

Exercício Computacional 1

EP1

Cálculo de autovalores e aplicações.

Métodos Numéricos e Aplicações 2022

Engenharia de Computação da Escola Politécnica da USP.

Lucas Nimirio Maia Feng - Nº 11915950

Patrick Marques de Barros Costa - Nº 11257550

Introdução

Este relatório é referente à resolução do primeiro exercício computacional (EP1) de Métodos Numéricos e Aplicações 2022 - (MAP3122).

Esse exercício computacional trata-se na implementação de algoritmos capazes de realizar cálculos de autovetores e autovalores de forma aproximada e eficaz.

Em anexo, foi enviado os arquivos com cada algoritmo desenvolvido separadamente conforme a exigência dos exercícios. Foram utilizadas as bibliotecas matplotlib para plotagem dos gráficos, numpy e math.

EX 1

Esse exercício tem como objetivo realizar o método das potências. O programa funciona como um ciclo iterativo, através da fórmula de X_{k+1} que determina o próximo vetor de uma sequência de autovalores através do vetor antecessor, e do μ_k que determina o autovetor associado. Depois, é feita a diferença entre esse vetor e o dos autovalores adquiridos pelo `numpy.linalg.eig`, função designada no “metodos”, e esse ciclo se repete até o ciclo alcançar o número máximo de iterações ou até o erro for menor que o determinado pelo código (10^{-15}), realizando a ordem de convergência, como é possível observar nos gráficos nas medidas abaixo que na medida em que o ciclo vai realizando cada vez mais repetições, o erro vai diminuindo.

Na primeira parte é feita com uma matriz B somada com sua transposta, o gráfico e o programa funciona como esperado exceto em alguns detalhes como a linha constante do Autovetor, na qual não acontece em outras ocasiões

