

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)»

На правах рукописи

Рзиева Маншук Тлеккабыловна

Формирование числовых последовательностей, имитирующих
входные измерительные воздействия

Специальность: 05.11.16 – Информационно-измерительные и управляющие
системы (приборостроение)

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель
доктор технических наук,
профессор,
Цветков Эрик Иванович

Санкт-Петербург – 2014

Оглавление

Введение.....	4
Глава 1 Анализ методов формирования числовых последовательностей с известными характеристиками	9
1.1 Назначение имитационного моделирования в метрологическом анализе..	9
1.2 Содержание имитационного моделирования.....	13
1.3 Известные методы воспроизведения последовательностей с известными свойствами	17
Выводы по главе 1	24
Глава 2 Математические модели входных измерительных воздействий с известными характеристиками	25
2.1 Математическое описание последовательности с известным одномерным законом распределения вероятностей.....	25
2.2 Двумерный закон распределения вероятностей последовательности при исходном одномерном с известными корреляционными связями смежных отсчетов	30
2.3 Математическое описание последовательностей с требуемыми свойствами стационарности, нестационарности, эргодичности, неэргодичности.....	37
Выводы по главе 2.....	45
Глава 3 Имитационное моделирование числовых последовательностей с известными характеристиками для обеспечения метрологического анализа	47
3.1 Имитационное моделирование числовых последовательностей с известным одномерным законом распределения вероятностей и уровнем корреляции	47
3.2 Имитационное моделирование числовых последовательностей с двумерным законом распределения вероятностей отсчетов и уровнем корреляции	51
3.3 Имитационное моделирование нестационарных эргодических последовательностей.....	56

3.4 Верификация полученных результатов при имитационном моделировании	59
Выводы по главе 3	75
Глава 4 Воспроизведение входных измерительных воздействий с известными свойствами для обеспечения метрологического анализа результатов измерения длительности локального сигнала	76
4.1 Постановка задачи	76
4.2 Двухэтапные измерения параметров локальных сигналов	80
4.3 Программная реализация моделирования локального сигнала на фоне аддитивной помехи	82
Выводы по главе 4	93
Заключение	95
Список литературы	97
Приложение А	108
Приложение Б	110
Приложение В	112
Приложение Г	115
Приложение Д	117

Введение

Актуальность темы исследования. В настоящее время процедура метрологического анализа с использованием имитационного моделирования наиболее распространенный метод оценивания характеристик погрешностей результатов измерений в информационно-измерительных системах (ИИС). В связи с развитием компьютеризации и усложнением научных экспериментов имитационное моделирование является неотъемлемой частью метрологического обеспечения современных измерений. С помощью имитационного моделирования изучаются свойства процедур и результатов измерений.

Метрологический анализ с помощью имитационного моделирования выполняется в тех случаях, когда метрологический эксперимент невозможен, а для расчетного оценивания характеристик погрешностей не удастся сформировать необходимые соотношения из-за их сложности. Для проведения метрологического анализа на основе имитационного моделирования необходимо воспроизвести входные измерительные воздействия. На данный момент для метрологического анализа с использованием имитационного моделирования или, по-другому, машинного эксперимента, не сформирован единый подход воспроизведения входных измерительных воздействий с известными характеристиками. Поэтому тема диссертационной работы, посвященной имитационному моделированию входных измерительных воздействий с известными характеристиками, является актуальной.

Мало изученной областью метрологического анализа с использованием имитационного моделирования является формирование входных измерительных воздействий в виде числовых последовательностей с известными характеристиками: заданным динамическим диапазоном входного измерительного воздействия, заданным законом распределения

вероятностей случайной последовательности, заданным коэффициентом корреляции отсчетов в последовательности и заданного вида: стационарные эргодические, нестационарные эргодические, стационарные неэргодические, нестационарные неэргодические. Свои особенности имеет задача воспроизведения суммы полезного сигнала с заданными характеристиками и аддитивной помехи со свойствами стационарности и нестационарности.

Целью диссертационной работы является разработка алгоритмов формирования числовых последовательностей (нестационарных эргодических, стационарных неэргодических, нестационарных неэргодических) с известными характеристиками, обеспечивающих возможности проведения метрологического анализа с использованием имитационного моделирования процедур и результатов измерений.

В соответствии с поставленной целью требуется решить **следующие задачи:**

1. Исследовать методы воспроизведения числовых последовательностей с известными характеристиками.
2. Сформировать алгоритмическое обеспечение процедур воспроизведения числовых последовательностей, имитирующих входные измерительные воздействия с известными свойствами: одномерной плотностью распределения отсчетов, коэффициентом корреляции, двумерной плотностью распределения вероятностей, различные комбинации свойств стационарности, эргодичности, нестационарности, неэргодичности.
3. Провести имитационное моделирование входных измерительных воздействий с известными характеристиками, представленных в виде числовых последовательностей. Верифицировать результаты имитационного моделирования входных измерительных воздействий с известными характеристиками.
4. Разработать программную систему на основе базового алгоритмического обеспечения воспроизведения входных измерительных воздействий с

известными свойствами для выполнения метрологического анализа на основе имитационного моделирования.

5. Применить разработанную программную систему для метрологического анализа результатов измерений.

Объектом исследований являются числовые последовательности, имитирующие входные измерительные воздействия.

Предметом исследований алгоритмическое обеспечение воспроизведения входных измерительных воздействий для выполнения метрологического анализа с использованием машинного эксперимента.

Основными методами исследованиями при решении поставленных задач являются методы моделирования и программирования, методы теории вероятностей и математической статистики, аппарат теории случайных процессов.

Научная новизна:

1. Предложены алгоритмы формирования числовых последовательностей нестационарных эргодических, стационарных неэргодических, нестационарных неэргодических с известными характеристиками, обеспечивающие возможности проведения метрологического анализа на основе имитационного моделирования.
2. Предложены алгоритмы, обеспечивающие установление одномерного и двумерного закона распределения сформированной числовой последовательности по исходному одномерному распределению вероятностей отсчетов базовой последовательности и введенным коэффициентом корреляции между отсчетами.
3. Разработана методика применения предложенных алгоритмов, обеспечивающая процедуру метрологического анализа результата измерения длительности локального сигнала с использованием адаптивного порогового уровня, отличающаяся возможностью повышения точности измерения.

Практическая ценность работы состоит в том, что в ходе ее выполнения разработаны алгоритмы и программы, обеспечивающие формирование входных измерительных воздействий с заданными характеристиками.

1. Разработан алгоритм формирования входного воздействия с одномерным законом распределения и заданной корреляционной функцией.

2. Разработана программа и алгоритм формирования нестационарного эргодического входного воздействия на основе стационарного эргодического сигнала.

3. Разработан алгоритм формирования неэргодического стационарного входного воздействия на основе стационарного эргодического процесса, а также неэргодического нестационарного входного воздействия.

Разработанные алгоритмы и программы могут быть использованы при метрологическом анализе сложных систем.

Реализация и внедрение результатов работы. Результаты диссертационной работы внедрены в учебный процесс СПбГЭТУ «ЛЭТИ» подготовки бакалавров и магистров по направлению 200100 «Приборостроение».

Создана программная система воспроизведения входных измерительных воздействий с известными характеристиками (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2014617208 «Воспроизведение входных воздействий с требуемыми характеристиками»).

Научные положения, выносимые на защиту:

1. Алгоритмы формирования числовых последовательностей нестационарных эргодических, стационарных неэргодических, нестационарных неэргодических для проведения метрологического анализа на основе имитационного моделирования.
2. Алгоритмы определения одномерного и двумерного закона распределения сформированной числовой последовательности по исходному

одномерному распределению вероятностей отсчетов базовой последовательности и заданному коэффициенту корреляции.

3. Методика формирования числовых последовательностей, имитирующих входные измерительные воздействия, на примере измерения длительности локального сигнала с использованием адаптивного порогового уровня.

Достоверность и обоснованность научных положений подтверждается соответствием результатов теоретических исследований и машинного эксперимента.

Апробация работы. Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на Четвертой Международной научно-практической конференции «Измерения в современном мире – 2013» (г. Санкт-Петербург, 2013г.), на Международной научно-практической конференции «Научные проблемы современного мира и их решения» (г. Липецк, 2013г.), на конференциях профессорско-преподавательского состава, аспирантов и студентов СПбГЭТУ «ЛЭТИ» (2012, 2013, 2014 гг.).

Публикации. Основные теоретические и практические результаты диссертационной работы опубликованы в 10 статьях и докладах, среди которых 3 публикации в ведущих рецензируемых изданиях.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы, включающего 96 наименований, приложений. Основная часть работы изложена на 107 страницах машинописного текста, содержит 26 рисунков, 14 таблиц.

Глава 1 Анализ методов формирования числовых последовательностей с известными характеристиками

1.1 Назначение имитационного моделирования в метрологическом анализе

Метрологический анализ с использованием имитационного моделирования относительно новый метод оценивания метрологических характеристик результатов (характеристик точности) и средств (характеристик, влияющих на точность) измерений. С эволюцией средств измерительной техники, а именно с появлением процессорных измерительных устройств, измерения стали характеризоваться новыми возможностями. Прежде всего, потому что процедура формирования результата измерения стала выполняться автоматически. Именно, с появлением цифровых измерительных приборов возникли предпосылки для использования измерительных средств в составе автоматических и автоматизированных систем управления, испытаний и научных экспериментов. Появилась необходимость решения новых задач метрологического обеспечения измерений.

Наряду с метрологическим экспериментом, который до появления ЭВМ был основным методом метрологического анализа, потребовалось обратиться к использованию методов оценивания метрологических характеристик посредством расчетов на аналитической основе и с помощью имитационного моделирования [74, 76-77, 79]. Метрологический эксперимент проводится с помощью специальных измерительных средств, называемых эталонными. Метрологический эксперимент играет особую роль в метрологическом анализе, так как позволяет получать новые знания о погрешностях результатов измерений, формируемых конкретными измерительными средствами. В то же время результаты метрологический анализ с помощью расчетов на аналитической основе или имитационного

моделирования есть интерпретация используемых априорных знаний. Однако имитационное моделирование расширяет возможности выполнения метрологического анализа без использования метрологического эксперимента. В тех случаях, когда аналитическое описание погрешностей и вывод расчетных соотношений для вероятностных характеристик погрешностей осуществить невозможно из-за сложности требующихся преобразований также прибегают к методу имитационного моделирования.

Таким образом, назначение имитационного моделирования заключается в обеспечение проведения метрологического анализа.

В связи с компьютеризацией самых разных областей обработки информации имитационное моделирование, или по-другому машинный эксперимент или машинное (компьютерное) моделирование, имеет широкое применение в каждой из них. И это естественно, так как имитационное моделирование не требует больших материальных и временных затрат по сравнению с натурным экспериментом, который невозможно реализовать на этапе проектирования системы. [1, 25, 35, 88].

Авторы работ [1, 35, 88] дают различные определения понятия имитационного моделирования. Максимум пишет, что «...мы имеем дело с такими математическими моделям, с помощью которых результат нельзя заранее вычислить или предсказать, поэтому для предсказания поведения реальной сложной системы необходим эксперимент на модели при заданных исходных данных». Р. Шеннон дает следующее определение: «Имитационное моделирование есть процесс конструирования модели реальной системы и постановки экспериментов на этой модели с целью либо понять поведение системы, либо оценить (...) различные стратегии, обеспечивающие функционирование данной системы». Шеннон пишет, что многие авторы употребляют термин «имитационное моделирование» в более узком смысле, отличном от употребления Шенноном, как «процесс, включающий и конструирование модели, и аналитическое применение модели для изучения некоторой проблемы». Согласно определению

Шеннона, термин «имитационное моделирование» может также охватывать стохастические модели и эксперименты с использованием метода Монте-Карло. Все трое авторов определяют имитационное моделирование (ИМ) как численный метод проведения на ЭВМ экспериментов с математическими моделями.

Первые книги по ИМ, написанные в СССР, принадлежат выдающемуся ученому в области теории и моделирования сложных систем¹ Бусленко Н.П. [9, 10] Существует немалое количество опубликованных работ, посвященных изучению процесса ИМ. К ним можно отнести труды таких отечественных ученых как: Девяткова В.В., Якимова И.М., Попова В.М., Солодкова Г.П., Топилина В.М., Кобелева Н.Б. и др. Метод ИМ разрабатывался, прежде всего, для исследования систем массового обслуживания (систем с очередями; система, которая производит обслуживание поступающих в неё требований), об этом свидетельствует также книга признанного классика GPSS Томаса Шрайбера [89]. Система GPSS², как и многие моделирующие системы, претерпела эволюцию вместе с компьютерной техникой и операционными системами. У нас GPSS была более известна как пакет моделирования дискретных систем (ПМДС).

