

Compte-rendu du TP n°2

La Segmentation bayésienne d'image

Arnaud Aillaud

24 octobre 2022

Table des matières

1 Modèle des couples indépendants	2
1.1 Question 5	2
2 Modèle de chaînes de Markov cachées	6
2.1 Question 7	6

Liste des tableaux

1 Comparaison des taux d'erreur moyens pour chaque image en fonction des paramètres de bruit après estimation des paramètres de bruit via algorithme EM	2
2 Comparaison des taux d'erreur moyens pour chaque image en fonction des paramètres de bruit en utilisant les probabilités a priori	3
3 Comparaison des taux d'erreur moyens pour chaque image pour le bruit 3 en fonction de la seed utilisée pour générer des paramètres d'initialisation aléatoire	4
4 Reconstruction de 6 images en fonction du niveau de bruit via modèle des couples indépendants .	5
5 Comparaison des taux d'erreur moyens pour chaque image en fonction des paramètres de bruit en utilisant les paramètres estimés via EM (différence de % par rapport au modèle précédent entre parenthèses)	6
6 Comparaison des taux d'erreur moyens avec le modèle des chaînes de Markov cachées pour chaque image en fonction des paramètres de bruit en utilisant les probabilités a priori	7
7 Reconstruction de 6 images en fonction du niveau de bruit via modèle de chaînes de Markov cachées	8

1 Modèle des couples indépendants

1.1 Question 5

5. *Tester la méthode pour 3 images bien choisies dans le dossier, avec les 3 bruits du tableau ci-dessous. Présenter les résultats (taux d'erreur et images segmentées) et commenter.*

Le tableau ci-dessous présente les taux d'erreur moyens obtenus pour les 8 images, avec 100 itérations de l'algorithme EM pour estimer les paramètres. Les temps de calcul étant relativement longs, la moyenne du taux d'erreur n'a été calculée que pour des moyennes allant jusqu'à 40 signaux. La valeur du taux d'erreur semble cependant être assez stable, et ce nombre d'itérations semble suffisant pour approximer un taux d'erreur moyen.

Les images segmentées, obtenues pour 6 des 8 images (avec initialisation via k-means) sont présentées ci-après.

Bruit					Images							
n°	m_1	m_2	σ_1	σ_2	alfa2	beee2	cible2	country2	promenade2	veau2	zebre2	city2
1	0	3	1	2	0.093	0.105	0.109	0.120	0.159	0.150	0.136	0.131
2	1	1	1	5	0.103	0.118	0.123	0.138	0.197	0.182	0.160	0.154
3	0	1	1	1	0.318	0.315	0.313	0.311	0.310	0.309	0.309	0.310

TABLE 1 – Comparaison des taux d'erreur moyens pour chaque image en fonction des paramètres de bruit après estimation des paramètres de bruit via algorithme EM

On observe que les taux d'erreur sont plus faibles pour les bruits 1 et 2 pour les images alfa2, bee2, cible2 et country2 (alfa2 étant l'image la mieux reconstruite et promenade2 celle reconstruite avec le plus d'erreur). En revanche, les taux d'erreur sont équivalents pour les 8 images avec le 3ème bruit.

Deux paramètres principaux sont à prendre en compte pour comprendre ces taux d'erreur :

- l'efficacité de la stratégie de segmentation retenue
- l'efficacité de l'estimation des paramètres via l'algorithme EM

De même que pour le TP1, une lecture graphique des densités de bruit permet de comprendre pourquoi les niveaux de bruit obtenus sont bien plus importants pour le bruit 3. La figure suivante représente les densités des 3 bruits du tableau. Les figures suivantes représentent les densités de bruit utilisées pour les 3 bruits du tableau pour des valeurs de p_1 de 0.7, 0.5 et 0.4.

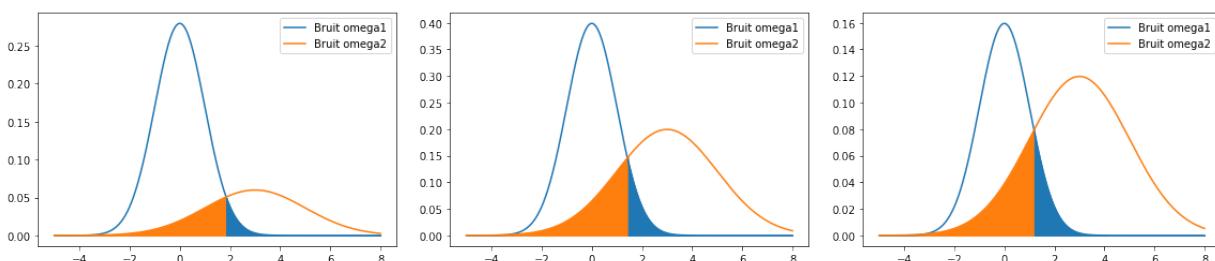


FIGURE 1 – Représentation des densités de bruit pour le bruit 1 pour $p_1 = 0.7$ (à gauche), $p_1 = 0.5$ (au milieu) et $p_1 = 0.4$ (à droite)