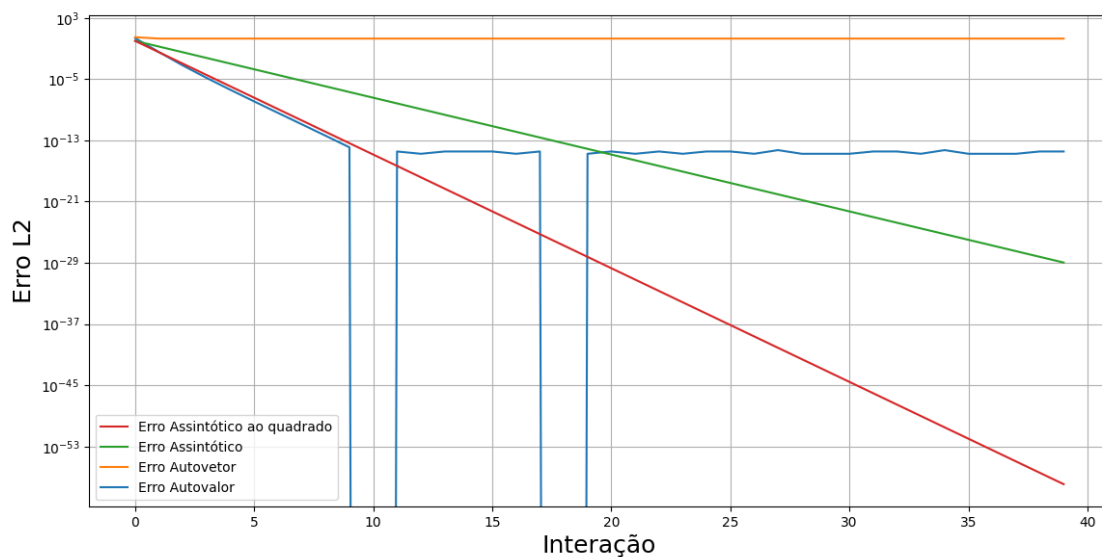
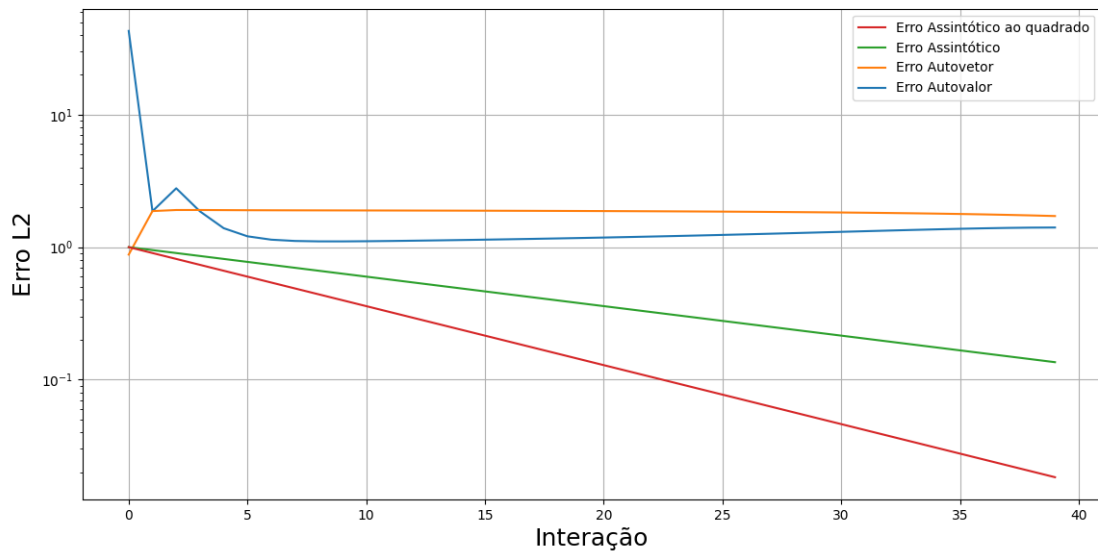
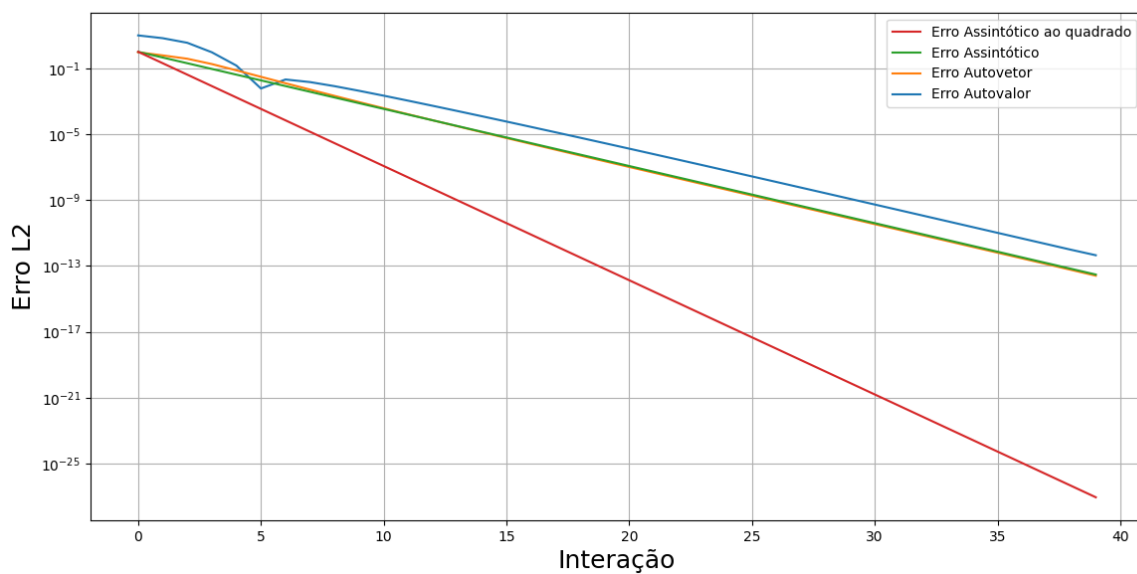


Gráfico 1 - EX1.