Методология имитационного моделирования долгое время развивалась в каждой отрасли отдельно и несогласованно, и не существовало единого подхода, терминологии и единой системы понятий.

Применение имитационного моделирования в метрологии и измерительной технике при проведении метрологического анализа были

¹ К классу сложных систем относят крупные технологические, производственные, энергетические, коммуникационные комплексы, системы автоматизированного управления, многопроцессорные, вычислительные системы высокой производительности и другие объекты. [10]

² GPSS (General Purpose Simulating System – общецелевая система моделирования) является языком моделирования, используемым для построения дискретных моделей и проведения моделирования на ЭВМ. Система была разработана сотрудником фирмы IBM Джеффри Гордоном в 1961 году. Гордоном были разработаны пять первых версий: GPSS (1961), GPSS II (1963), GPSS III (1965), GPSS/360 (1967) и GPSS V (1971), поддерживаемые компанией IBM. В 1984 году появилась первая версия GPSS для персональных компьютеров с операционной системой DOS – GPSS/PC. В настоящее время используется версия GPSS World для ОС WINDOWS.

предложены около 30 лет назад такими учеными, как Лубочкин Н.М., Цветков Э.И., Хуснутдинов Г.Н., Соболев В.С., Павлович Н.И. [33, 34, 81, 82, 85, 95].

В метрологическом анализе метод имитационного моделирования предполагает воспроизведение входных воздействий и составляющих измерительную процедуру преобразований в числовой форме на основе соответствующих математических моделей. Согласно определению понятия ИМ [74]: «Имитационное моделирование процедур измерений есть использование ЭВМ для воспроизведения в числовой форме входного воздействия и всей последовательности преобразований, выполняемых при формировании результата, представляющего значение измеряемой величины.». Данное определение позволяет не только отделить ИМ от физического моделирования, основанного на иных методах, но и установить его связь с математическим, заключающимся в формализованном описании моделируемых процедур в виде алгоритмов. Эта связь очевидна, так как имитационное моделирование опирается на математическую модель процедуры измерений, представленную в аналитико-алгоритмической форме. ИМ в виде воспроизведения в числовой форме входного воздействия с заданными характеристиками и выполняемой последовательности измерительных преобразований есть модификация (обобщение) метода Монте-Карло и, следовательно, для его реализации необходимо располагать сведениями о значениях (виде) случайных характеристик, а также о свойствах случайных характеристик.»

Основные подходы к описанию метрологического анализа на основе ИМ изложены в работах профессора Цветкова Э.И. [8, 73, 75-77, 79, 84]. Работы других авторов, посвященной данной тематике встречаются мало [25, 72].

Таким образом, использование имитационного моделирования для оценки вероятностных характеристик погрешностей результатов измерений в информационно-измерительных системах (ИИС) актуальная задача.

1.2 Содержание имитационного моделирования

В общем виде последовательность отображений, представляющая воспроизведение j -го измерительного эксперимента (имитация j -го измерительного эксперимента) [79]:

$$\begin{aligned} \gamma_{ИМj} &\rightarrow R_{ИМ1}\gamma_{ИМj} \rightarrow R_{ИМi} \dots R_{ИМ1}\gamma_{ИМj} \rightarrow \\ \lambda_{ИМj}^* &= R_{ИМm} \dots R_{ИМ1}\gamma_{ИМj} \rightarrow \lambda_{ИМj}^* - F_{ИМ}\gamma_{ИМj} = \Delta_{ИМ}^* \lambda_j^* \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь $\gamma_{ИМj}$ – воспроизведенное в числовой форме входное воздействие в j -м измерительном эксперименте; $R_{ИМi}$ – воспроизведение в числовой форме i -го измерительного преобразования; $\lambda_{ИМj}^*$ – воспроизведенный в числовой форме результат измерений в j -м измерительном эксперименте; $F_{ИМ}\gamma_{ИМj}$ – воспроизведение в числовой форме истинного значения измеряемой величины в j -м измерительном эксперименте; $\Delta_{ИМ}^* \lambda_j^* = \lambda_{ИМj}^* - F_{ИМ}\gamma_{ИМj}$ – оценка погрешности результата измерений в j -м измерительном эксперименте, полученная с помощью имитационного моделирования.

Из (1.1) следует, что метрологический анализа с использованием ИМ состоит из двух этапов: – на первом этапе воспроизводятся входное воздействие и измерительная процедура; на втором – выполняется обработка результатов ИМ.

Для воспроизведения измерительного эксперимента требуется знание вида аналитико-алгоритмического уравнения измерений, а также математических моделей измерительных модулей.

Цель измерений заключается в нахождении действительных (принятых за истинные) значений величин, характеризующих свойства физических объектов. В общем случае, входное воздействие – совокупность полезного сигнала – носителя информации о значении измеряемых величин и аддитивной помехи. Следовательно, числовые последовательности должны представлять собой совокупность сигнала и аддитивной помехи. Исходя из

данного рассуждения, все задачи, решаемые с использованием имитационного моделирования в метрологическом анализе, можно разделить на четыре группы: 1) измерение постоянной величины на фоне аддитивной помехи; 2) измерение переменной величины на фоне аддитивной помехи; 3) измерение параметров локальных сигналов на фоне аддитивной помехи; 4) статистические измерения (измерения вероятностных характеристик случайных процессов).

Существуют также специальные задачи метрологического анализа, такие как сличения эталонов. Исследование процедур сличения также может быть выполнено с применением имитационного моделирования [71, 67, 94].

Для воспроизведения входных измерительных воздействий с известными свойствами необходимо иметь априорные знания. В качестве априорных знаний будет выступать математическая модель (ММ) входного воздействия ($ММ_{\gamma}$). Математическая модель входного измерительного воздействия $\gamma(t)$ включает в себя те сведения, которые необходимы для конкретной задачи.

При измерении постоянных величин и параметров полезный сигнал можно представить в виде: $\gamma_j(t) = y_j(t) = y_j$, где $t \in [0, T]$. Данное выражение можно интерпретировать как:

$$ММ_{\gamma} := (y_j(t) = y_j, y_j \in [y_{\min}, y_{\max}], w(y_j)): \quad (1.2)$$

Т.е. входное воздействие постоянно на интервале j -го измерительного эксперимента, принадлежит диапазону значений $[y_{\min}, y_{\max}]$ и характеризуется плотностью распределения вероятностей $w(y_j)$. Это случай, когда входное измерительное воздействие на интервале измерения меняется пренебрежимо мало.

Таким образом, возникает задача воспроизведения входного воздействия с требуемым одномерным распределением вероятностей и

заданным динамическим диапазоном. Так, если необходимо воспроизвести погрешность квантования $\Delta_k \gamma_j^*$, то:

$$MM_{\Delta k} := \left(\Delta_k \gamma_j^* = \text{const} / \left(t \in [t_j + \Delta t_{\partial}, t_j + \Delta t_{\partial} + \Delta t_k] \right), \Delta_k \gamma_j^* \in \left[-\frac{\Delta_k}{2}, \frac{\Delta_k}{2} \right], w(\Delta_k \gamma_j^*) = \frac{1}{\Delta} \right).$$

При проведении ИМ результат квантования представляется суммой квантуемой величины и данной погрешности квантования, постоянной для всего цикла. От цикла к циклу (j и $j+1$) $\Delta_k \gamma_j^*$ меняется в соответствии с $w(\Delta_k \gamma_j^*)$, но в цикле величина должна оставаться постоянной.

При измерении переменных значений и параметров процессов (переменных величин), полезный сигнал можно представить в виде: $y_j(t)$. Т.е. когда гипотеза о том, что $\gamma_j(t) = y_j(t) = y_j$ несправедлива, математическая модель входного воздействия меняется соответствующим образом:

$$MM_{\gamma} := \left(y_j(t) = f(t_j \{ \alpha \}), y_j \in [y_{\min}, y_{\max}], w(y_j), B_y(s) \right), \quad (1.4)$$

где α – случайный параметр; $B_y(s)$ – корреляционная функция входного воздействия, s – интервал между двумя смежными отсчетами. Здесь возникает задача воспроизведения входного воздействия с известным одномерным распределением и заданной корреляцией смежных отсчетов.

Часто при этом возникает задача измерения параметров гармонических сигналов. Такие задачи встречаются в энергетике.

Измерение параметров локальных сигналов (длительности, амплитуды) – часто встречающиеся задачи во многих отраслях. Локальный сигнал характеризуется тем, что измеряемые величины в таких процессах проявляются только либо на ограниченном пространстве, либо на ограниченном интервале времени: $y_j(t)$, $t \in [t_p, t_p + T_{\text{ЛС}}]$, где t_p – момент возникновения, $t + T$ – интервал времени, на котором проявляется измеряемая величина.

В процедуре имитационного моделирования возникает задача воспроизведения суммы помехи и локального сигнала с заданной длительностью или амплитудой на ограниченном интервале времени, появляющегося в случайный момент. Возникает необходимость обнаружения локального сигнала на фоне аддитивной помехи, после чего измеряются требуемые параметры.

Переход от измерений постоянных величин и параметров к измерениям переменных значений и параметров процессов привел к различению статических и динамических погрешностей. Вообще, объектом метрологического анализа при использовании ИМ являются методические погрешности результатов измерений. Но, если при имитационном моделировании используются результаты экспериментальных исследований случайных погрешностей, тогда объектом метрологического анализа являются полные погрешности.

Статистические измерения – это измерение вероятностных характеристик случайных процессов. Потребность в изучении свойств случайных процессов повлекла за собой формирование необходимого метрологического уровня измерений вероятностных характеристик. Статистическим измерениям посвящена монография [80], в которой описываются проблемы, встречающиеся при данных измерениях, разработана методология и техника измерений вероятностных характеристик. Кроме того, в монографии заложены необходимые основы для развития статистических измерений на основе имитационного моделирования. На основании монографии написана диссертация, посвященная измерению вероятностных характеристик с использованием ИМ. [32]

Поскольку входное воздействие и ряд фигурирующих в математических моделях параметров – случайные величины, их воспроизведение может выполняться с использованием соответствующих генераторов случайных чисел

Таким образом, для проведения метрологического анализа с использованием имитационного моделирования необходимо иметь программную систему, в состав которой должны входить программы воспроизведения входных воздействий, элементарных измерительных преобразований, составляющих процедуру измерений, а также программы обработки результатов моделирования.

1.3 Известные методы воспроизведения последовательностей с известными свойствами

Моделирование случайных величин. Возникновение метода статистических испытаний [9] (метода Монте-Карло³) потребовало осуществления генерации случайных последовательностей, что привело к необходимости создания устройств – генераторов случайных чисел. Способы получения случайных чисел (генераторы) разделяются на аппаратные и программные, позволяющие получать случайные и псевдослучайные числа соответственно.

Аппаратные способы основаны на использовании различных естественных источников первичных сигналов, по своей природе являющихся случайными, например, радиоактивный распад, шумы электронных и полупроводниковых приборов и т.д.

На ЭВМ формируются (генерируются) так называемые псевдослучайные числа (ПСЧ) по детерминированным алгоритмам, которые

³ Применение метода Монте-Карло для решения технических задач связано с работой фон Неймана и Улана в конце 40-х годов, когда они ввели термин Монте-Карло и применили этот метод к решению некоторых задач экранирования ядерных излучений. Этот математический метод был известен уже много лет, но свое второе рождение он пережил, когда нашел в Лос-Аламосе применение в закрытых работах по ядерной технике, которые велись под кодовым названием «Монте-Карло». Применение метода оказалось настолько успешным, что он получил распространение и в других областях науки и техники. В методе Монте-Карло данные предшествующего опыта вырабатываются искусственно путем использования некоторого генератора случайных чисел в сочетании с интегральной функцией распределения вероятностей для исследуемого процесса. Таким генератором может быть таблица, колесо рулетки, подпрограмма ЭВМ или какой-нибудь другой источник равномерно распределенных случайных чисел. [92]

с определенной степенью приближения имитируют случайные события. Поэтому их называют псевдослучайными, так как они генерируются по определенному алгоритму и в процессе формирования повторяется определенный цикл. Однако этот цикл столь велик, что псевдослучайный характер формируемого массива может сказаться только при исследовании очень малых вероятностей (менее 10^{-3}). Такие программы называют датчиками случайных чисел. Программные способы в наибольшей степени удовлетворяют требованиям, предъявляемым к качеству моделируемой последовательности случайных чисел. Важнейшими требованиями являются следующие: высокая скорость получения псевдослучайных чисел; для заданного алгоритма проверенное качество получаемых ПСЧ (независимость, закон распределения, числовые характеристики, интервал периодичности) остается неизменным, что позволяет применять этот алгоритм для решения различных задач.