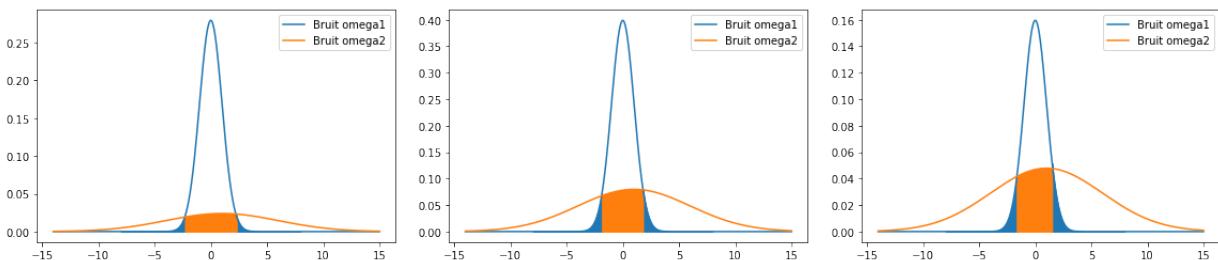


FIGURE 2 – Représentation des densités de bruit pour le bruit 2 pour $p_1 = 0.7$ (à gauche), $p_1 = 0.5$ (au milieu) et $p_1 = 0.4$ (à droite)

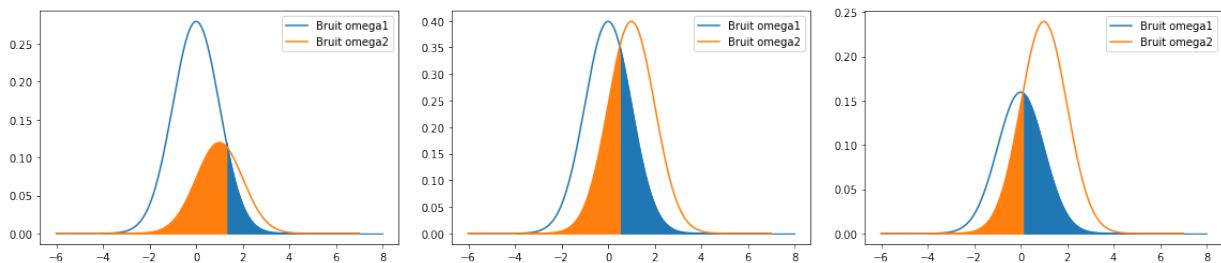


FIGURE 3 – Représentation des densités de bruit pour le bruit 3 pour $p_1 = 0.7$ (à gauche), $p_1 = 0.5$ (au milieu) et $p_1 = 0.4$ (à droite)

Au vu des courbes, le taux d'erreur devrait donc être plus faible pour les images ayant une probabilité p_2 plus faible pour les bruits 1 et 2. Pour le bruit 3, le niveau de bruit maximal semble être atteint pour $p_1 = p_2$, et semble être minimal lorsque les 2 probabilités sont très différentes.

Les probabilités a priori pour les 8 images sont les suivantes :

Image	alfa2	beee2	cible2	country2	promenade2	veau2	city2	zebre2
p_1	0.753	0.709	0.695	0.648	0.375	0.472	0.592	0.567
p_2	0.247	0.291	0.305	0.352	0.625	0.523	0.408	0.433

Les images alfa2, bee2, cible2 et country2, pour lesquelles $p_2 < p_1$ ont effectivement des taux d'erreur plus faibles que les autres images pour les bruits 1 et 2, ce qui est conforme avec les explications précédentes. En revanche, la faible variabilité des valeurs obtenues pour le bruit 3 interpelle. Pour comprendre cet écart, on peut comparer les valeurs obtenues avec les valeurs optimales, calculables à partir des probabilités a priori et des paramètres de signaux de bruit, qui sont connus. On obtient les résultats suivants (pour un seul test) :