Na segunda parte, é aplicado o método para uma multiplicação entre uma matriz B, sua inversa e uma matriz diagonal estritamente positiva. Para um primeiro teste, a matriz diagonal tem a diferença entre os primeiros lambdas próximos e no segundo teste a diferença é distante. O programa converge da maneira esperada.



Teste 1 - EX1 - parte2.



Teste 2 - EX1 - parte2.

EX2

De uma maneira semelhante mas com objetivos totalmente diferentes do exercício anterior, esse exercício estabelece em criar um programa que executa o método das potências inversas. Funciona com a mesma base de um ciclo iterativo, porém com uma grande diferença, antes de começar é realizada uma verificação se o sistema atende o critério de linhas, pré-requisito para o cálculo SOR, retornando true o programa progride normalmente.

A cada iteração o SOR é aplicado em uma determinada variável, e com ela calcula-se a próxima iteração do autovalor, e o laço se repete de uma maneira semelhante ao anterior, da qual permanece realizando as operações até ser atingido o número máximo ou quando o erro for muito pequeno (10^{-15}).

Na primeira parte, é possível perceber que o sistema funciona como esperado (com base nos valores fornecidos de maneira aleatória) e atende o critério, além disso o ciclo se encerra após o número limite de repetições.

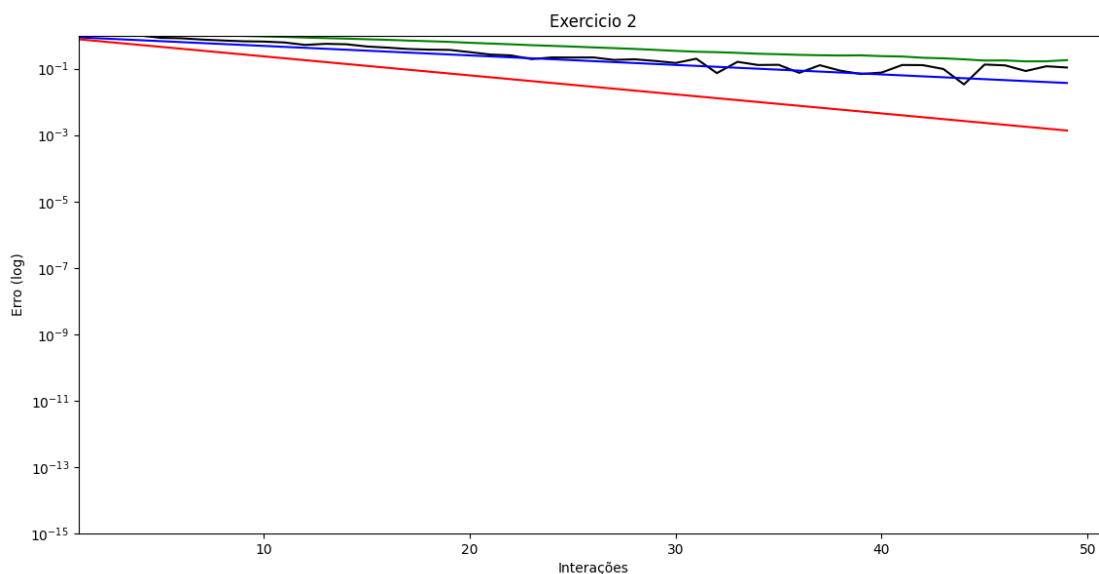
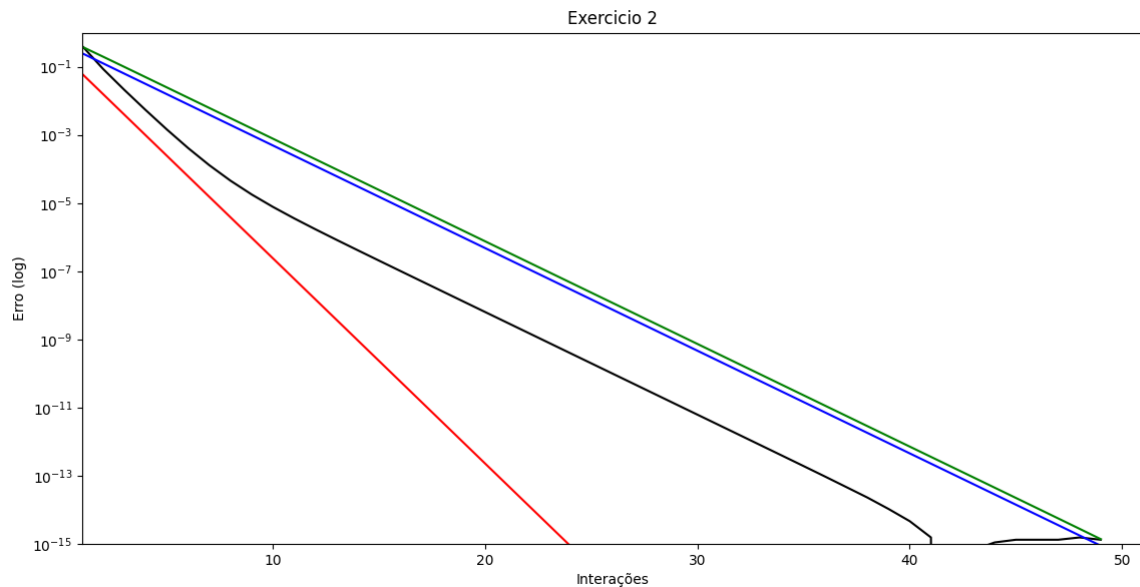
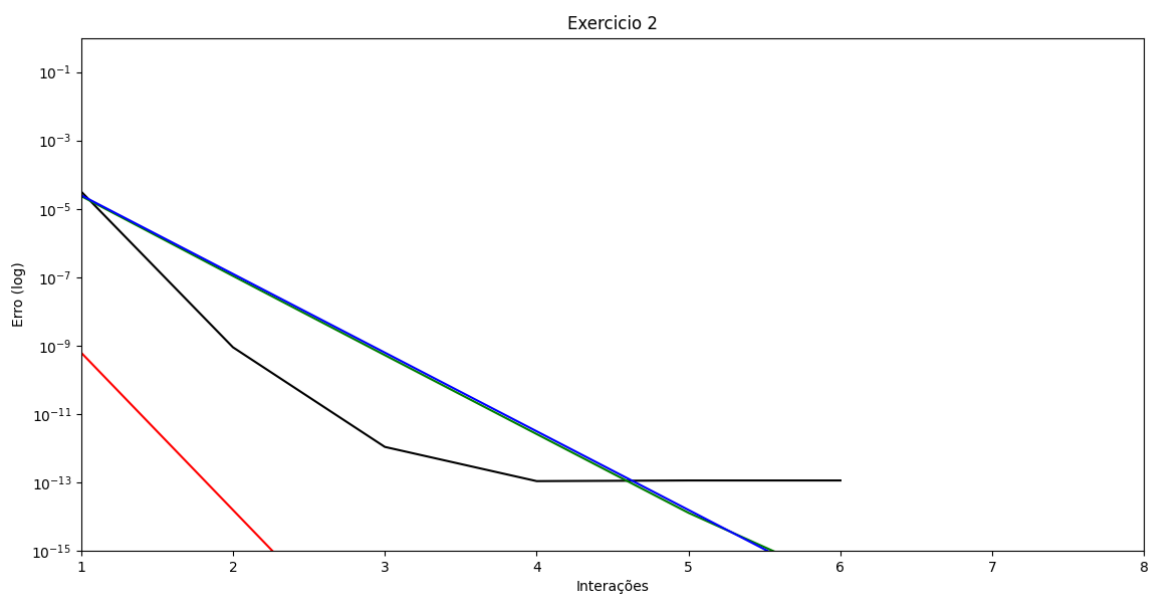


Gráfico 1 - EX2.