С развитием компьютерной техники менялись программные генераторы псевдослучайных чисел (далее, будем называть случайными числами). Самые ранние методы генерирования выполнялись вручную, например: вытягивание жребия, бросание игральных костей, сдача карт или вытаскивание пронумерованных шариков из урны, в которой они предварительно были «тщательно перемешаны». В начале XX века специалисты по статистике также проявляли интерес к случайным числам. Были созданы механизированные устройства для более быстрого генерирования случайных чисел: в конце 1930-х годов Кендалл и Бабингтон-Смит использовали быстро вращающийся диск для подготовки таблицы, содержащей 100000 случайных однозначных чисел. Позднее были разработаны электрические схемы. Основанные на произвольно пульсирующих электронных лампах, которые выдавали до 50 случайных чисел в секунду. Одна из таких схем реализована в электронном индикаторном устройстве для получения случайных чисел (ERNIE), использовавшемся Британским почтовым ведомством для выбора

победителей в лотерее [Thomson, 1959]. Другое электронное устройство применялось компанией Rand Corporation для генерирования таблицы, содержащей 1000000 случайных цифр. Было изобретено и множество других схем, таких как произвольный выбор чисел из телефонных книг, результатов переписи населения или использование цифр в числе π до 100000 десятичных разрядов. В последние годы также проявляется интерес к созданию и использованию физических устройств для получения случайных чисел, например, устройство, основанное на подсчете гамма-излучения. [97]

С распространением компьютеров (и моделирования) все более пристальное внимание стало уделяться методам генерирования, или генераторам случайных чисел, совместимых со способом работы компьютеров. Одна возможность состоит в прямом подключении к компьютеру электронных устройств генерирования случайных чисел, таких как *ERNIE*. У этого метода есть несколько недостатков, основной заключается в том, что точно воспроизвести сформированный поток случайных отсчетов невозможно. Поэтому в исследованиях 1940 – 1950-х годов ученые обратились к численным, или арифметическим, способам генерирования «случайных» чисел. Эти методы являются последовательными, каждое новое число определяется одним или несколькими предшествующими числами в соответствии с заданной математической формулой.

Сейчас для имитационного моделирования в разных областях науки и техники используют различные программные пакеты – MatLAB, LabVIEW, MathCAD, C++, FORTRAN, PASCAL и мн. др. Соответственно, и генераторы в различных программах могут различаться. Большое число используемых генераторов работают довольно быстро, требуют мало памяти и позволяют воспроизводить определенную последовательность случайных чисел.

Большинство программных генераторов работают на основе линейно-конгруэнтного⁴ метода.

Линейные конгруэнтные генераторы созданы Лемером в 1949 г. В них последовательность целых чисел Z_1, Z_2, \dots определяется по рекурсивной формуле:

$$Z_i = (aZ_{i-1} + c) \pmod{m} \quad (1.5)$$

где m – модуль, a – множитель, c – приращение, Z_0 – начальное число или значение. m, a, c, Z_0 – являются неотрицательными целыми числами. Таким образом, согласно формуле (1.5) для получения Z_0 нужно разделить $aZ_{i-1} + c$ на m , т.е. Z_i будет остатком этого деления. Поэтому $0 \leq Z_i \leq m-1$, а чтобы получить искомые случайные числа U_i (при $i=1, 2, \dots$) в интервале $[0, 1]$, примем $U_i = Z_i / m$. Следует иметь ввиду и точный характер деления Z_i на m в связи с различиями в способах обработки разными компьютерами чисел с плавающей запятой.

В зависимости от условия, $c > 0$ или $c = 0$ различают смешанные и мультипликативные генераторы соответственно. Имеются также конгруэнтные генераторы общего типа, сложные генераторы и др. Полное описание методов генерирования можно найти в работе [1].

Наиболее распространены способы получения случайных чисел с равномерным законом распределения, позволяющие непосредственно использовать полученную последовательность случайных чисел или с последующим ее преобразованием в выборку с заданным законом и с заданными числовыми характеристиками. Таким образом, равномерно распределенные числа являются остатками от последовательного деления большого числа на некратное меньшее число. Не нарушая общности, будем считать, что эти случайные числа имеют равномерное распределение на интервале $[-1, 1]$, и, следовательно, их математическое ожидание равно нулю.

⁴ Лат. Congruens – совпадение, соответствие.

На данный момент имеется много литературы, посвященной генерированию случайных величин, моделированию последовательности случайных процессов [3, 4, 40, 55-57, 68, 90-92 и др.]. Особенно часто моделирование случайных последовательностей используется в радиотехнике [49, 51 и др.]. Однако нет сформированного аппарата для решения задач метрологического анализа с использованием ИМ, единого математического обеспечения для воспроизведения входных измерительных воздействий, которое охватывало бы совокупность возможных часто используемых свойств таких воздействий.

Особенно много работ, посвященных анализу и моделированию случайных процессов со свойством стационарности [86, 56, 24, 29] и свойствам нестационарности [73, 78]. Во всех перечисленных источниках не описаны свойства неэргодических последовательностей, алгоритм их формирования и определение вероятностных характеристик.

Стационарным называется процесс, вероятностные характеристики которого не зависят от времени.

Эргодическим называется процесс, вероятностные характеристики которого не зависят от номера реализации.

В теории случайных процессов различают стационарные процессы в широком и узком смысле. Данное выше определение относится к случайным процессам, стационарным в узком смысле, т.е. к процессам, для которых равенство $\theta_t = const$ (свойства, зависящие от текущего времени) выполняется независимо от вида вероятностной характеристики. Для эргодического процесса в узком смысле равенство $\theta_k = const$ (свойства, зависящие от номера реализации) выполняется независимо от вида вероятностной характеристики. Тогда, для стационарного эргодического процесса:

$$\theta_{cp} = \theta_k = \theta_t;$$

для стационарного неэргодического случайного процесса:

$$\theta_{cp} = \theta_t;$$

для нестационарного эргодического случайного процесса:

$$\theta_{cp} = \theta_k.$$

Вероятностные характеристики, с помощью которых изучаются свойства процессов, проявляющиеся на всем ансамбле выборочных данных θ_{cp} .

Для нестационарного неэргодического случайного процесса все виды вероятностных характеристик различны.[80]

Неэргодическим случайным процессом называется такой, для которого вероятностные характеристики, определяемые как пределы выборочного среднего по времени, зависят от номера реализации. Определение эргодического случайного процесса как процесса, для которого усреднение по времени не меняет результата усреднения по совокупности, справедливо только для стационарных процессов. Для нестационарного случайного процесса усреднение по времени меняет результат усреднения по совокупности в силу зависимости последнего от текущего времени.

Использование входных измерительных воздействий в виде нестационарных случайных процессов необходимо при использовании имитационного моделирования для метрологического анализа результатов измерений величин на фоне соответствующих помех, а также при метрологическом анализе результатов измерений вероятностных характеристик нестационарных случайных процессов.

Использование входных измерительных воздействий в виде неэргодических случайных процессов необходимо при использовании имитационного моделирования для метрологического анализа результатов измерений величин на фоне соответствующих помех, когда аргумент не текущее время (пространственные координаты, разные источники), а также при метрологическом анализе результатов измерений вероятностных характеристик неэргодических случайных процессов.

Формирование случайных величин с заданным распределением.

Наиболее простой способ получить из равномерно распределенных чисел случайные числа ξ с распределением $w_\xi(y)$ – подвергнуть их нелинейному преобразованию $\xi = f(\xi)$, заданному на интервале изменения аргумента $[0; 1]$.

$$w_\xi(y) = 1 \left/ \frac{df^{-1}(y)}{dy} \right.,$$

Откуда

$$y = f(x) = W_\xi^{-1}(x),$$

где $W_\xi^{-1}(x)$ - функция, обратная требуемому интегральному распределению.

Например, для формирования нормально распределенной случайной величины с математическим ожиданием a и средним квадратическим отклонением σ нелинейное преобразование должно иметь вид:

$$y = f(x) = a + \sigma \Phi(x)$$

где Φ^{-1} , как и ранее, функция, обратная интегралу вероятности. [68].

Помимо метода нелинейного преобразования (обратной функции), существуют и другие методы моделирования случайных величин с заданным распределением вероятностей, например метод композиции, метод свертки, метод принятия-отклонения и специальные свойства. В зависимости от требуемого распределения нужно использовать соответствующий метод.

В работах [55, 68, 90, 91] описываются методы моделирования, моделирование случайных последовательностей с требуемым распределением. В большинстве случаев необходимый вид распределения получают в результате нелинейного преобразования над сформированной последовательностью с равномерным распределением на интервале $[0, 1]$.

Интерес к подобным моделям обусловлен все более интенсивным использованием машинного эксперимента при проведении метрологического анализа средств и результатов измерений [73, 80].

Выводы по главе 1

В метрологическом анализе процедура воспроизведения входных измерительных воздействий с использованием ИМ – первостепенная задача, требующая формирования числовых последовательностей с известными характеристиками: заданным одномерным законом распределения вероятностей (распределением базовой последовательности), заданной корреляцией отсчетов в формируемой последовательности. И далее – внесение комбинированных свойств в сформированную последовательность: стационарности, нестационарности, эргодичности, неэргодичности.

Анализ методов формирования числовых последовательностей с известными свойствами показывает, что в настоящее время по данной тематике известно немало работ по моделированию случайных последовательностей с требуемой плотностью распределения вероятностей. Намного меньше работ, посвященных алгоритмическому обеспечению формирования последовательностей со свойствами нестационарности. Работ же, посвященных алгоритмическому обеспечению формирования неэргодических последовательностей, неизвестно. Нет единого подхода или алгоритмического обеспечения по решению поставленных в данной диссертационной работе задач.

Таким образом, на данном этапе исследования задача формирования алгоритмического обеспечения воспроизведения входных измерительных воздействий с известными характеристиками для метрологического анализа актуальна.

Глава 2 Математические модели входных измерительных воздействий с известными характеристиками

2.1 Математическое описание последовательности с известным одномерным законом распределения вероятностей

Как уже выяснили, метрологический машинный эксперимент (имитационное моделирование) состоит из двух этапов: имитации входного воздействия в виде числовой последовательности и имитации выполняемых при измерении преобразований входного измерительного воздействия. Воспроизведение входного измерительного воздействия $\gamma_{ИМj}(t)$ в виде числовой последовательности с известными характеристиками можно представить в виде:

$$\gamma_{ИМj}(t) = \{\gamma_{ИМj}(t_s)\}_{s=1}^N, \quad (2.1)$$

где s – отсчеты в j -ом измерительном эксперименте, N – объем выборки.

Результаты оценивания, полученные с помощью имитационного моделирования, зависят от состава априорных знаний и от объема выборки $\{\gamma_{ИМj}(t_s)\}_{s=1}^N$.

Характеристики представляют свойства числовой последовательности (2.1): 1) динамический диапазон входного измерительного воздействия; 2) закон плотности распределения вероятностей отсчетов; 3) корреляционные связи отсчетов. Тогда состав априорных знаний:

$$\gamma_{ИМj}(t) = \{y_j(t_s)\}_{s=1}^N, y_j \in [a, b], w\left(\{y_j(t_{s-1}), y_j(t_s)\}_{s=1}^N\right), \quad (2.2.)$$

где $\{y_j(t_s)\}_{s=1}^N$ – последовательность случайных чисел, сформированная программным генератором; $[a, b]$ – динамический диапазон.

Программным генератором случайных чисел формируется некоррелированная последовательность, подчиняющаяся нормальному либо

равномерному распределению вероятностей на заданном интервале $[a, b]$. Путем нелинейных преобразований над соответствующей последовательностью получаются последовательности, распределенные по закону Симпсона, арксинусоидальному и т.п.

Рассматриваются пять основных одномерных законов плотности распределения вероятностей последовательности $\{y_j(t_s)\}_{s=1}^N$, часто применяемых при выполнении метрологического анализа: нормальный, равномерный, Симпсона, арксинусоидальный, Релея.

