Name [Term]} \end{aligned}$$

Пример программы на языке miniKanren, связывающей три списка, где третий является конкатенацией первых двух, приведен ниже. Мы используем `[]` как сокращение для пустого списка (cons Nil []) и  $h : t$  для конструктора списка с головой  $h$  и хвостом  $t$  (cons Cons  $[h, t]$ ), а  $[x_0, x_1, \dots, x_n]$  — для обозначения списка с элементами  $x_0, x_1, \dots, x_n$ .

```
appendo x y xy =
  (x == [] /\ y == xy) \/
  (fresh [h, t, r] (
    x == h : t /\
    xy == h : r /\
    invoke "appendo" [t, y, r]
  ))
```

Исполнение этого отношения в прямом направлении на двух заданных списках `appendo [1, 2] [3] ?` вернет их конкатенацию `[1, 2, 3]`. Если исполнить его в обратном направлении, оставив первые два аргумента неизвестными, мы получим все возможные разбиения данного списка на два: результатом `appendo ? ? [1, 2, 3]` является множество пар  $\{([], [1, 2, 3]), ([1], [2, 3]), ([1, 2], [3]), ([1, 2, 3], [])\}$ .

## III. Трансляция в функциональный язык

Рассмотрим схему трансляции miniKanren в Haskell в первом приближении. Отношение с выбранным направлением соответствует одной функции. Каждая дизъюнкция — новое уравнение этой функции. Конъюнкция представляет собой или унификацию, или вызов другого отношения. При трансляции все вызовы превращаются в определения переменных, а унификации — либо так же в определения переменных, либо становятся переменными сопоставления с образцом для соответствующего уравнения. В результате трансляции ожидается получить функцию на Haskell, семантика вычисления которой соответствует семантике вычисления отношения в выбранном направлении на miniKanren. Так

же ожидается, что время выполнения вычислений на Haskell будет ощутимо меньше времени выполнения на miniKanren. Рассмотрим примеры трансляции *append<sup>o</sup>* в различных направлениях.

При прямом направлении первый и второй аргументы — входные, третий — выходной. Здесь два дизъюнкта, поэтому функция на Haskell состоит из двух уравнений. В первом дизъюнкте ?? два конъюнкта-унификации. Первый становится сопоставлением с образцом первого аргумента, а второй — определением, которое позволяет получить значение третьего аргумента. Во втором дизъюнкте три конъюнкта. Первый ?? — унификация, первого аргумента — становится сопоставлением с образцом. Второй ?? — так же унификация — становится определением третьего аргумента. Третий ?? — вызов отношения *append<sup>o</sup>* — должен стать определением. На данном этапе необходимо определить подходящее направление вычисления вызываемого отношения. Так как мы знаем, что данный вызов рекурсивный — будем считать, что направление соответствует направлению при трансляции. Пример соответствующей трансляции в язык Haskell приведён ниже.

```
appendo [] y = xy
  where
    xy = y
appendo (h : t) y = xy
  where
    r = appendo t y
    xy = h : r
```

Транслируем в обратном направлении: третий аргумент — входной, первый и второй — выходные. Для данного отношения два выходных аргумента гарантируют недетерминированность. Трансляция первого дизъюнкта тривиальна — для возвращения нескольких переменных будем использовать кортеж; недетерминированности в этом дизъюнкте нет. Во втором дизъюнкте есть рекурсивный вызов — по нашей эвристике его направление совпадает с направлением при трансляции. По семантике вызова *append<sup>o</sup>* на таком направлении вернётся список пар списков, конкатенация которых даст исходный список — недетерминированность. Для её поддержки сделано следующее:

- вычисление результата вызова отношения в монаде списка;
- каждое уравнение функции теперь отдельная функция, возвращающая пустой список в случае неудачи;
- результаты всех уравнений-функций объединим при помощи конкатенации в функции на верхнем уровне;
- рекурсивные вызовы внутри уравнений-функций относятся к функции на верхнем уровне (в примере ниже *append<sup>o</sup>2* вызывает *append<sup>o</sup>*).

```
appendo x = appendo1 x ++ appendo2 x
  where
    appendo1 y = do
      let x = []
      return (x, y)
    appendo1 _ = []

    appendo2 (h : r) = do
      (t, y) <- appendo r
      let x = h : t
      return (x, y)
    appendo2 _ = []
```

Анализируя примеры трансляции, можно сделать несколько выводов.