Na segunda parte, é feito de maneira parecida o modelo de testes anterior, onde no primeiro teste a diferença entre 2 lambdas seguidos é próxima e no segundo teste a diferença é distante. A matriz que será feita o método é uma matriz B em que B é uma soma entre uma matriz inicial aleatória e uma matriz identidade multiplicada por uma constante p , em que p vai ser baixo para o primeiro teste e alto para o segundo. É possível que com a constante maior, os erros são mais precisos e a convergência é feita de uma maneira mais eficaz.



Teste 1 - EX2 - parte2.



Teste 2 - EX2 - parte2.

EX3

Este exercício tem o intuito de verificar casos, onde o algoritmo pode não convergir para autovalores ou convergir devagar. Utilizaremos a “Fatoração QR de Matrizes”, juntamente com matrizes disponibilizadas que contemplam diversos casos para a execução do exercício, onde todo o material necessário foi apresentado no material da disciplina sobre o exercício programa.

1.

É possível observar no “Gráfico 1”, que autovalores e autovetores não demonstram uma taxa de convergência parecida. Contudo, o método mostra que o fato de um autovalor ter um módulo alto, não afirma que sua convergência será maior.

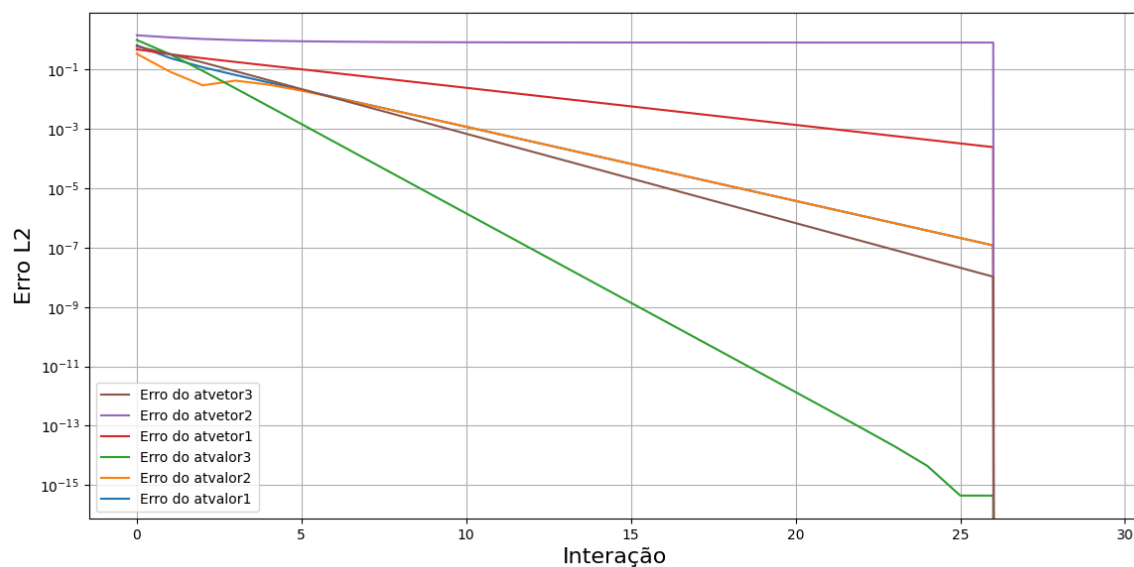


Gráfico 1 - Ex3Q1.

2.

Na segunda parte, iremos obter os autovalores e vetores, com base no material proposto da disciplina. Com o gráfico 2, é notável que o gráfico se apresenta como periódico, isso ocorre pelo fato de uma exigência solicitada, autovalores e autovetores não são números reais, já autovalores e autovetores obtidos são sempre reais. Sendo assim, o método QR não se encaixa para essa ocasião.