Наиболее часто используемым законом распределения является нормальный закон распределения. Многие применения обусловлены центральной предельной теоремой: сумма n независимых случайных величин стремится к нормальному распределению. Одномерная плотность распределения вероятностей числовой последовательности, подчиняющейся нормальному закону, описывается формулой [13, 58]:

$$w(y_j(t_s)) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-a)^2}{2\sigma_y^2}}.$$

Для стандартного нормального распределения математическое ожидание $M[y_j(t_s)] = 0$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma_y = 1$.

Распределение Гаусса с высокой степенью приближения описывает характер распределения результатов измерения широкого класса научных экспериментов, измерений физических величин, представляющих собой случайные величины, состоящие из суммы большого числа независимых или слабо зависимых случайных величин, дисперсии которых малы по сравнению с дисперсией всей суммы.

Трапецеидальные распределения образуются как композиция распределений при суммировании двух равномерно распределенных случайных величин. Поэтому равномерное распределение – это предельный

случай трапецеидального, когда одна из суммируемых случайных величин исчезающе мала по сравнению с другой.

Если непрерывная случайная величина принимает значения лишь в пределах некоторого конечного интервала от $X1$ до $X2$ с постоянной плотностью распределения вероятностей, то такой закон распределения называют равномерным.

Закон равномерной плотности широко используется при математическом моделировании случайных величин на ЭВМ.

Если известно, что воспроизводимое входное измерительное воздействие подчиняется одномерному равномерному закону плотности распределения вероятностей, то закон плотности распределения вероятностей числовой последовательности описывается следующим выражением:

$$w(y_j(t_s)) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq y \leq b \\ 0, & y < a \\ & y > b \end{cases}.$$

Равномерное распределение имеют: погрешность квантования в цифровых приборах, при отсчете показаний аналоговых приборов, погрешность трения в стрелочных приборах с креплением подвижной части на кернах и подпятниках, а также в самоуравновешивающихся мостах и потенциометрах со следящим электромеханическим приводом, погрешность определения момента времени для каждого из концов временного интервала в электронных цифровых хронометрах и частотомерах и т.д. [41]

Композиция двух одинаковых (с шириной a) равномерных распределений является треугольной (так называемое распределение Симпсона). Так, например, общая погрешность протяженности временного интервала в электронных цифровых частотомерах оказывается распределенной по треугольному закону Симпсона, так как образуется из двух равных равномерно распределенных погрешностей определения его концов.

Колебания амплитуды напряжения переменного тока от сети крупных энергосистем также подчиняется приблизительно треугольному распределению. Поэтому, если известно, что постоянное питающее напряжение 220В колеблется в пределах $\pm 5\%$, то его закон распределения следует считать треугольным с максимальным отклонением $\pm 11\text{В}$ от 220В.

Одномерная плотность распределения Симпсона определяется формулой:

$$w(y_j(t_s)) = \begin{cases} 0, & y < a-l \\ \frac{y-a+l}{l^2}, & a-l \leq y < a \\ \frac{l-y+a}{l^2}, & a \leq y < a+l \\ 0, & y > a+l \end{cases}.$$

Распределение Симпсона широко используется в теории ошибок.

Одной из составляющих погрешности, характерной для электрических средств измерений как электрических, так и неэлектрических измеряемых величин, является погрешность от наводки на вход прибора или линии связи синусоидального напряжения силовых цепей с частотой 50 или 400 Гц. Эта помеха, складываясь с полезным сигналом, создает, как правило, аддитивную погрешность и в ряде случаев ограничивает порог чувствительности измерительного устройства.

Распределение отсчетов синусоидально изменяющейся во времени величины $y = \sin(2\pi Y_m)$, если моменты этих отсчетов равномерно распределены во времени, называется арксинусоидальным. Его одномерная плотность описывается выражением:

$$w(y_j(t_s)) = \frac{1}{\pi \sqrt{Y_m^2 - y^2}}.$$

На практике, однако, напряжение наводки на вход прибора или линию связи редко имеет чисто синусоидальную форму кривой. Чаще всего оно загрязнено присутствием высших гармоник.

Среди важных и часто встречающихся на практике распределений, связанных с гауссовым, рассматривается распределение Релея. Одномерная плотность распределения последовательности:

$$w(y_j(t_s); \sigma) = \frac{y}{\sigma^2} e^{-y^2/2\sigma^2}.$$

Рассматривается последовательность с корреляцией смежных отсчетов (2.2).

Процедура внесения коэффициента корреляции описывается:

$$\{y_j(t_s)\}_s^N = \{x_j(t_s) + a_1 x_j(t_{s-1})\}_{s=1}^N, \quad (2.3)$$

где последовательность $\{x_j(t_s)\}_{s=1}^N$ — исходная (базовая) — с некоррелированными отсчетами, генерируемая датчиком случайных чисел с требуемым одномерным законом распределения вероятностей $w(x_j(t_s))$. a_1 — взвешенный коэффициент, определяющий корреляционную связь во входном измерительном воздействии $y_j(t_s)$.

Одномерная плотность распределения вероятностей последовательности $y_j(t_s)$ представляет композицию плотностей [41] распределений вероятностей последовательностей $x_j(t_s)$ и $a_1 x_j(t_{s-1})$:

$$w(y_j(t_s)) = w(x_j(t_s)) * w(a_1 x_j(t_{s-1})). \quad (2.4)$$

Пусть в (2.4) задан равномерный закон последовательности $\{x_j(t_s)\}_{s=1}^N$, тогда:

$$w(x_j(t_s)) = \frac{1}{\Delta}, \quad (2.5)$$

где $x_j \in \left[-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2}\right]$.

Откуда,

$$w(a_1 x_j(t_{s-1})) = \frac{a_1}{\Delta}, \quad (2.6)$$

где $a_1 x_j \in \left[-\frac{a_1 \Delta}{2}, \frac{a_1 \Delta}{2}\right]$.

На рисунке 2.1 проиллюстрирован вид плотности распределения, $w(y_j(t_s))$.

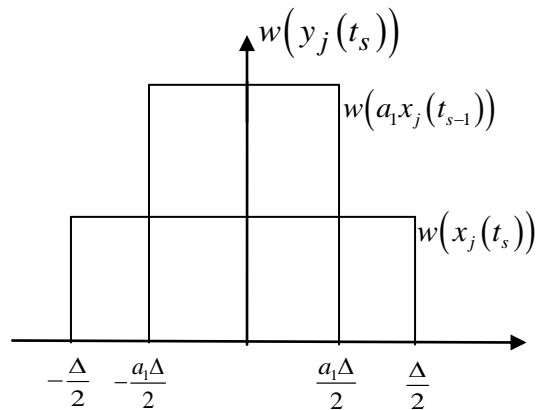


Рисунок 2.1 – Распределение $y_j(t_s)$ с корреляцией смежных отсчетов

В (2.4) можно требовать определенный вид закона распределения вероятностей последовательности $w(x_j(t_s))$, но требовать вид распределения последовательности $w(y_j(t_s))$ нельзя, так как внесение корреляции искажает вид закона $w(y_j(t_s))$.

2.2 Двумерный закон распределения вероятностей последовательности при исходном одномерном с известными корреляционными связями смежных отсчетов

Рассмотрение двумерной плотности распределения вероятностей обусловлено тем, что свойства последовательности с коррелированными отсчетами (2.3) одномерным законом распределения вероятностей описываются недостаточно полно. Для более глубокого анализа свойств воспроизводимых последовательностей рассматривается двумерная плотность распределения вероятностей.

Двумерная плотность распределения вероятностей в соответствии с соотношением Байеса [13]:

$$\begin{aligned}
w(y_j(t_{s-1}), y_j(t_s)) &= w(y_j(t_{s-1})) w\left(\frac{y_j(t_s)}{y_j(t_{s-1})}\right) = \\
&= w(y_j(t_s)) w\left(\frac{y_j(t_s)}{y_j(t_{s-1})}\right).
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Последовательность $y_j(t_{s-1}) = x_j(t_{s-1}) + a_1 x_j(t_{s-2})$, откуда:

$$x_j(t_{s-1}) = y_j(t_{s-1}) - a_1 x_j(t_{s-2}). \tag{2.8}$$

Подставив (2.8) в (2.3):

$$y_j(t_s) = x_j(t_s) - a_1^2 x_j(t_{s-2}) + a_1 y_j(t_{s-1}), \tag{2.9}$$

где выражение $x_j(t_s) - a_1^2 x_j(t_{s-2})$ представляет композицию плотностей распределения $w(x_j(t_s)) * w(a_1^2 x_j(t_{s-2}))$.

Из (2.8) следует, что условная плотность распределения последовательности $y_j(t_s)$ при $y_j(t_{s-1})$ представляет собой композицию плотностей распределений, смещенную на $a_1 y_j(t_{s-1})$:

$$w\left(\frac{y_j(t_s)}{y_j(t_{s-1})}\right) = w(x_j(t_s)) * w(a_1^2 x_j(t_{s-2})) \times \delta^*(a_1 y_j(t_{s-1})). \tag{2.10}$$

Смещение на $a_1 y_j(t_{s-1})$ обозначено как $\delta^*(a_1 y_j(t_{s-1}))$. $\delta^*(a_1 y_j(t_{s-1}))$ – оператор сдвига.

Следовательно, двумерная плотность распределения последовательности с коррелированными отсчетами равна [60]:

$$w(y_j(t_{s-1}), y_j(t_s)) = w(y_j(t_s)) \times w(x_j(t_s)) * w(a_1^2 x_j(t_{s-2})) \times \delta^*(a_1 y_j(t_{s-1})). \tag{2.11}$$

Пусть воспроизводится последовательность $\{x_j(t_s)\}_{s=1}^N$ с равномерным законом распределения: $w(x_j(t_s)) = \frac{1}{\Delta}$, где $x_j \in \left[-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2}\right]$.

Тогда из (2.9) следует, что:

$$w(y_j(t_s)) = \begin{cases} \frac{y_j}{a_1 \Delta^2} + \frac{\Delta a_1 + \Delta}{2 a_1 \Delta^2}, y_j \in \left[-\frac{\Delta a_1 - \Delta}{2}, \frac{\Delta a_1 + \Delta}{2} \right] \\ \frac{1}{\Delta}, y_j \in \left[-\frac{\Delta + a_1 \Delta}{2}, \frac{\Delta - a_1 \Delta}{2} \right] \\ -\frac{y_j}{a_1 \Delta^2} + \frac{\Delta + a_1 \Delta}{2 a_1 \Delta^2}, y_j \in \left[\frac{\Delta - a_1 \Delta}{2}, \frac{\Delta + a_1 \Delta}{2} \right] \end{cases}. \quad (2.12)$$

Условная плотность распределения вероятностей:

$$w\left(\frac{y_j(t_s)}{y_j(t_{s-1})}\right) = w(x_j(t_s) - a_1^2 x_j(t_{s-2}) + a_1 y_j(t_{s-1})) = w(z_j(t_s) + a_1 y_j(t_{s-1})), \quad (2.13)$$

где $z_j(t_s) = x_j(t_s) - a_1^2 x_j(t_{s-2})$.

$$w(z_j(t_s)) = \begin{cases} \frac{z_j}{a_1^2 \Delta^2} + \frac{\Delta + a_1^2 \Delta}{2 a_1^2 \Delta^2}, z_j \in \left[-\frac{\Delta - a_1^2 \Delta}{2}, -\frac{\Delta + a_1^2 \Delta}{2} \right] \\ \frac{1}{\Delta}, z_j \in \left[-\frac{\Delta + a_1^2 \Delta}{2}, \frac{\Delta - a_1^2 \Delta}{2} \right] \\ -\frac{z_j}{a_1^2 \Delta^2} + \frac{\Delta + a_1^2 \Delta}{2 a_1^2 \Delta^2}, z_j \in \left[\frac{\Delta - a_1^2 \Delta}{2}, \frac{\Delta + a_1^2 \Delta}{2} \right] \end{cases} \quad (2.14)$$

Условная плотность распределения (2.13):

$$\begin{aligned} w\left(\frac{y_j(t_s)}{y_j(t_{s-1})}\right) &= w(z_j(t_s) - a_1 y_j(t_{s-1})) = \\ &= \begin{cases} \frac{z_j}{a_1^2 \Delta^2} + \frac{\Delta + a_1^2 \Delta}{2 a_1^2 \Delta^2} - a_1 y_{j-1}, z_j \in \left[-\frac{\Delta - a_1^2 \Delta}{2} + a_1 y_{j-1}, -\frac{\Delta + a_1^2 \Delta}{2} + a_1 y_{j-1} \right] \\ \frac{1}{\Delta} - a_1 y_{j-1}, z_j \in \left[-\frac{\Delta + a_1^2 \Delta}{2} + a_1 y_{j-1}, \frac{\Delta - a_1^2 \Delta}{2} + a_1 y_{j-1} \right] \\ -\frac{z_j}{a_1^2 \Delta^2} + \frac{\Delta + a_1^2 \Delta}{2 a_1^2 \Delta^2} - a_1 y_{j-1}, z_j \in \left[\frac{\Delta - a_1^2 \Delta}{2} + a_1 y_{j-1}, \frac{\Delta + a_1^2 \Delta}{2} + a_1 y_{j-1} \right] \end{cases}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

На рисунках 2.2-2.3 проиллюстрированы соответствующие распределения вероятностей сформированных последовательностей.

