

# Geogebra - geometrija

**Vladimir Filipović**

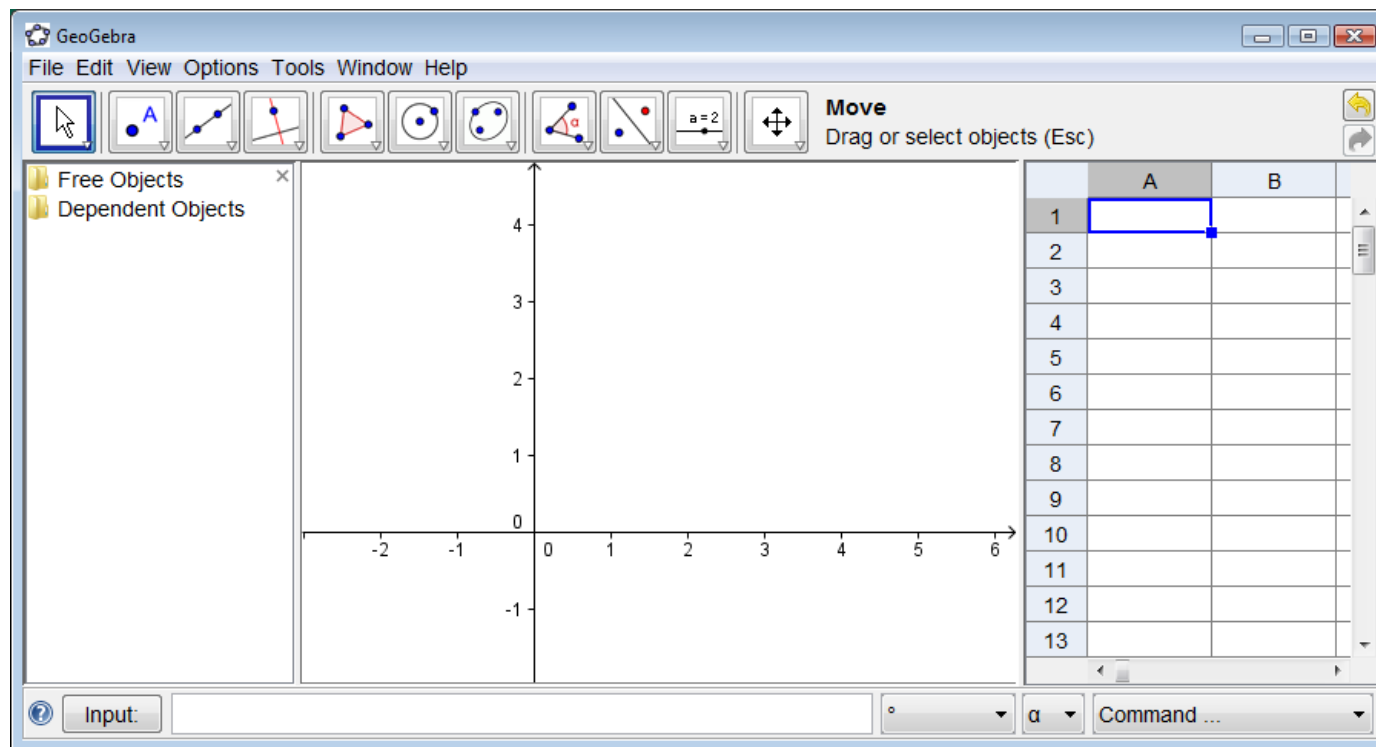
[vladaf@matf.bg.ac.rs](mailto:vladaf@matf.bg.ac.rs)

# Šta je GeoGebra?

GeoGebra je program za dinamičku matematiku koji povezuje geometriju, algebru i analizu.

## Različiti pogledi na matematičke objekte

GeoGebra ima tri različita prikaza matematičkih objekata: grafički prikaz, algebarski (brojčani) prikaz i tabelarni prikaz.