Первый. Направление вычисления отношения влияет на порядок вычислений внутри этого отношения. При вычислении второго дизъюнкта в прямом направлении конъюнкта вычисляются в порядке 4 6 5, а в обратном направлении — 5 6 4.

Второй. Направление вычисления отношения влияет на выбор направления вычисления конъюнктов (унификаций и вызовов отношения). При трансляции первого дизъюнкта в прямом направлении унификация *x* и пустого списка в 2 уходит в сопоставление с образцом, где происходит попытка присвоения *x* пустому списку. В обратном направлении унификация *x* присваивается пустой список. Рекурсивные вызовы в примерах выше также происходят в разных направлениях. При прямом порядке третий аргумент — выходной 6, а при обратном — входной 9. В примерах для определения направления вызываемых отношений достаточно использовать эвристику, так как вызовы рекурсивны. На практике при трансляции необходимо определять как направление вычисления вызываемых отношений, так и унификаций.

Третий. Использование монад накладывает ограничение на порядок определения переменных. В последнем примере нельзя поменять местами 9 и 10 в функции *append<sup>o</sup>2*.

#### ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА О ВТА

Анализ времени связывания решает обе эти проблемы: аннотируя каждую переменную цели временем связывания, можно выбрать направление вычислений внутренних целей, и по аннотациям восстановить верный порядок определений.

#### IV. Анализ времени связывания для miniKanren

Алгоритм получает на вход цель, данные о входных переменных и каждой переменной цели ставит в соответствие число. Процесс подбора чисел называется аннотированием.

Инициализация алгоритма состоит из двух частей:

- уникально переименовать все *fresh*-переменные, чтобы избежать перекрытия имён;

- нормализовать (привести к дизъюнктивной нормальной форме) для упрощения алгоритма;

Опишем шаг алгоритма.

Анализ времени связывания - это статический анализ, использующий монотонный фреймворк [7] — тройку из полурешётки  $L$ , *meet*-операции и множества монотонных функций  $F$ , ассоциированных с конкретными экземплярами полурешётки  $L$ , и удовлетворяющих свойству монотонности.

В нашем случае элементы полурешётки  $L$  — аннотации. Аннотация может быть или *Undef* (наименьший элемент) для случая, когда о переменной ничего не известно, или целое число — время связывания переменной. На целых числах соблюдается естественный порядок, а *Undef* считается меньше численной аннотации.

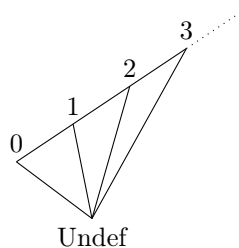


Рис. 1. Полурешётка

Операция *meet* устроена так, чтобы обеспечивать монотонность: переменная, проаннотированная значением  $n$ , никогда не будет проаннотирована значением, меньшим  $n$ . Таким образом, из *Undef* аннотации можно перейти в любую численную аннотацию, а из численной аннотации можно перейти в численную аннотацию не меньшую текущей.

Цель анализа времени связывания — указать порядок, в котором имена связываются со значениями. Когда алгоритм принимает цель с указанием направления, он выполняет первичное аннотирование — входные аргументы считаются известными в момент времени 0, поэтому получают аннотацию 0, остальные аргументы получают аннотацию *Undef*. Переменные, проаннотированные числами, считаются известными или константами к текущему моменту времени, поэтому *Undef*-переменные, зависящие только от проаннотированных переменных, могут получить свою аннотацию, значение которой будет больше на 1 самого большого значения аннотации переменных, от которых она зависит. Таким образом информация о времени связывания может распространяться на другие переменные.

Реализация разработанного алгоритма доступна на GitHub<sup>3</sup>. Опишем работу алгоритма.

Входные и выходные данные

- принимает программу на miniKanren и список входных переменных
- возвращает пару из проаннотированной нормализованной цели (приведённой к дизъюнктивной нормальной форме) и стека вызовов (отображения из названия отношения во множество информации о будущей функции: направление вычисления отношения и цель, размеченная по этому направлению)

Инициализация цели перед аннотированием

- снять все *fresh*, дав переменным уникальные имена
- нормализовать
- произвести первичное аннотирование цели данными о входных переменных