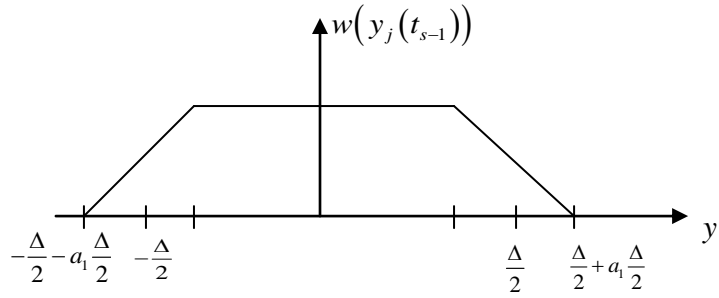


Рисунок 2.2 – Плотность распределения $w(y_j(t_{s-1}))$

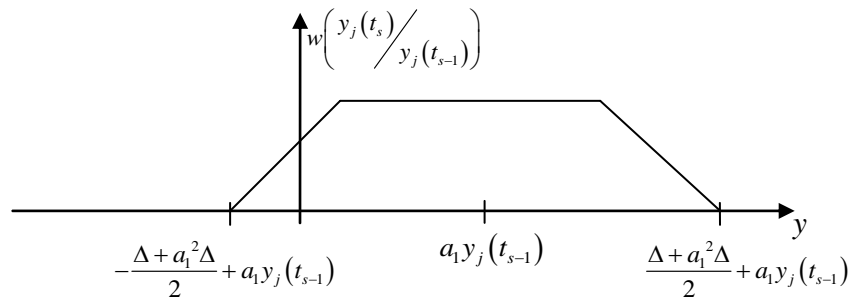


Рисунок 2.3 – Условная плотность распределения $w\left(\frac{y_j(t_s)}{y_j(t_{s-1})}\right)$

Как и в случае с одномерным законом распределения, внесение корреляции искажает вид двумерного закона распределения вероятностей, поэтому требовать определенный закон двумерной плотности распределения последовательности и корреляционную связь ее отсчетов нельзя.

В то же время воспроизвести требуемую двумерную плотность распределения с некоррелированными отсчетами можно.

Коэффициент корреляции последовательности (2.3) с корреляцией смежных отсчетов в общем случае определяется по формуле [63]:

$$\rho_y(s, s+1) = \frac{B_y(s, s+1)}{D_{y_s}^{1/2} \cdot D_{y_{s+1}}^{1/2}}, \quad (2.15)$$

где $B_y(s, s+1)$ – корреляционная функция для последовательности (2.3) с корреляцией смежных отсчетов.

Дисперсия последовательности $Y_j = \{y_j(t_s)\}_{s=1}^N$ равна $D[Y] = (1 + a^2)\sigma_y^2$,

тогда:

$$\rho_y(s, s+1) = \frac{B_y(s, s+1)}{D_{y_s}^{1/2} \cdot D_{y_{s+1}}^{1/2}} = \frac{B_y(s, s+1)}{D[Y_j]} = \frac{B_y(s, s+1)}{\sigma_y^2}. \quad (2.16)$$

Корреляционная функция находится по формуле:

$$B_y(s, s+1) = M[(y(t_s) - M[y(t_s)])(y(t_{s+1}) - M[y(t_{s+1})])] = M[y(t_s), y(t_{s+1})], \quad (2.17)$$

$$M[y(t_s)] = 0, \quad M[y(t_{s+1})] = 0.$$

Аналитический расчет коэффициента корреляции для коррелированной последовательности двух смежных отсчетов.

Корреляционная функция для двух смежных отсчетов последовательности (10):

$$B_y(s, s+1) = M[y(t_s), y(t_{s+1})] = M[(x_s + a_1 x_{s-1})(x_{s+1} + a_1 x_s)] = M[a_1 x_s^2] = a_1 \sigma_x^2.$$

Коэффициент корреляции для последовательности (2.3) с двумя смежными элементами будет равен взвешенному коэффициенту:

$$\rho_y(s, s+1) = \frac{B_y(s, s+1)}{D[Y_j]} = \frac{a_1 \sigma_y^2}{(1 + a_1^2) \sigma_y^2} = \frac{a_1}{1 + a_1^2}, \quad (2.18)$$

и, следовательно, не превышает $1/2$.

В более общем случае, когда $y_j(t_s) = \sum_{i=s-n}^s a_i x_i$,

$$\rho_y(s, s+1) = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} a_i}{\sum_{i=1}^n a_i^2} \text{ и } \max \rho_y(s, s+1) = \frac{n-1}{n}.$$

Расчет коэффициента корреляции для последовательности с корреляцией трех последовательных отсчетов.

Для последовательности с корреляцией трех последовательных

$$\text{значений } \{y_j(t_s)\}_{s=1}^N = \{x_j(t_s) + a_1 x_j(t_{s-1}) + a_2 x_j(t_{s-2})\}_{s=1}^N \quad (2.19)$$

корреляционная функция:

1. для элементов последовательности $s, s+1$:

$$B_y(s, s+1) = M \left[(x(t_s) + a_1 x(t_{s-1}) + a_2 x(t_{s-2})) (x(t_{s+1}) + a_1 x(t_s) + a_2 x(t_{s-1})) \right] =$$

$$= M \left[a_1 x^2(t_s) + a_1 a_2 x(t_{s-1}) \right] = (a_1 + a_1 a_2) \sigma_x^2$$

соответственно, коэффициент корреляции по (2.16):

$$\rho_y(s, s+1) = \frac{a_1 + a_1 a_2}{1 + a_1^2 + a_2^2};$$

2. для элементов $s, s+2$ последовательности:

$$B(s, s+2) = M \left[x(t_s), x(t_{s+2}) \right] =$$

$$= M \left[(x(t_s) + a_1 x(t_{s-1}) + a_2 x(t_{s-2})) (x(t_{s+2}) + a_1 x(t_{s+1}) + a_2 x(t_s)) \right] = M \left[a_2 x^2(t_s) \right] = a_2 \sigma_x^2;$$

коэффициент корреляции для элементов $s, s+2$:

$$\rho_y(s, s+2) = \frac{B_y(s, s+2)}{D[Y_j]} = \frac{a_2}{1 + a_1^2 + a_2^2}.$$

Таким образом, система уравнений для расчета взвешенных коэффициентов для последовательности (2.19):

$$\begin{cases} \rho_y(s, s+1) = \frac{a_1 + a_1 a_2}{1 + a_1^2 + a_2^2} \\ \rho_y(s, s+2) = \frac{a_2}{1 + a_1^2 + a_2^2} \end{cases}.$$

Расчет коэффициента корреляции для последовательности с корреляцией k -последовательных отсчетов.

Для последовательности с корреляцией k -последовательных значений:

$$\{y_j(t_s)\}_{s=1}^N = \{x_j(t_s) + a_1 x_j(t_{s-1}) + a_2 x_j(t_{s-2}) + \dots + a_l x_j(t_{s-l}) + \dots + a_k x_j(t_{s-k})\}_{s=1}^N \quad (2.20)$$

корреляционная функция примет вид:

1. для элементов последовательности $s, s+1$:

$$B_y(s, s+1) = M \left[x(t_s), x(t_{s+1}) \right] = M \left[(x(t_s) + a_1 x(t_{s-1}) + a_2 x(t_{s-2}) + \dots + a_l x(t_{s-l}) + \dots + a_k x(t_{s-k})) (x(t_{s+1}) + a_1 x(t_s) + a_2 x(t_{s-1}) + \dots + a_l x(t_{s-l+1}) + \dots + a_k x(t_{s-k+1})) \right] =$$

$$= M \left[a_1 x^2(t_s) + a_1 a_2 x^2(t_{s-1}) + a_2 a_3 x^2(t_{s-2}) + \dots + a_l a_{l+1} x^2(t_{s-l}) + \dots + a_{k-1} a_k x^2(t_{s-k+1}) \right] =$$

$$= (a_1 + a_1 a_2 + a_2 a_3 + \dots + a_l a_{l+1} + \dots + a_{k-1} a_k) \sigma_x^2$$

Таким образом, коэффициент корреляции для элементов $s, s+1$ последовательности с k -последовательными отсчетами будет равен:

$$\rho_y(s, s+1) = \frac{a_1 + a_1 a_2 + a_2 a_3 + \dots + a_l a_{l+1} + \dots + a_{k-1} a_k}{1 + a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_l^2 + a_{l+1}^2 + \dots + a_{k-1}^2 + a_k^2}.$$

В общем виде, для нахождения коэффициента корреляции между отсчетами $s, s+l$ в последовательности (2.20) с конечным числом k -последовательных отсчетов, необходимо применить следующую формулу:

$$\rho_y(s, s+l) = \frac{a_1 + a_1 a_{l+1} + \dots + a_l a_{l+i} + \dots + a_{k-l} a_k}{1 + a_1^2 + \dots + a_{l+1}^2 + \dots + a_l^2 + a_{l+i}^2 + \dots + a_{k-l}^2 + a_k^2}. \quad (2.22)$$

Для нахождения всех взвешенных коэффициентов $a_1, a_2, \dots, a_l, \dots, a_k$ требуется решить следующую систему уравнений, в которой число k -неизвестных взвешенных коэффициентов равно числу уравнений в системе.

Коэффициенты последовательности с конечным числом $k=3$ с корреляцией четырех смежных отсчетов:

$$\begin{cases} \{y_j(t_s)\}_{s=1}^N = \{x_j(t_s) + a_1 x_j(t_{s-1}) + a_2 x_j(t_{s-2}) + a_3 x_j(t_{s-3})\}_{s=1}^N \\ \left\{ \begin{aligned} \rho_y(s, s+3) &= \frac{a_3}{1 + a_3^2} \\ \rho_y(s, s+2) &= \frac{a_2 + a_1 a_3}{1 + a_2^2 + a_1^2 + a_3^2} \\ \rho_y(s, s+1) &= \frac{a_1 + a_1 a_2 + a_2 a_3}{1 + a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \end{aligned} \right. \end{cases}$$

Коэффициент корреляции для нестационарной помехи:

$$B_y(s, s+1) = M[y_{jnc}(t_s) c y_{jnc}(t_{s+1})] = M[x_{jc}(t_s) d_s c x_{jc}(t_{s-1}) d_{s-1}] = c d_{s-1} d_s \sigma_c^2, \quad \text{где}$$

последовательность:

$$y_{jnc}(t_s) = x_{jc}(t_s) d_s + c_1 x_{jc}(t_{s-1}) d_{s-1} + \dots + c_{n-1} x_{jc}(t_{s-n+1}) d_{s-n+1}.$$

Коэффициент корреляции:

$$\begin{aligned} \rho_y(t_{s-1}, t_s) &= M[x_{jc}(t_s) d_s + c_1 d_{s-1} x_{jc}(t_{s-1}) + c_2 d_{s-2} x_{jc}(t_{s-2})] = \\ &= \frac{(c_1 d_{s-1}^2 \sigma_x^2 + c_2 d_{s-2}^2 \sigma_x^2 + \dots + c_n d_{s-n}^2 \sigma_x^2) \sigma_c^2}{\sigma_c^2} = \sum_{i=1}^n c_i d_{s-i}^2 \sigma_x^2. \end{aligned}$$

В общем виде получены формулы для расчета взвешенных коэффициентов, если известны коэффициенты корреляции отсчетов. Работы [17-22, 48, 49] посвящены определению вероятностных характеристик случайных процессов.