Briuts					Images							
n°	m_1	m_2	σ_1	σ_2	alfa2	beee2	cible2	country2	promenade2	veau2	zebre2	city2
1	0	3	1	2	0.095	0.104	0.109	0.120	0.159	0.149	0.136	0.130
2	1	1	1	5	0.103	0.118	0.122	0.136	0.195	0.183	0.159	0.155
3	0	1	1	1	0.221	0.248	0.255	0.280	0.288	0.310	0.305	0.296

TABLE 2 – Comparaison des taux d'erreur moyens pour chaque image en fonction des paramètres de bruit en utilisant les probabilités a priori

Si les paramètres obtenus pour les bruits 1 et 2 sont du même ordre de grandeur que ceux obtenus après estimation via l'algorithme EM, **ceux obtenus pour le bruit 3 sont nettement inférieurs** (sauf pour veau2). L'algorithme EM ne parvient pas bien à estimer les paramètres de bruit dans le cas du bruit 3, ce qui explique cet écart ! Augmenter le nombre d'itérations ne permet pas de résoudre le problème, comme l'illustrent les 3 graphes suivants :

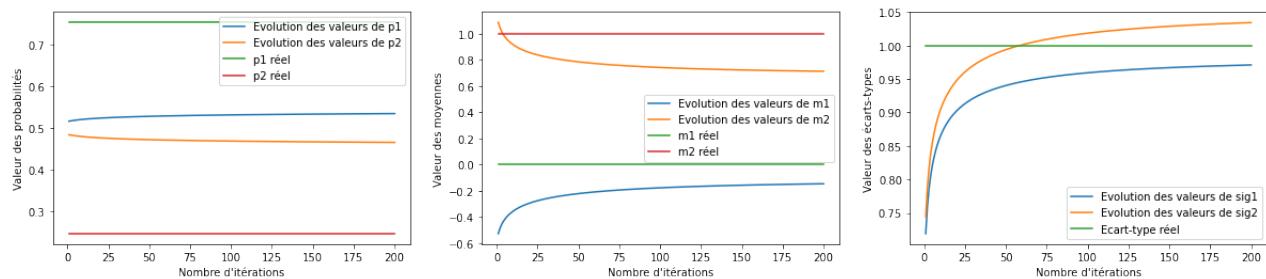


FIGURE 4 – Evolution des paramètres de bruit estimés via algorithme EM en fonction du nombre d’itérations pour l’image alfa2 et les paramètres du bruit 3

On constate que les paramètres convergent très vite vers une limite fixe, qui n’est pas la valeur réelle du paramètre : **l’algorithme EM converge vers un maximum local de vraisemblance**, éloigné du maximum global.

La limite de convergence dépend fortement de l’initialisation pour l’algorithme EM. **Les valeurs initialisées via k-means semblent très satisfaisantes pour débruiter les bruits 1 et 2**, car les taux d’erreur obtenus sont très proches des taux d’erreur optimaux obtenus via calcul avec les probabilités a priori. En revanche, dans le cas du bruit 3, pour améliorer la qualité de la segmentation, il convient de tester plusieurs valeurs d’initialisation et de garder celles fournissant le meilleur taux d’erreur. En Python, en générant p_1 , m_1 , m_2 , sig_1 et sig_2 de manière aléatoire avec `random.random()`, initialisé avec la seed donnée dans le tableau suivant, on obtient ainsi de meilleurs taux d’erreur qu’avec une initialisation via k-means pour certaines images.

Bruit		Images							
n°	seed	alfa2	beee2	cible2	country2	promenade2	veau2	zebre2	city2
3	76	0.220	0.248	0.256	0.284	0.416	0.367	0.318	0.310
3	11	0.295	0.300	0.301	0.305	0.298	0.306	0.312	0.309

TABLE 3 – Comparaison des taux d’erreur moyens pour chaque image pour le bruit 3 en fonction de la seed utilisée pour générer des paramètres d’initialisation aléatoire

Pour ce qui est des images segmentées, on vérifie bien que les images bruitées par les bruit 1 et 2 sont mieux restaurées que celles bruitées avec le bruit 3. Le bruit est réparti sur l’ensemble de l’image (points blancs au milieu des zones noires et zones initialement blanches grisées). On remarque également que, bien que le bruit n°2 apparaisse visuellement comme plus gênant pour un oeil humain, il est plus facilement restaurable que le bruit 3, avec lequel une image bruitée semble plus facilement reconnaissable. Visuellement, cela s’explique car les 2 gaussiennes utilisées dans le bruit 2 ont les mêmes moyennes : les couleurs des pixels de bruit générés sont donc très proches, ce qui rend les formes difficilement distinguables.