# Geometrijski unos

Grafički prikaz prikazuje matematičke objekte u grafičkoj reprezentaciji (na primer, tačke, vektore, duži, mnogouglove, grafike funkcija, krive, prave, konusne preseke).

## Alati za konstrukciju

Alati ili načini rada se aktiviraju klikom na dugmad sa trake sa alatima.

Klikom na malu strelicu u donjem desnom uglu ikone pristupamo meniju ('Kutiji sa alatima') sa drugim sličnim alatima.

## Tačka



## Presek dva objekta

- Označavanjem oba objekta: tada će se napraviti sve presečne tačke ta dva objekta (ako je to moguće).
- Klikom na jedan presek dva objekta: tada će se napraviti samo jedna odabrana presečna tačka.



## Središte ili centar

Klikom na dve tačke ili na duž da dobijamo središte duži. Klikom na konusni presek dobijate njegov centar.



## Nova tačka

Nova tačka se pravi klikom na površinu za crtanje.

Napomena: Koordinate tačke se zadaju prilikom otpuštanja tastera miša.

Klikom na duž, pravu, poligon, konusni presek, funkciju ili krivu kreiramo tačku na tom objektu.

# Vektor



## Vektor određen dvema tačkama

Odabirom početne i krajnje tačke dobija se vektor.



## Vektor iz tačke

Odabirom tačke A i vektora  $v$  dobija se tačka  $B = A + v$  kao i vektor čija je početna tačka A, a krajnja B.

# Duž



## Duž između dve tačke

Odabirom dve tačke, A i B, dobija se duž AB. U algebarskom prikazu se prikazuje dužina te duži.

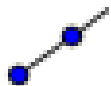


## Duž zadate dužine iz tačke

Ovaj alat krera duž dužine a.

Klikom na tačku A, koja će biti početna tačku duži, pojavljuje se prozor u koji unosimo željenu dužinu duži, a.

# Poluprava



## Poluprava kroz dve tačke

Odabirom dve tačke, A i B, dobija se poluprava sa početnom tačkom A, kroz tačku B. U algebarskom prikazu će se pojaviti jednačina odgovarajuće prave.

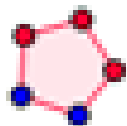
# Mnogougao



## Mnogougao

Odaberemo redom najmanje tri tačke koje će biti temena mnogougla. Zatim klikom ponovo na prvu tačku zatvoramo mnogougao.

U algebarskom prikazu će se pojaviti površina dobijenog mnogougla.

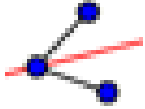


## Pravilan mnogougao

Označimo dve tačke A i B i unesemo broj temena,  $n$ , u polje za unos. Pojaviće se pravilan mnogougao sa  $n$  temena (uključujući i tačke A i B).



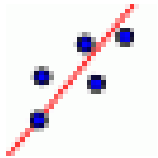
# Prava



## Simetrala ugla

Simetrale uglova se mogu dobiti na dva načina:

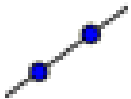
- Odabirom tri tačke, A, B, C dobija se simetrala ugla određenog njima. Pri tome je B teme ugla.
- Odabirom dve prave dobijaju se obe simetrale uglova koje one određuju.



## Fitovana prava

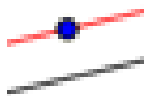
Pravimo fitovanu pravu za skup tačana na sledeće načine:

- Napravimo Pravougaonik za odabir koji sadrži sve tačke.
- Odaberemo listu tačaka kako biste dobili fitovanu pravu koja im odgovara.



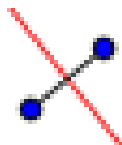
## Prava kroz dve tačke

Odabirom tačaka A i B dobija se prava određena njima. Ova prava ima vektor pravca  $(B - A)$ .



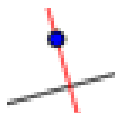
## Paralela

Odabirom prave  $g$  i tačke  $A$  dobija se prava paralelna sa  $g$  kroz tačku  $A$ .  
Nova prava ima isti pravac kao i prava  $g$ .