2.3 Математическое описание последовательностей с требуемыми свойствами стационарности, нестационарности, эргодичности, неэргодичности

В общем случае входное воздействие (2.1) формируется в виде суммы сигнала – носителя информации о значении измеряемой величины $\gamma_\lambda(t)$ и аддитивной помехи $n(t)$, т.е. $\gamma_{ИМj}(t) = \gamma_{\lambda j}(t) + n_j(t)$. Следовательно, результат воспроизведения входного воздействия представляется в виде последовательности [65]:

$$\gamma_{ИМj}(t) = \left\{ \gamma_{ИМ\lambda j}(t_s) + n_{ИМj}(t_s) \right\}_{s=1}^N. \quad (2.23)$$

Аддитивная помеха $n(t)$, как правило, случайный процесс с известным распределением вероятностей, вид $\gamma_\lambda(t)$ определяется характером решаемой задачи. При исследовании свойств результатов измерений постоянных величин $\gamma_{\lambda j}(t_s) = \gamma_{\lambda j}$ (постоянно на интервале наблюдений); при измерении медленноменяющихся на интервале измерений величин $\gamma_{\lambda j}(t)$ аппроксимируется линейной зависимостью – $\gamma_{\lambda j}(t_s) = \gamma_{\lambda j} + a(t_s - t_j)$ (t_j – момент начала j -ого измерительного эксперимента), и т.п.

В качестве аддитивной помехи может выступать последовательность, программным генератором случайных чисел – программы формирования случайных последовательностей с известным распределением вероятностей, входящие в унифицированные пакеты прикладных программ, ориентированных на обработку информации. Генерируемая таким датчиком

последовательность $\{n_{ИМj}(t_s)\}_{s=1}^N$ может использоваться как модель **стационарного эргодического** случайного процесса с известным распределением $w(n(t))$ и некоррелированными смежными отсчетами, преобразованного прецизионным АЦП.

Процедура формирования последовательности с требуемым одномерным законом распределения вероятностей сводится к соответствующему преобразованию, формируемой датчиком случайных чисел последовательности $\{x_j(t_s)\}_{s=1}^N$ с известным распределением $w(x(t_s))$:

$$\{x_j(t_s)\}_{s=1}^N \rightarrow \{f(x_j(t_s)) = n_{ИМj}(t_s)\}_{s=1}^N. \quad (2.24)$$

Так, при равномерном распределении $x(t_s)$:

$$w(x(t_s)) = 1/\Delta, x(t_s) \in [-\Delta/2, \Delta/2].$$

Умножение $x(t_s)$ на постоянную расширяет область возможных значений $x(t_s)$, т.е.

$$\begin{aligned} &\{x_j(t_s) / (w(x(t_s)) = 1/\Delta, x(t_s) \in [-\Delta/2, \Delta/2])\}_{s=1}^N \rightarrow \{cx_j(t_s) = \\ &= n_{ИМj}(t_s) / (w(n_{ИМj}(t_s)) = 1/c\Delta, x(t_s) \in [-c\Delta/2, c\Delta/2])\}_{s=1}^N. \end{aligned}$$

Суммирование двух равномерно распределенных отсчетов позволяет сформировать последовательность отсчетов, распределенных в соответствии с законом Симпсона. В общем случае необходимое преобразование $y(t_s) = f(x_j(t_s))$ устанавливается с помощью соотношения $w(y(x)) = w(x(y) \cdot |dx/dy|)$,
($w(x)$ – известное распределение случайной величины x).

Последовательности с требуемыми корреляционными связями могут быть сформированы с помощью следующей трансформации созданной генератором случайных чисел последовательности $\{x_j(t_s)\}_{s=1}^N$ с известным распределением $w(x(t_s))$:

$$\{x_j(t_s)\}_{s=1}^N \rightarrow \{f(x_j(t_s))\}_{s=1}^N \rightarrow \left\{ n_{IMj}(t_s) = \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i} f(x_j(t_i)) \right\}_{s=1}^N, \quad (2.25)$$

$$M[n_{IMj}(t_s)] = m_f \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i} \quad (2.26)$$

– математическое ожидание формируемой последовательности (m_f – математическое ожидание последовательности $f(x_j(t_s))$);

$$D[n_{IMj}(t_s)] = \sigma_f^2 \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}^2 \quad (2.27)$$

– дисперсия формируемой последовательности (σ_f^2 – дисперсия последовательности $f(x_j(t_s))$);

$$\rho(n_{IMj}(t_{s-1}), n_{IMj}(t_s)) = M \left[(n_{IMj}(t_{s-1}) - M[n_{IMj}(t_{s-1})]) (n_{IMj}(t_s) - M[n_{IMj}(t_s)]) \right] / D[n_{IMj}(t_s)] = \sum_{i=s-n+1}^{s-1} a_{s-i} a_{s-i-1} / \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}^2 \quad (2.28)$$

– коэффициент корреляции смежных отсчетов $n_{IMj}(t_{s-1})$ и $n_{IMj}(t_s)$ в последовательности, где a_{s-i} , a_{s-i-1} – взвешенные коэффициенты;

$$w(n_{IMj}(t_s)) = w(a_{s-n+1} f(x_j(t_{s-n+1}))) * w(a_{s-n+2} f(x_j(t_{s-n+2}))) * \dots * w(a_0 f(x_j(t_s))) \quad (2.29)$$

– плотность распределения вероятностей $w(n_{IMj}(t_s))$ (композиция плотностей распределения вероятностей слагаемых). Вид этого распределения определяется видом одномерной плотности распределения вероятностей $w(x')$ и совокупностью коэффициентов $\{a_s\}_{s=1}^n$, $\{x'\}_{s=1}^N$ – последовательность, сформированная программным генератором. В общем случае обеспечить требуемое сочетание характеристик корреляционных связей и видов распределений вероятностей (как одномерного, так и двумерного) невозможно.

При необходимости сформировать **нестационарные эргодические** последовательности, представленные выше процедуры включают в себя

операцию преобразования стационарной последовательности в нестационарную. Именно,

$$\{x_j(t_s)\}_{s=1}^N \rightarrow \{f(x_j(t_s))\}_{s=1}^N \rightarrow \{F(f(x_j(t_s))) = n_{ИМj}(t_s)\}_{s=1}^N. \quad (2.30)$$

Здесь $F(\cdot)$ – преобразование, определяющее вид нестационарности.

$$M[n_{ИМj}(t_s)] = m_f(t_s) \quad (2.31)$$

– математическое ожидание формируемой последовательности;

$$D[n_{ИМj}(t_s)] = \sigma_f^2(t_s) \quad (2.32)$$

– дисперсия формируемой последовательности;

$w(n_{ИМj}(t_s))$ – определяется видом преобразования $F(\cdot)$ и распределения $w(f(x_j(t_s)))$.

Выражение (2.30) представляет процедуру формирования последовательности с некоррелированными смежными отсчетами.

При

$$\{n_{ИМj}(t_s) = f(x_j(t_s)) + a_s\}_{s=1}^N \quad (2.33)$$

– нестационарность выражается зависимостью математического ожидания от времени (номера отсчета); $m_f(t_s) = a_s$;

при

$$\{n_{ИМj}(t_s) = a_s \cdot f(x_j(t_s))\}_{s=1}^N \quad (2.34)$$

– нестационарность выражается зависимостью дисперсии от времени (номера отсчета); $\sigma_f^2(t_s) = \sigma_f a_s^2$;

при

$$\{n_{ИМj}(t_s) = a_s \cdot f(x_j(t_s)) + b_s\}_{s=1}^N \quad (2.35)$$

– нестационарность выражается зависимостью математического ожидания и дисперсии от времени (номера отсчета); $m_f(t_s) = b_s$ и $\sigma_f^2(t_s) = \sigma_f a_s^2$.

Результаты получены в предположении, что $M[f(x_j(t_s))] = 0$ и $D[f(x_j(t_s))] = \sigma_f^2$.

Плотность распределения вероятностей $w(n_{ИМj}(t_s))$ определяется видом $f(x_j(t_s))$ и текущими значениями a_s и b_s . Таким образом, $w(n_{ИМj}(t_s))$ также меняется во времени.

Формирование нестационарных эргодических последовательностей с требуемой корреляцией смежных отсчетов может выполняться следующим образом:

$$\begin{aligned} \{x_j(t_s)\}_{s=1}^N \rightarrow \{f(x_j(t_s))\}_{s=1}^N \rightarrow \left\{ \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i} f(x_j(t_i)) \right\}_{s=1}^N \rightarrow \\ \rightarrow \left\{ F \left(\sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i} f(x_j(t_i)) \right) = n_{ИМj}(t_s) \right\}_{s=1}^N. \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} \text{При } \left\{ n_{ИМj}(t_s) = \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i} f(x_j(t_i)) + b_s \right\}_{s=1}^N, \\ M[n_{ИМj}(t_s)] = b_s; \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} \text{при } \left\{ n_{ИМj}(t_s) = b_s \cdot \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i} f(x_j(t_i)) \right\}_{s=1}^N, \\ D[n_{ИМj}(t_s)] = b_s^2 \sigma_f^2 \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}^2; \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} \text{при } \left\{ n_{ИМj}(t_s) = b_s \cdot f(x_j(t_s)) + c_s \right\}_{s=1}^N, \\ M[n_{ИМj}(t_s)] = c_s \text{ и} \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$D[n_{ИМj}(t_s)] = b_s^2 \sigma_f^2 \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}^2. \quad (2.40)$$

Результаты также получены в предположении, что $M[f(x_j(t_s))] = 0$ и $D[f(x_j(t_s))] = \sigma_f^2$.

Для установления значения коэффициента корреляции может быть использовано приведенное выше выражение (2.28).

Тогда при $\left\{ n_{ИМj}(t_s) = \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i} f(x_j(t_i)) + b_s \right\}_{s=1}^N$ коэффициент

корреляции смежных отсчетов:

$$\begin{aligned} \rho(n_{ИМj}(t_{s-1}), n_{ИМj}(t_s)) &= \left(\sigma_f^2 \sum_{i=s-n+1}^{s-1} a_{s-i} a_{s-i-1} - b_s b_{s-1} \right) / \left(\sigma_f^2 \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}^2 \right) = \\ &= \sum_{i=s-n+1}^{s-1} a_{s-i} a_{s-i-1} / \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}^2 - b_s b_{s-1} / \left(\sigma_f^2 \cdot \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}^2 \right); \end{aligned} \quad (2.41)$$

при $\left\{ n_{ИМj}(t_s) = b_s \cdot \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i} f(x_j(t_i)) \right\}_{s=1}^N$, коэффициент корреляции:

$$\rho(n_{ИМj}(t_{s-1}), n_{ИМj}(t_s)) = \sum_{i=s-n+1}^{s-1} a_{s-i} a_{s-i-1} / \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}^2 = const; \quad (2.42)$$

при $\left\{ n_{ИМj}(t_s) = b_s \cdot f(x_j(t_s)) + c_s \right\}_{s=1}^N$:

$$\begin{aligned} \rho(n_{ИМj}(t_{s-1}), n_{ИМj}(t_s)) &= \\ &= \sum_{i=s-n+1}^{s-1} a_{s-i} a_{s-i-1} / \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}^2 - c_s c_{s-1} / \left(\sigma_f^2 \cdot \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}^2 \right). \end{aligned} \quad (2.43)$$

Результаты также получены в предположении, что $M[f(x_j(t_s))] = 0$ и $D[f(x_j(t_s))] = \sigma_f^2$.

