交换

【解题思路】

本题显然是一个最短路模型。

考虑这种情况，在按照用时从小到大枚举的过程中，每个兑换的策略其实只需要处理 1 次，这是因为如果之前有耗时更少的方案可以采用当前的兑换规则，则得到的结果总耗时一定比当前更优，并且物品价值相同。

我们用一个优先队列来辅助解决这个问题。先把所有兑换规则，按照物品价值 Ri 排序。初始化一个情况，此时总耗时为 0，并且当前物品价值为 1，放入优先队列，优先队列中元素的排序按照总耗时来的，耗时少的排在队列顶部。每次从优先队列里面拿出花费时间最少的情况 mins，遍历所有兑换规则，把所有物品价值小于等于 mins 的，同 mins 进行结合计算。重新放回到优先队列中去，一旦兑换规则要求的物品价值 Ri大于 mins 的物品价值，则停止。如何结合当前物品和 mins呢？将新的价值设为规则可以兑换的物品价值 Vi，总耗时设为 mins 的总耗时 + 执行当前兑换规则的耗时 Ti。

如此循环，直到第一次遇到 mins的价值大于等于m为止，此时 mins 的耗时就是答案。

注意，由于这个过程中，每一个兑换规则只会同取出的 mins 结合计算一次。因此总的复杂度为 O(nlogn)。

这里用如下数据来解释一下上面的过程：

4 5

2 1 1

3 2 1

4 3 1

8 4 1

首先我们对4个兑换规则排序。

优先队列里面存储的是 pair<int,int>，pair 的 first 保存物品价值，second 保存总的耗时。优先队列本身排序按照 second 来 。重载每次弹出时间最小的 pair<int,int>。

第一次弹出来是 pair<1,0>，得到 pair<2,1>，放进队列，弹出pair<2,1>，得到 pair<3,2>，放进队列，弹出 pair<3,2>，得到 pair<4,3>，放进队列，弹出pair<4,3>，得到 pair<8,4>，放进队列，弹出 pair<8,4>，8 大于等于 5，返回时间 4，结束。

迷宫

【解题思路】

题目大意：有一迷宫由多个房间组成，房间之间有连接的道路，进入每个房间都会有相应的奖励，问从一源点到汇点的最短路径是多少，在此最短路径下可以获得的最大奖励是多少。

既然是求最短路径的问题肯定是要用单源最短路算法了，我们可以求出源点到任意点的最短路。不过题目中还要求最大奖励，而这个最大奖励是在最短路径的前提下的，如果当前路比已知的最短路径更短，则最大奖励一定更新；如果和已知最短路长度相等且奖励更大，则也要更新，其他状态不必更新。即只需记录下ans[i]表示从源点走到i点， 走当前找到的最短路径长度的最大得分，当dis[u]+w(u->v)<dis[v]时，用 ans[u]+grade[v]来更新ans[v]；当dis[u]+w(u->v)==dis[v]时，直接令 ans[v]=max(ans[v],ans[u]+grade[v])。（其中grade[v]时房间v的得分）

最优布线

【解题思路】

这道题的本质就是最小生成树。我们可以用普里姆算法（prim）或者克鲁斯卡尔算法（kruskal）做。普里姆算法（prim）采用“蓝白点”的思想，每次循环都会把一个蓝点（未进入树的点）变成白点（进入树的点），且这个蓝点与白点相连的最小边权还是当前所有蓝点中最小的。克鲁斯卡尔算法（kruskal）配上并查集，先让每个点自成一个集合，然后按权值从小到大枚举边，如果两点在不同集合，就连接这两个点，并且答案要加上边的权值。要建成一个n个点的最小生成树，你只需要n-1条边就可以了。

旅游

【解题思路】

- $n \leq 10, 1 \leq m \leq 20$, 这部分可以通过$n!$的暴力搜索, 也可以通过$O(n \cdot 2^m)$的状态压缩, 或者各种奇奇怪怪的暴力写法.
- $\forall i \in [1, N], a_i = 0$, 这部分就可以转化为常规的最短路问题即可, 可以使用SPFA或者Dijkstra, 时间复杂度位$O(kn)$和$O(n \log n)$.
- $\forall i \in [1, N], a_i = k, k \in \mathbb{Z}$, 即所有$a_i$均等于一个常数, 此时我们考统计答案设$\mathbb{E}$为最终答案所经过的边的集合, 则$Ans = \sum_{e_i \in \mathbb{E}} d_{e_i} + a \times \mathbf{Cnt}_{node}$, 即路上边权总和, 加上经过点的个数. 我们考虑点权到边权的转化, 很容易发现$Cnd_{Node} = Cnt_{Edge} + 1$. 于是我们可以点权转化为边权, 答案则位$Ans = a + \sum_{e_i \in \mathbb{E}} (d_{e_i} + a)$.
- 我们考虑$\exists i, j \in [1, N], a_i \neq a_j$的部分, 由于每个点学习时间不同, 我们不能直接将点权和边权进行转化, 那么我们考虑拆点u, u'我们重新建图, $u \rightarrow u'$连接a_u的边, $u' \rightarrow v$连接$d_{<u,v>}$的边. 那么我们每次从$u \rightarrow u'$表示在点u进行学习, 从$u' \rightarrow v$表示从一个学习高峰转移到另一个学习高峰. 那么由于图中只包含$u \rightarrow u', u' \rightarrow v$的边, 构成了一个二分图, 满足如下性质.
    - 设总边集合$\mathbb{E}$, 答案边集的有序集合$\mathbb{A}$, 原始节点$\mathbb{V}$, 拓展节点集合$\mathbb{V}'$.
    - 其中$\forall u \in \mathbb{V}, \forall u' \in \mathbb{V}'$则有$\mathbb{V}, \mathbb{V}'$之中节点未连接任何的边.
    - 答案边集$\mathbb{A}$总是类似$u \rightarrow u', u' \rightarrow v$交替进行地, 即在点$u$进行学习后到达另一个学术高峰$v$满足题意.