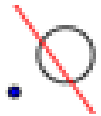
## Simetrala duži

Odabirom duži  $s$  ili tačaka  $A$  i  $B$  dobija se simetrala duži.  
Pravac simetrane odgovara vektoru normale na duž  $s$  ili  $AB$ .



## Normala

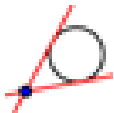
Odabirom prave  $g$  i tačke  $A$  dobija se normala na pravu  $g$  kroz tačku  $A$ . Pravac nove prave odgovara vektoru normale prave  $g$ .



## Polara ili konjugovani poluprečnik

Ovaj alat daje polaru ili konjugovani poluprečnik konusnog preseka. Možete da...

- ...odaberete jednu tačku i konusni presek da biste napravili polaru.
- ...odaberete pravu ili vektor i konusni presek da biste dobili konjugovanu pravu koja sadrži konjugovani prečnik prave, odnosno vektora.

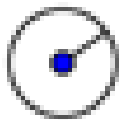


## Tangente

Tangente konusnog preseka se mogu dobiti na dva načina:

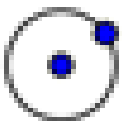
- Odabirom tačke  $A$  i konusnog preseka  $c$  se dobijaju sve tangente konusnog preseka  $c$  kroz tačku  $A$ .
- Odabirom prave  $g$  i konusnog preseka  $c$  se dobijaju sve tangente konusnog preseka  $c$ , koje su paralelne sa  $g$ .

# Konusni presek



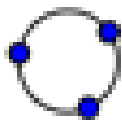
## Kružnica određena centrom i poluprečnikom

Odaberite centar kružnice  $M$  i pojavice se prozor u koji treba da unesete njen poluprečnik.



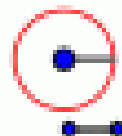
## Kružnica određena centrom i jednom tačkom

Odabirom tačke  $M$  i tačke  $P$  dobija se kružnica sa centrom u  $M$ , kojoj pripada tačka  $P$ .



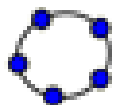
## Kružnica kroz tri tačke

Kružnica kroz tri tačke se dobija odabirom tri tačke  $A$ ,  $B$ , i  $C$ .



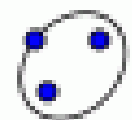
## Šestar

Idaberute duž ili dve tačke da biste zadali prečnik. Zatim kliknite na tačku koja treba da bude centar nove kružnice.



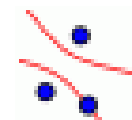
## Konusni presek kroz 5 tačaka

Odabirom pet tačaka se dobija konusni presek, koji prolazi kroz njih.



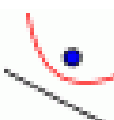
## Elipsa

Odaberite dve žiže elipse. Zatim zadajte treću tačku koja leži na elipsi.



## Hiperbola

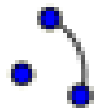
Odaberite dve žiže hiperbole. Zatim zadajte treću tačku koja leži na hiperboli.



## Parabola

Zadajte tačku i direktrisu parabole.

# Luk i isečak



## Kružni luk određen centrom i dvema tačkama

Prvo odaberite centar  $M$  kružnog luka. Zatim odaberite početnu tačku  $A$  i tačku  $B$ , koja određuje dužinu luka.



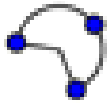
## Isečak kruga određen centrom i dvema tačkama

Prvo odaberite centar  $M$  isečka kruga. Zatim odaberite početnu tačku  $A$  i tačku  $B$ , koja određuje dužinu luka kružnog isečka.



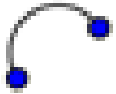
## Luk određen trima tačkama

Odabirom tri tačke dobija se kružni luk određen njima. Pri tome, tačka  $A$  je početna tačka luka, tačka  $B$  leži na luku, a tačka  $C$  je krajnja tačka luka.



