

舍入 (round) 题解

首先把每个数对 x 取模，这样它们都大于等于 0，小于 x 。

这时，直觉上舍入后较小的数变成 0，较大的变成 x 。我们尝试证明这个结论。

首先证明要么变成 0，要么变成 x 。如果 a_i 变成 $b_i = nx$ ($n > 1$)，那么必然有一个数 (a_j) 变小成 $b_j = mx$ ($m \leq 0$)，(因为舍入前后和不变)。把 n 减一， m 加一，如果它变成 $m < 0$ ，这样符合题意且更优。否则 $b_j = 0$ ，偏差程度减小

$$(|a_i - nx| + |a_j - 0|) - [|a_i - (n-1)x| + |a_j - 1|] = 2 - 2a_j > 0,$$

更优。 $n \leq 0$ 的情况同理。

接着证明较小的数变成 0，较大的变成 x 。设 $a_i < a_j$ ， $b_i = x$ ， $b_j = 0$ 。如果改成 $b_i = 0$ ， $b_j = m$ ，偏差程度减小

$$(|a_i - x| + |a_j - 0|) - (|a_i - 0| + |a_j - x|) = 2a_j - 2a_i > 0,$$

也更优。

可以变成 x 的数有

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{x}$$

个 (题面保证这个数是正整数)。把这些数从小到大排序，把后 m 个数变成 x ，剩下的变成 0。恢复原来顺序，加上取模前后的差值并输出，时间复杂度 $O(n \log n)$ 。由于只需要划分出后 m 个数，使用 `std::nth_element` 可以做到 $\Theta(n)$ 。