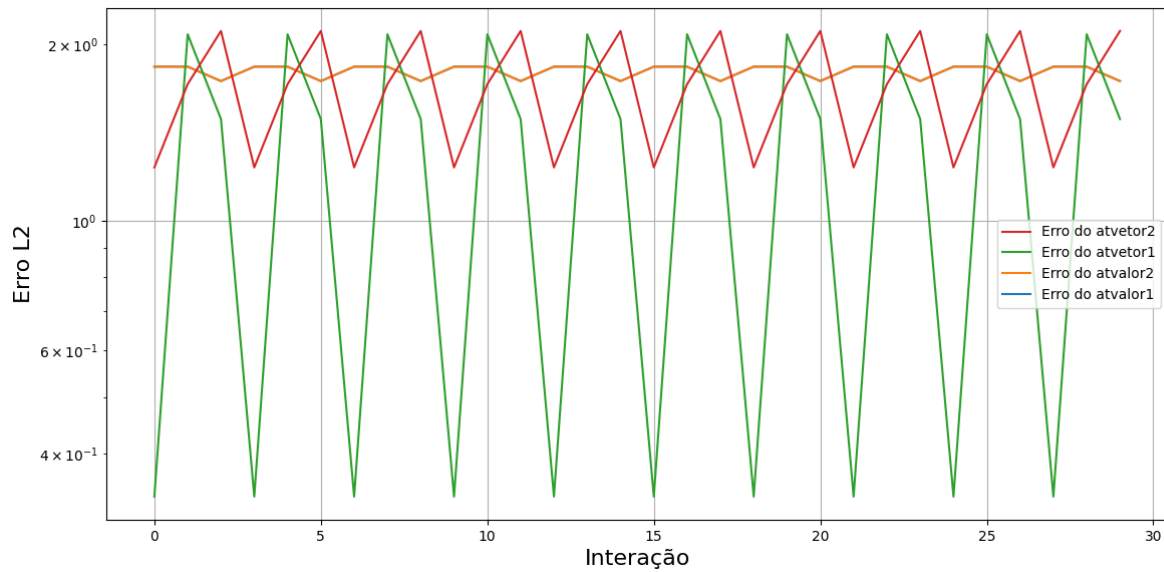


Gráfico 2 - EX3Q2.

3.

Observando o gráfico, é perceptível que a taxa de caimento é baixa e nos apresenta um comportamento instável no começo. Isso ocorre pelo fato dos lambdas serem próximos, o que acaba resultando em uma convergência mais lenta.

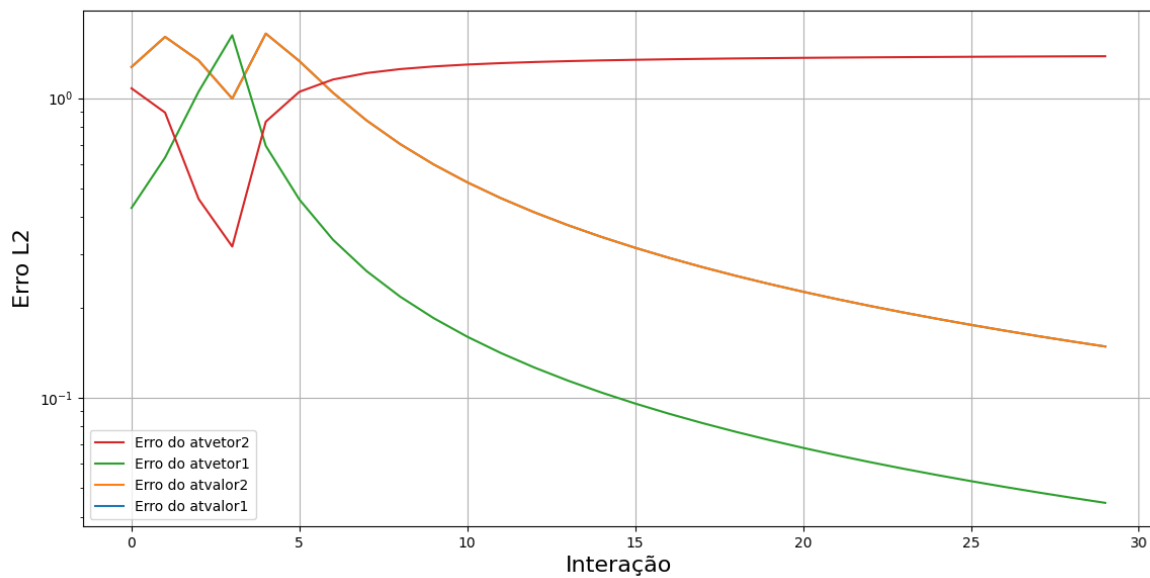


Gráfico 3 - EX3Q3.