## Isečak kruga određen trima tačkama

Odabirom tri tačke dobija se isečak kruga kroz te tri tačke. Pri tome, tačka  $A$  je početna tačka luka isečka kruga, tačka  $B$  leži na luku, a tačka  $C$  je krajnja tačka luka isečka kruga.



## Polukružnica

Odabirom tačaka  $A$  i  $B$  dobija se polukružnica čiji je prečnik duž  $AB$ .

# Broj i ugao



## Ugao

Ovaj alat pravi ...

- ugao određen trima tačkama, gde je teme ugla druga odabrana tačka
- ugao određen dvema dužima
- ugao određen dvema pravama
- ugao određen sa dva vektora
- sve unutrašnje uglove mnogougla



## Ugao zadate veličine

Kada označite dve tačke,  $A$  i  $B$ , pojaviće se prozor u koji treba da unesete veličinu ugla. Kao rezultat dobijaju se tačka  $C$  i ugao  $\alpha$ , pri čemu je  $\alpha$  ugao  $ABC$ .





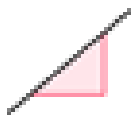
## Površina

Ovaj alat prikazuje površinu mnogougla, kruga ili elipse kao dinamički tekst u *geometrijskom prikazu*.



## Rastojanje ili dužina

Ovaj alat daje rastojanje između dve tačke, dve prave ili tačke i prave kao dinamički tekst u *geometrijskom prikazu*. Takođe, on može da da dužinu duži i obim kruga ili mnogougla.



## Nagib

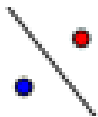
Ovaj alat prikazuje nagib prave kao dinamički tekst u *geometrijskom prikazu*.

# Geometrijska preslikavanja



## Homotetija sa centrom i koeficijentom

Označite objekat na koji se primenjuje homotetija. Zatim izaberite tačku koja će biti centar homotetije. Pojaviće se prozor u kojem se zadaje koeficijent homotetije.



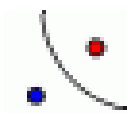
## Osna simetrija

Odaberite objekat čija se simetrična slika traži. Zatim kliknite na pravu koja će biti osa simetrije.



## Centralna simetrija

Odaberite objekat čija se simetrična slika traži. Zatim kliknite na tačku, koja će biti centar simetrije.



## **Inverzija u odnosu na kružnicu**

Ovaj alat omogućava inverziju tačke u odnosu na kružnicu. Odaberite tačku koju želite da invertujete. Zatim odaberite kružnicu.



## **Rotacija oko tačke za ugao**

Odaberite objekat koji se rotira. Zatim izaberite tačku koja će biti centar rotacije. Pojaviće se prozor u kojem možete da unesete veličinu ugla rotacije.



## **Translacija za vektor**

Označite objekat koji se pomera. Zatim izaberite vektor, za koji će objekat biti transliran.

## Zadaci

1. Iz tačke P van kružnice  $k(O, 5\text{cm})$  konstruisati tangente na kružnicu koje kružnicu dodiruju u tačkama A i B. Izračunati dužine tangentskih odsečaka PA i PB ako centralno rastojanje tačke P iznosi 13cm.
2. Konstruisati jednakokraki trougao ABC ( $AC=BC$ ) ako je ugao na osnovici  $\alpha = 75^\circ$ , a krak je 7cm.
3. Konstruisati kvadrat čija je površina P jednaka zbiru površina kvadrata čije su osnovice 5cm i 12cm.

# Zahvalnica

Sadržaj koji je uključen u ovu prezentaciju je preuzet iz nastavnih materijala za predmet **Obrazovni softver 1** na PMF Kragujevac, autori dr Tatjana Tomović i Aleksandar Milenković.

Ovaj sadržaj je drtaljno obrađen u knjizi Geogebra pomoć, autora Hohenwarter M. i Hohenwarter J. (prevod prof. dr Đorđe Herceg)