Bruit	Image originale	Image bruitée	Image segmentée	Image originale	Image bruitée	Image segmentée
1						
2						
3						
1						
2						
3						
1						
2						
3						

TABLE 4 – Reconstruction de 6 images en fonction du niveau de bruit via modèle des couples indépendants

2 Modèle de chaînes de Markov cachées

2.1 Question 7

7. *Tester la méthode pour 3 images bien choisies dans le dossier, avec les 3 bruits précédemment utilisés. Présenter les résultats (taux d'erreur et images segmentées) et commenter, en comparant les résultats avec ceux du modèle indépendant.*

Bruit					Image							
n°	m_1	m_2	σ_1	σ_2	alfa2	beee2	cible2	country2	promenade2	veau2	zebre2	city2
1	0	3	1	2	0.066 (-3)	0.016 (-9)	0.032 (-7)	0.049 (-7)	0.075 (-8)	0.023 (-13)	0.093 (-4)	0.097 (-3)
2	1	1	1	5	0.060 (-4)	0.022 (-10)	0.037 (-9)	0.054 (-8)	0.093 (-10)	0.026 (-16)	0.104 (-6)	0.102 (-5)
3	0	1	1	1	0.169 (-15)	0.065 (-25)	0.121 (-19)	0.122 (-19)	0.176 (-13)	0.053 (-26)	0.210 (-10)	0.210 (-10)

TABLE 5 – Comparaison des taux d'erreur moyens pour chaque image en fonction des paramètres de bruit en utilisant les paramètres estimés via EM (différence de % par rapport au modèle précédent entre parenthèses)

On constate que les niveaux de bruit obtenus via le modèle de chaînes de Markov cachées sont nettement inférieurs à ceux obtenus via le modèle des couples indépendants, pour tous les bruits et toutes les images (la différence par rapport aux résultats obtenus avec le modèle des couples indépendants est présenté entre parenthèses dans le tableau précédent). Cette différence est particulièrement marquée pour les images beee2 et veau2.

Ces résultats s'expliquent par le fait qu'avec le modèle des chaînes de Markov cachées, l'estimation de la valeur prédite pour un pixel tient compte de la valeur des pixels précédents. Pour les images alpha2, beee2, cible2, veau2, et dans une moindre mesure country2, les zones de blanc et de noir de l'images sont bien démarquées : si un pixel est noir, le pixel suivant a de grandes chances d'être également noir (et réciproquement pour le blanc). Cela est particulièrement visible sur les matrices de transition A correspondant à ces images (valeurs très proches de 1 sur la diagonale) :

$$A_{veau2} = \begin{pmatrix} 0.96 & 0.04 \\ 0.03 & 0.97 \end{pmatrix} \quad A_{beee2} = \begin{pmatrix} 0.99 & 0.01 \\ 0.01 & 0.99 \end{pmatrix} \quad A_{cible} = \begin{pmatrix} 0.98 & 0.02 \\ 0.04 & 0.96 \end{pmatrix}$$

$$A_{alfa2} = \begin{pmatrix} 0.98 & 0.02 \\ 0.06 & 0.94 \end{pmatrix} \quad A_{country2} = \begin{pmatrix} 0.96 & 0.04 \\ 0.07 & 0.93 \end{pmatrix}$$

Pour les images zebre2 et city2, les couleurs de pixel sont plus souvent alternées, ce qui se traduit sur la matrice A par des valeurs plus faibles sur la diagonale, et explique le taux d'erreur légèrement plus élevé :

$$A_{zebre2} = \begin{pmatrix} 0.82 & 0.18 \\ 0.23 & 0.77 \end{pmatrix} \quad A_{city2} = \begin{pmatrix} 0.88 & 0.12 \\ 0.18 & 0.82 \end{pmatrix}$$

Enfin, l'image promenade2 a un taux d'erreur intermédiaire, qui peut en partie se justifier par la dissymétrie de sa matrice de transition : un pixel blanc a une plus forte probabilité d'être suivi d'un pixel blanc qu'un pixel noir n'a de probabilité d'être suivi d'un pixel noir :

$$A_{promenade2} = \begin{pmatrix} 0.85 & 0.15 \\ 0.02 & 0.98 \end{pmatrix}$$

De même que précédemment, il est possible de calculer les niveaux de bruit optimaux à partir des probabilités a priori, des matrices de transition et des paramètres de bruit. On obtient les résultats suivants (pour un seul test) :