Аннотирование

- создать пустой стек вызовов
- до *fix point* — вычисляем аннотации нормализованной цели, пока не достигнем неподвижной точки
- аннотировать нормализованную цель — аннотировать все её дизъюнкты
- аннотировать дизъюнкт — аннотировать все его конъюнкты (последовательно передавая стек вызовов), а затем распространить информацию об аннотировании между конъюнктами: для каждой переменной дизъюнкта получить её аннотации из всех конъюнктов, найти максимальную и установить её значение в качестве аннотации этой переменной во всём дизъюнкте
- аннотировать конъюнкт — аннотировать либо унификацию, либо вызов отношения
- аннотировать унификацию
  - слева переменная с *Undef*-аннотацией — получить максимальную аннотацию правого терма, увеличить её на 1 и присвоить аннотации левого терма
  - слева переменная, аннотированная числом — увеличить её значение на 1 и установить в качестве значения всех *Undef*-аннотаций правого терма
  - слева и справа конструкторы — произвести *zip* аргументов и вызвать аннотацию аргументов для каждой пары; полученные унификации разбить на два списка аргументов конструкторов
  - оставшиеся случаи зеркальны и обрабатываются аналогично
- аннотировать вызов отношения:
  - если все термы вызова проаннотированы *Undef* или все проаннотированы числами, вернуть исходную цель
  - если вызов с таким именем и направлением есть в стеке вызовов, определить максимальную аннотацию аргументов вызова, неравную *Undef*, увеличить её на 1 и проаннотировать её значением переменные с *Undef*-аннотацией

<sup>3</sup>[github.com/Pluralia/uKanren\\_translator](https://github.com/Pluralia/uKanren_translator)

- если в стеке нет вызова с таким именем и направлением, добавить его и текущее направление в стек вызовов, проаннотировать цель, полученную по имени, с учётом текущего направления и обновлённого стека вызовов, обновить стек ещё раз: данному вызову и данному направлению доавить проаннотированную цель

Пример работы - отношение *revers*<sup>o</sup>

$$\begin{aligned} revers^o \ x \ y = \\ (x \equiv [] \wedge y \equiv []) \vee \\ (\underline{fresh} \ [h, t, r]( \\ x \equiv h : t \wedge \\ \underline{call} \ revers^o \ t \ r \wedge \\ \underline{call} \ append^o \ r \ [h] \ y)) \end{aligned}$$

Рассмотрим его аннотирование в направлении *y* - входная переменная

Пример работы - проаннотируем *append*<sup>o</sup>

## V. Заключение

В статье мы представили алгоритм анализа времени связывания для miniKanren. Основной его недостаток — полный перебор при аннотации переменных, если они используются только в вызовах отношений, и не были проаннотированы ранее. В этом случае необходимо перебрать все возможные направления вычисления отношений. Вопрос об эффективном и корректном способе обработки таких ситуаций на данный момент остается открытым.

Также в дальнейшем мы планируем интегрировать анализ времени связывания в транслятор в функциональный язык. По проаннотированной программе можно получить порядок, в котором необходимо привести определения переменных и вызовы функций.

## Благодарность

Выражаем благодарность Дмитрию Юрьевичу Булычеву и Даниилу Андреевичу Березуну за плодотворные дискуссии и конструктивную критику.

## Список литературы

- [1] Z. Somogyi, F. Henderson, and T. Conway, “The execution algorithm of mercury, an efficient purely declarative logic programming language,” The Journal of Logic Programming, vol. 29, no. 1, pp. 17 – 64, 1996, high-Performance Implementations of Logic Programming Systems. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0743106696000684>
- [2] J. Hemann and D. P. Friedman, “ukanren: A minimal functional core for relational programming,” 2013.
- [3] P. Lozov, E. Verbitskaia, and D. Boulytchev, “Relational interpreters for search problems,” in Relational Programming Workshop, 2019, p. 43.
- [4] W. E. Byrd, U. Ballantyne, U. Rosenblatt, and M. Might, “A unified approach to solving seven programming problems (functional pearl),” in Relational Programming Workshop, 2017.
- [5] N. D. Jones, C. K. Gomard, and P. Sestoft, Partial evaluation and automatic program generation. Peter Sestoft, 1993.

- [6] W. Vanhoof, M. Bruynooghe, and M. Leuschel, “Binding-time analysis for mercury,” in Program Development in Computational Logic. Springer, 2004, pp. 189–232.
- [7] J. B. Kam and J. D. Ullman, “Monotone data flow analysis frameworks,” in Acta Informatica. Springer, 1977, pp. 305–317.