Fazendo uma comparação com o Gráfico 1, é notável que o método utilizado precisa de menos iterações para considerar que os valores recebidos são próximo do real, porém, demonstra também uma grande diferença entre os erros dos diversos autovalores e autovetores calculados. Dados que são omitidos no gráfico do 1º método, tendo em vista suas limitações.

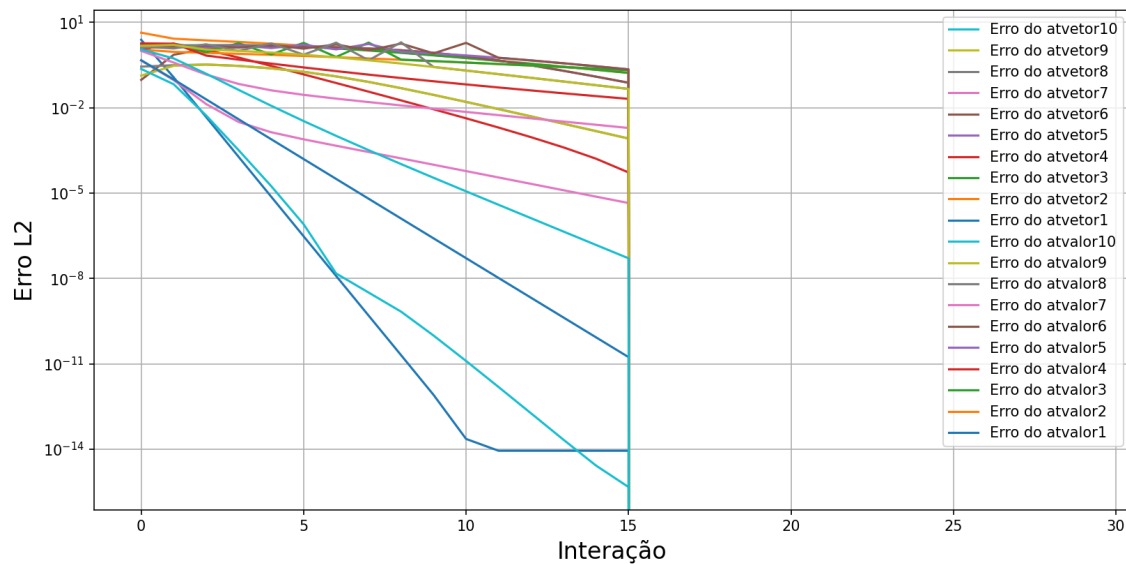


Gráfico 4 - EX3Q4

Realizando uma análise dos gráficos, comparando os gráficos 3 e 5, é perceptível que o método utilizado é mais correto, onde seu desempenho não possui uma variância grande conforme os valores dos autovalores. No entanto, ele não mostra uma taxa de convergência alta como o método da potência, possui quando os lambdas são próximos, logo ainda existem casos em que o primeiro método é evidenciado como mais eficiente.