Описание процедур формирования и свойств **стационарных неэргодических** последовательностей отличается от приведенного выше для нестационарных эргодических последовательностей только тем, объектом индексацией в них выступает не номер отсчета во времени, а номер реализации воспроизводимого случайного процесса. Именно, в аналогии описания процедуры воспроизведения (2.30) вместо отсчета j -ой реализации в момент времени $t_s - x_j(t_s)$, фигурирует отсчет $x_s(t_j)$ — значение s -ой реализации в момент t_j :

$$\left\{x_s(t_j)\right\}_{s=1}^N \rightarrow \left\{f\left(x_s(t_j)\right)\right\}_{s=1}^N \rightarrow \left\{F\left(f\left(x_s(t_j)\right)\right)=n_{IMs}(t_j)\right\}_{s=1}^N. \quad (2.44)$$

Соответственно выражение (2.26) для математического ожидания и (2.27) для дисперсии формируемой последовательности приобретают следующий вид:

$$M\left[n_{IMjs}(t_j)\right]=m_{fs}(t_j), \quad (2.45)$$

$$D\left[n_{IMjs}(t_j)\right]=\sigma_{fs}^2(t_j). \quad (2.46)$$

Аналогично трансформируются и соотношения (2.36) – (2.43):

$$\begin{aligned} \left\{x_s(t_j)\right\}_{s=1}^N &\rightarrow \left\{f\left(x_s(t_j)\right)\right\}_{s=1}^N \rightarrow \left\{\sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}(s)f\left(x_s(t_j)\right)\right\}_{s=1}^N \rightarrow \\ &\rightarrow \left\{F\left(\sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}(s)f\left(x_s(t_j)\right)\right)=n_{IMj}(t_j)\right\}_{s=1}^N. \end{aligned} \quad (2.47)$$

При $\left\{n_{IMjs}(t_j)=\sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}(s)f\left(x_s(t_j)\right)+b_s(s)\right\}_{s=1}^N$, –

неэргодичность выражается зависимостью математического ожидания от номера реализации,

$$M\left[n_{IMjs}(t_j)\right]=b(s). \quad (2.48)$$

При $\left\{n_{IMjs}(t_j)=b_s(s)\cdot\sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}f\left(x_s(t_j)\right)\right\}_{s=1}^N$, –

неэргодичность выражается зависимостью дисперсии от номера реализации,

$$D\left[n_{IMjs}(t_j)\right]=b^2(s)\sigma_f^2\sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}^2(s). \quad (2.49)$$

При $\left\{n_{IMjs}(t_j)=b_s(s)\cdot f\left(x_s(t_j)\right)+c_s(s)\right\}_{s=1}^N$, –

неэргодичность выражается зависимостью математического ожидания и дисперсии от номера реализации,

$$M\left[n_{IMjs}(t_j)\right]=c(s) \quad (2.50)$$

и

$$D[n_{IM\ j_s}(t_j)] = b_s^2 \sigma_f^2 \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}^2. \quad (2.51)$$

Формирование **нестационарных** **неэргодических** последовательностей с требуемой корреляцией смежных отсчетов может выполняться следующим образом:

$$\begin{aligned} \{x_{js}(t_j)\}_{s=1}^N &\rightarrow \{f(x_{js}(t_j))\}_{s=1}^N \rightarrow \left\{ \sum_{i=s-n+1}^s a_{j,s-i} f(x_{js}(t_i)) \right\}_{s=1}^N \rightarrow \\ &\rightarrow \left\{ F \left(\sum_{i=s-n+1}^s a_{j,s-i} f(x_{js}(t_i)) \right) \right\}_{s=1}^N = n_{IM\ j_s}(t_j) \end{aligned} \quad (2.52)$$

$$\text{При } \left\{ n_{IM\ j_s}(t_s) = \sum_{i=s-n+1}^s a_{j,s-i} f(x_{js}(t_i)) + b_{js} \right\}_{s=1}^N, -$$

нестационарность выражается зависимостью математического ожидания от времени (номер отсчета), неэргодичность выражается зависимостью математического ожидания от номера реализации;

$$M[n_{IM\ j_s}(t_s)] = b_{js}(t_s). \quad (2.53)$$

$$\text{При } \left\{ n_{IM\ j_s}(t_s) = b_{js} \cdot \sum_{i=s-n+1}^s a_{j,s-i} f(x_{js}(t_i)) \right\}_{s=1}^N, -$$

нестационарность выражается зависимостью дисперсии от времени (номер отсчета), неэргодичность выражается зависимостью дисперсии от номера реализации;

$$D[n_{IM\ j_s}(t_s)] = b_{js}^2 \sigma_f^2 \sum_{i=s-n+1}^s a_{j,s-i}^2. \quad (2.54)$$

$$\text{При } \left\{ n_{IM\ j_s}(t_s) = b_{js} \cdot f(x_{js}(t_s)) + c_{js} \right\}_{s=1}^N, -$$

нестационарность выражается зависимостью математического ожидания и дисперсии от времени (номер отсчета), неэргодичность выражается зависимостью математического ожидания и дисперсии от номера реализации.

$$M[n_{IM\ j_s}(t_s)] = c_{js} \quad (2.55)$$

$$D[n_{IM\,js}(t_s)] = b_{js}^2 \sigma_f^2 \sum_{i=s-n+1}^s a_{j,s-i}^2 \quad (2.56)$$

Полученные результаты могут составить основу методологии моделирования случайных процессов со сложными видами нестационарностей. Процессы со сложными видами нестационарности трудно охарактеризовать общими свойствами. Они образуются в виде комбинации рассмотренных выше видов нестационарностей.

Формируемое входное воздействие $\gamma_j(t)$ при выполнении метрологического с помощью имитационного моделирования играет двоякую роль: объекта измерения и носителя информации об известном (эталонном, действительном) значении измеряемой величины.

Действительно,

$$\gamma_j(t) = \lambda_j(t) + n_j(t) \rightarrow_{\Delta}^* \lambda_j^* = \lambda_j^* - \lambda_j(t_j + \Delta t_{изм}),$$

$\Delta t_{изм}$ – время, затрачиваемое на выполнение измерений.

Этим и определяется особая роль процедур формирования случайных процессов с известной зависимостью вероятностных характеристик от времени (нестационарные) или от номера реализации (неэргодические), или и от времени и от номера реализации (нестационарные и неэргодические).

Выводы по главе 2

Сформировано алгоритмическое обеспечение формирования числовых последовательностей с известным одномерным законом распределения вероятностей базовой последовательности, с известной корреляционной связью между отсчетами, с известными свойствами стационарности, нестационарности, эргодичности, неэргодичности.

В диссертационной работе получено алгоритмическое обеспечение, устанавливающее одномерный и двумерный закон распределения

вероятностей сформированной последовательности при известном одномерном распределении базовой последовательности и заданным коэффициентом корреляции смежных отсчетов.

Впервые получено алгоритмическое обеспечение формирования последовательностей с известным видом нестационарности эргодичности, стационарности неэргодичности, нестационарности неэргодичности.

Выведены выражения для определения коэффициента корреляции для нестационарных эргодических, стационарных неэргодических, нестационарных неэргодических последовательностей.

Глава 3 Имитационное моделирование числовых последовательностей с известными характеристиками для обеспечения метрологического анализа

3.1 Имитационное моделирование числовых последовательностей с известным одномерным законом распределения вероятностей и уровнем корреляции

В основе машинного эксперимента (имитационного моделирования) лежит воспроизведение в числовой форме входных воздействий на ЭВМ в виде случайных числовых последовательностей. Для реализации имитационного моделирования необходима программная система, удовлетворяющая требованиям, необходимым для построения унифицированного программного обеспечения совокупности задач воспроизведения. Такие числовые последовательности вырабатываются программными генераторами. В пункте 3.4. приведено обоснование выбора программной системы для решения поставленных задач.

Такие генераторы случайных чисел, имеющиеся в системе MatLAB, позволяют формировать последовательности, распределенные по равномерному и нормальному законам [7, 16, 28, 52]:

- а) функция $X=rand(m, n)$ формирует массив размера $m \times n$, элементами которого являются случайные числа, распределенные по равномерному закону на интервале (0; 1)
- б) функция $X=randn(m, n)$ формирует массив случайных чисел размером $m \times n$, распределенных по нормальному закону, с математическим ожиданием равным нулю и средним квадратичным отклонением, равным 1.

Результаты воспроизведения перечисленными генераторами показаны на рисунках А.1, А.2 в Приложении А.

Для получения числовых последовательностей, имитирующих входные измерительные воздействия, подчиняющихся треугольному, арксинусоидальному и Релеевскому законам распределения вероятностей отсчетов необходимы нелинейные преобразования над последовательностями, распределенными равномерно либо нормально. Это обеспечивается реализованной программной системой для задач воспроизведения.

Гистограмма последовательности, распределенной по закону Симпсона представлена в Приложении А на рисунке А.3. Для получения арксинусоидального распределения просуммировали две равномерно распределенные последовательности.

Последовательность, подчиняющуюся арксинусоидальному закону распределения, получают посредством умножения равномерно распределенного числа на 2π и применяют в качестве случайного аргумента гармонического сигнала. Таким образом, воспроизводится значение синуса, соответствующее полученному значению аргумента. Результат представлен в приложении А на рисунке А.4.

Гистограмма случайной последовательности Релеевского распределения представлена на рисунке А.5 в Приложении А, полученная суммированием квадратов двух реализации гауссовского распределения, извлекая квадратный корень полученной суммы.

Для получения коррелированной последовательности с требуемым одномерным законом распределения необходимо в исходную сформированную последовательность внести взвешенный коэффициент, определяющий корреляцию смежных отсчетов (2.3). Задано $a_1=0,6$.

Гистограммы реализаций, представляющие распределение вероятностей при наличии корреляции смежных отсчетов представлены на рисунках 3.1 - 3.5.

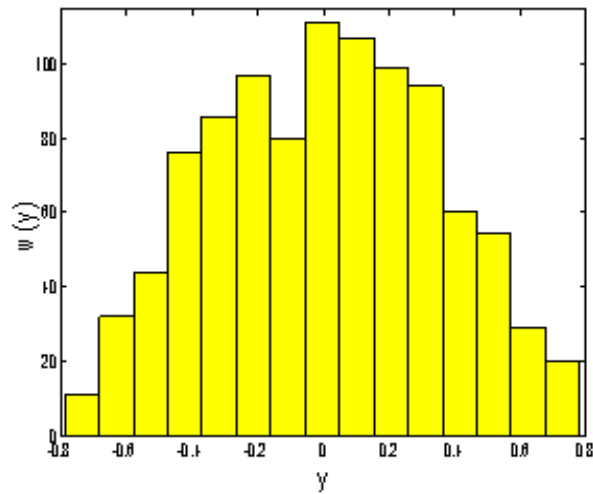


Рисунок 3.1 – Гистограмма, представляющая плотность распределения вероятностей реализации последовательности с исходным равномерным распределением с корреляцией отсчетов

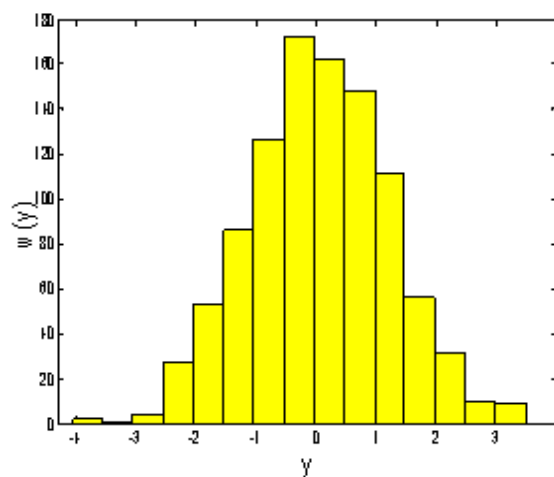


Рисунок 3.2 – Гистограмма реализации последовательности с исходным нормальным распределением и корреляцией смежных отсчетов.