Bruit					Images							
n°	m_1	m_2	σ_1	σ_2	alfa2	beee2	cible2	country2	promenade2	veau2	zebre2	city2
1	0	3	1	2	0.026	0.010	0.021	0.035	0.069	0.021	0.079	0.076
2	1	1	1	5	0.030	0.012	0.023	0.054	0.088	0.024	0.097	0.095
3	0	1	1	1	0.067	0.023	0.047	0.090	0.165	0.055	0.200	0.197

TABLE 6 – Comparaison des taux d'erreur moyens avec le modèle des chaînes de Markov cachées pour chaque image en fonction des paramètres de bruit en utilisant les probabilités a priori

Pour certaines images, les résultats obtenus sont déjà très proches des niveaux de bruits optimaux obtenables via méthode des chaînes de Markov cachées (veau2, promenade2). Pour les autres images, on remarque une nouvelle fois des écarts plus importants lorsque les images sont bruitées avec le 3ème bruit. Il est possible de chercher des paramètres d'initialisation différents de ceux obtenus avec k-means pour éviter que l'algorithme EM ne converge vers un maximum local de vraisemblance. En initialisant les paramètres de l'algorithme EM de manière aléatoire, **on réussit par exemple à abaisser le niveau de bruit à 0.089 pour cible 2 (bruit 3, seed 2) et à 0.036 pour beee2 (bruit 3, seed 0)**. Etant donné les temps de calcul, et le nombre de paramètres à tester, la recherche exhaustive des paramètres d'initialisation optimaux n'a pas été effectuée. Au niveau des images reconstruites, on remarque que le contraste est bien mieux préservé qu'avec les images segmentées via méthode des couples indépendants. En particulier, les erreurs de segmentation semblent se concentrer à certains endroits au lieu d'être réparties de manière presque uniformes sur l'image (apparition de tâches blanches dans la zone noire autour du "B" de beee2, mais très peu de points noirs dans la zone blanche constituant le B). Le positionnement d'erreurs le long des bords peut donner un rendu qui semble "flou", qui n'est pas quantifiable via notre méthode de calcul du taux d'erreur. L'image promenade2, majoritairement blanche, est rendue de manière bien plus nette via CMC.

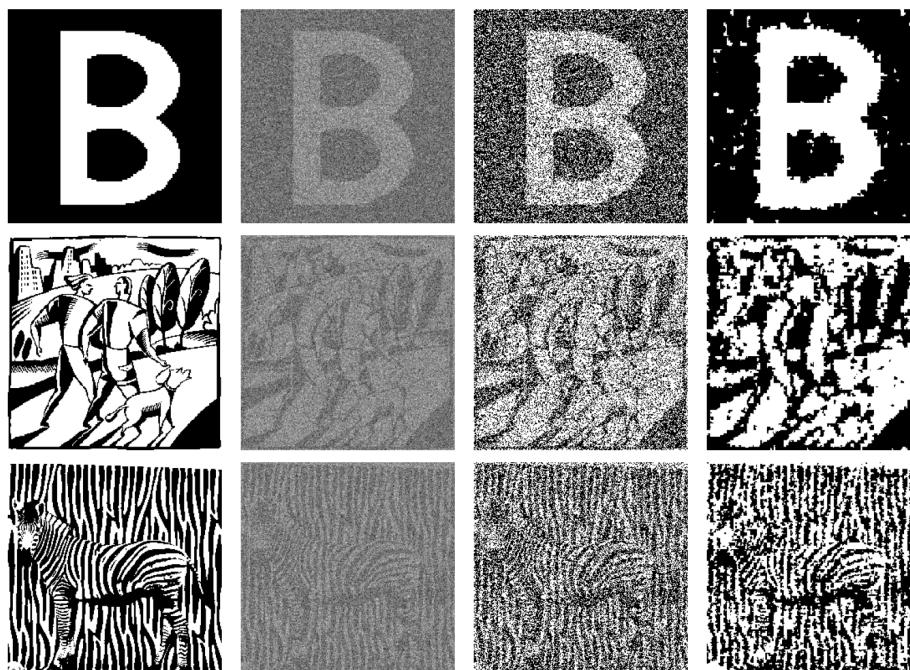


FIGURE 5 – Différences de niveaux de bruit pour des images segmentées avec les 2 méthodes. De gauche à droite : image originale, image bruitée, image restaurée avec méthode des couples indépendants, image restaurée avec modèle HMM

Bruit	Image originale	Image bruitée	Image segmentée	Image originale	Image bruitée	Image segmentée
1						
2						
3						
1						
2						
3						
1						
2						
3						

TABLE 7 – Reconstruction de 6 images en fonction du niveau de bruit via modèle de chaînes de Markov cachées