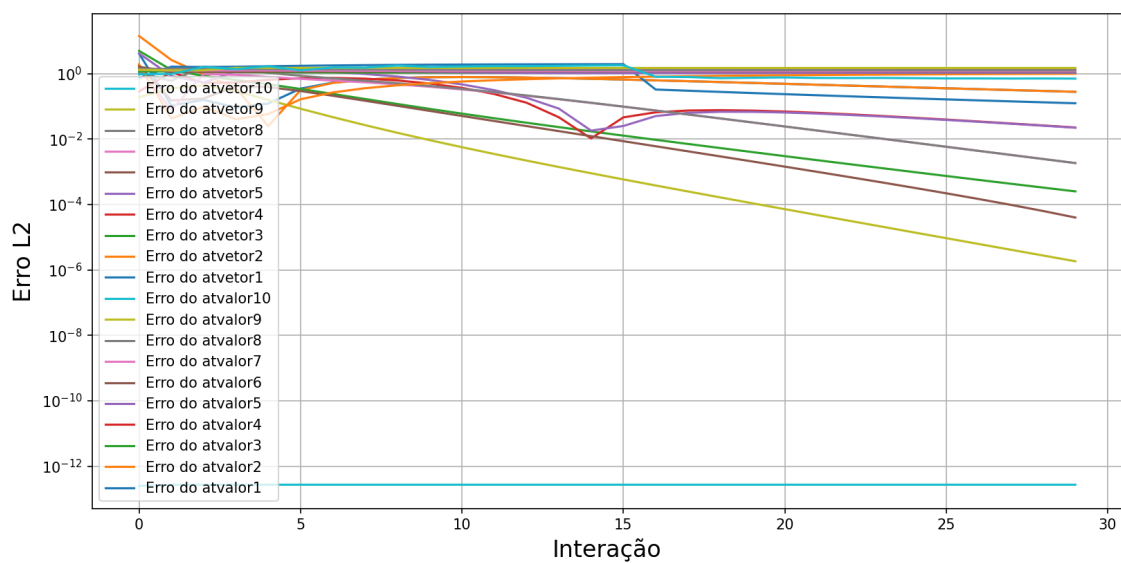


Gráfico 5 - Lambda Próximo - EX3Q4

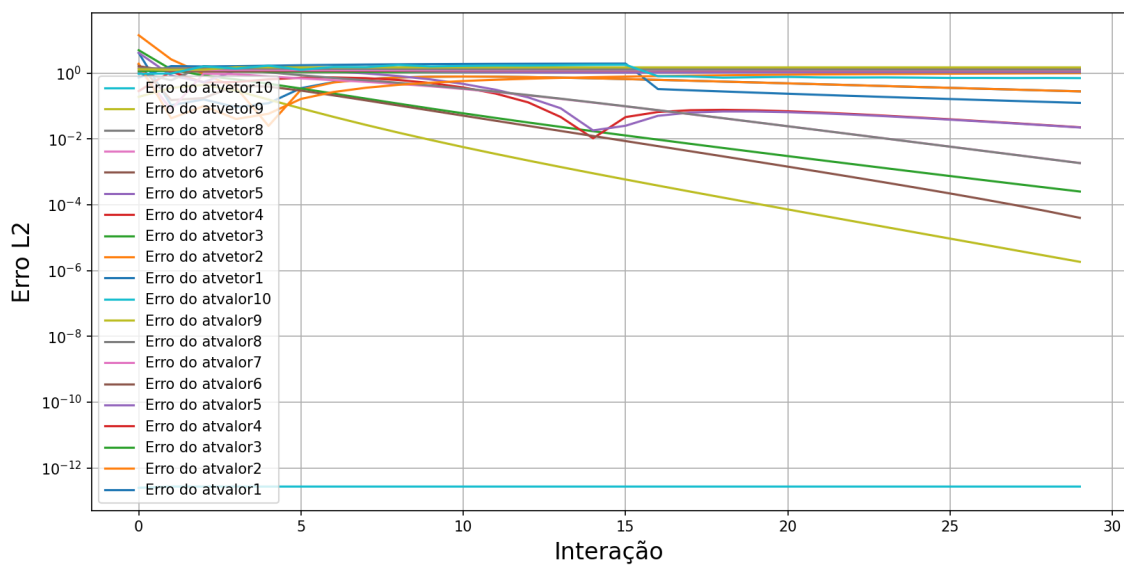


Gráfico 6 - Lambdas Distantes- EX3Q4

EX4

Aplicação de Métodos.

Foi feito 2 grafos seguindo os requisitos especificados na primeira questão