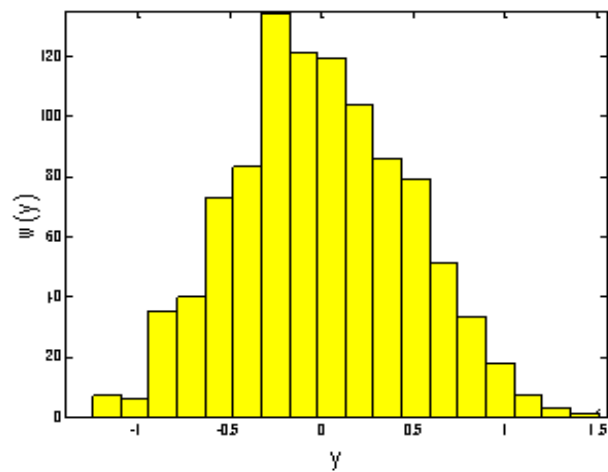


Рисунок 3.3 – Гистограмма реализации последовательности с исходным треугольным распределением с корреляцией смежных отсчетов

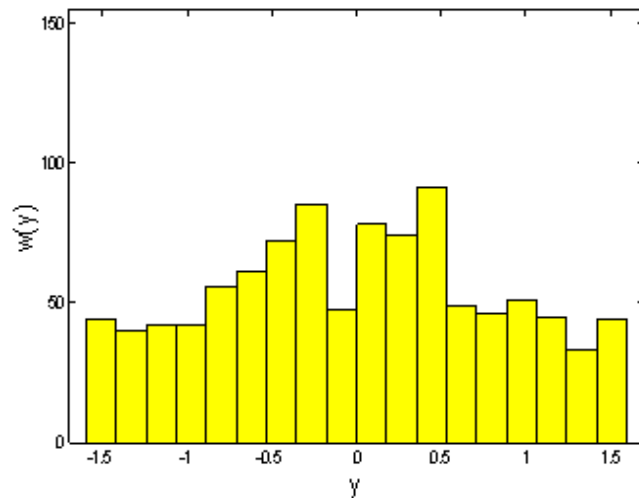


Рисунок 3.4 – Гистограмма реализации последовательности с исходным арксинусоидальным распределением с корреляцией смежных отсчетов

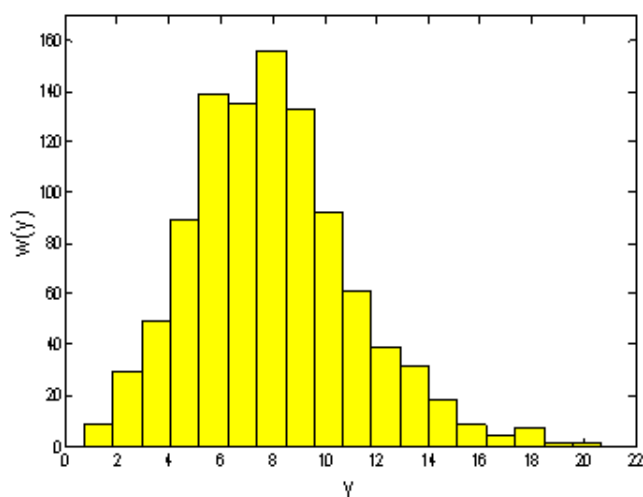


Рисунок 3.5 – Гистограмма реализации последовательности с исходным распределением Релея с корреляцией смежных отсчетов

Можно отметить, что для получения трапециидального распределения за исходное необходимо взять равномерное с корреляцией отсчетов. Арксинусоидальное распределение с внесением корреляции не стремится к нормальному распределению. В общем случае, решение задачи определения одномерного распределения исходной последовательности, обеспечивающей требуемый вид распределения сформированной последовательности при установленной корреляции, нельзя получить.

3.2 Имитационное моделирование числовых последовательностей с двумерным законом распределения вероятностей отсчетов и уровнем корреляции

Описание входных измерительных воздействий с требуемыми характеристиками с помощью одномерного закона распределения вероятностей при наличии корреляции не дает полную оценку свойств. В этом случае полное описание можно получить, располагая двумерным законом распределения вероятностей. Рассматриваются результаты машинного эксперимента реализации последовательностей с двумерным законом распределения и заданной корреляции отсчетов.

Гистограммы с требуемыми двумерными распределениями вероятностей без корреляции представлены в Приложении Б. Без корреляции – так как невозможно одновременно требовать вид двумерного распределения и уровень корреляции.

Гистограммы реализаций с двумерными законами распределения вероятностей при известном исходном одномерном законе распределения вероятностей и заданным уровнем корреляции $a_1=0,6$ представлены на рисунках 3.6 – 3.10.

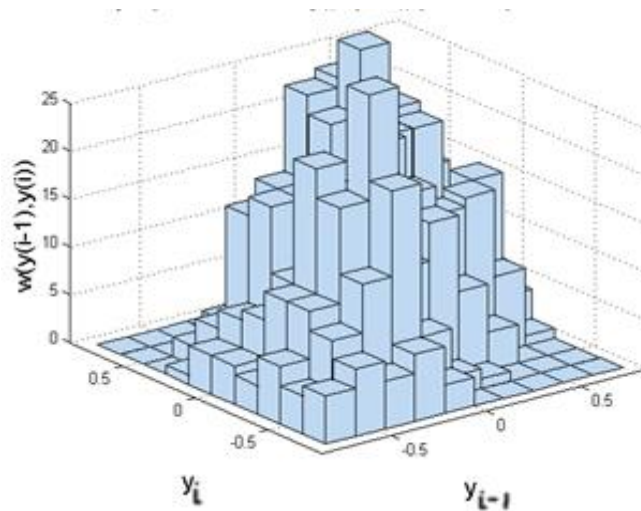


Рисунок 3.6 – Гистограмма двумерной плотности при исходной одномерной равномерной и заданной корреляции

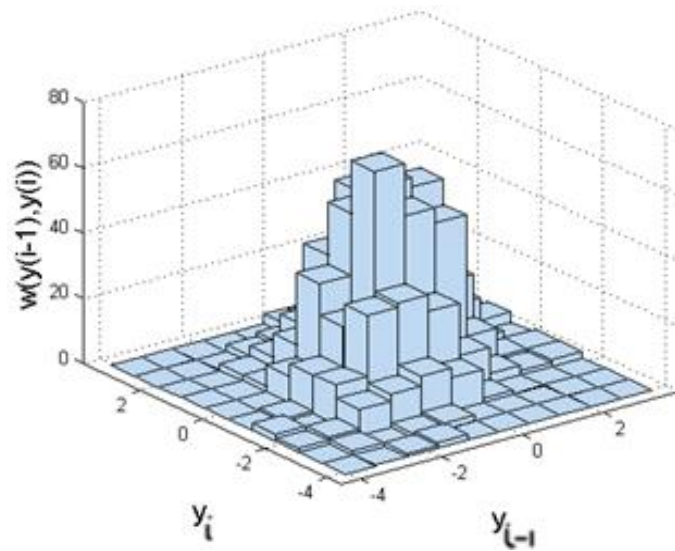


Рисунок 3.7 – Гистограмма двумерной плотности при исходной одномерной нормальной и заданной корреляции

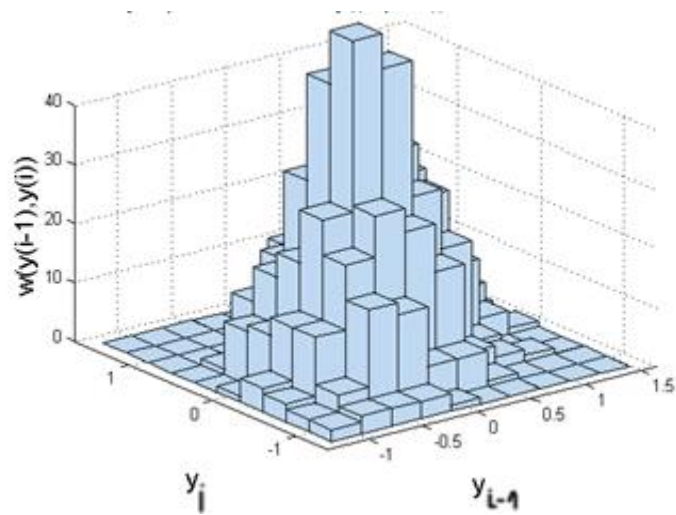


Рисунок 3.8 – Гистограмма двумерной плотности при исходной одномерной треугольной и заданной корреляции

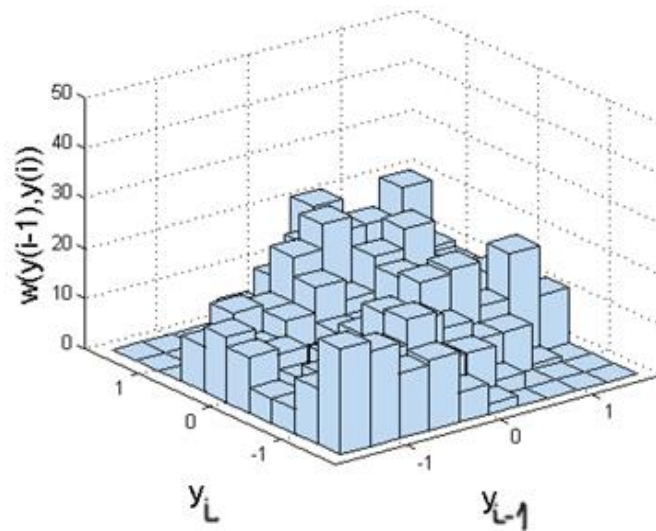


Рисунок 3.9 – Гистограмма двумерной плотности при исходной одномерной арксинусоидальной и заданной корреляции

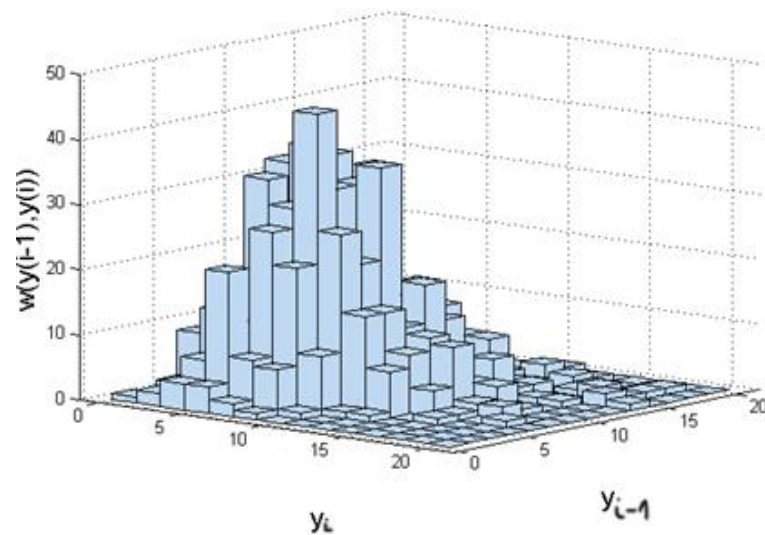


Рисунок 3.10 – Гистограмма двумерной плотности при исходной одномерной Релея и заданной корреляции

Одновременно требовать вид двумерного распределения сформированной последовательности $\{y_i(t_s)\}_{s=1}^N$ и уровня корреляционной связи при известном распределении исходной последовательности $\{x_i(t_s)\}_{s=1}^N$ нельзя.

Очевидно, что графическое представление двумерной плотности распределения вероятностей позволяет сформировать лишь качественную

оценку свойств случайной последовательности с коррелированными смежными значениями.

Аналитическое описание двумерной плотности распределения вероятностей представлено в главе 2.

Количественный анализ характеристик свойств подобной последовательности может быть выполнен на основе табличного представления двумерной плотности распределения вероятностей (таблица 3.1) ($X_{i-1} \in [\Delta_s, \Delta_{s+1}]$, $X_i \in [\Delta_r, \Delta_{r+1}]$), установленных с помощью машинного эксперимента [66].

Таблица 3.1 – Значения вероятностей двумерного нормального распределения при $a_1=0,3$

$X_i \backslash X_{i-1}$	$[-4,315; -3,473]$	$[-3,473; -2,6312]$	$[-2,6312; -1,7893]$	$[-1,7893; -0,9474]$	$[-0,9474; -0,1055]$	$[-0,1055; 0,7364]$	$[0,7364; 1,5783]$	$[1,5783; 2,4202]$	$[2,4202; 3,2621]$	$[3,2621; 4,104]$
$[-4,315; -3,473]$	0	0	0,0001	0,0002	0,0002	0	0	0	0	0
$[-3,473; -2,6312]$	0,0002	0,0007	0,0017	0,0034	0,0032	0,0018	0,0005	0	0	0
$[-2,6312; -1,7893]$	0	0,0019	0,0055	0,0144	0,0160	0,0116	0,0038	0,0003	0	0
$[-1,7893; -0,9474]$	0,0001	0,0029	0,0150	0,0359	0,0530	0,0441	0,0138	0,0041	0	0
$[-0,9474; -0,1055]$	0,0001	0,0041	0,0166	0,0538	0,0919	0,0813	0,0381	0,0073	0,0014	0,0001
$[-0,1055; 0,7364]$	0,0001	0,0013	0,0105	0,0432	0,0842	0,0834	0,0457	0,0124	0,0016	0,0001
$[0,7364; 1,5783]$	0	0,0005	0,0033	0,0146	0,0376	0,0447	0,0292	0,0105	0,0013	0,0003
$[1,5783; 2,4202]$	0	0	0,0007	0,0033	0,0078	0,0142	0,0089	0,0056	0,0005	0
$[2,4202; 3,2621]$	0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0008	0,0013	0,0016	0,0008	0	0
$[3,2621; 4,104]$	0	0	0	0	0	0,0001	0,0004	0	0	0,0001

В разработанной программной системе [70] пользователь имеет возможность выбора задания известного закона распределения, уровня

корреляции, объема выборки, получать двумерные распределения при заданных одномерных и корреляционных связях.

3.3 Имитационное моделирование нестационарных эргодических последовательностей

Воспроизведение последовательностей со свойствами стационарности и нестационарности так же происходит при требуемом законе распределении вероятностей: а) нормальном; б) равномерном; в) треугольном; г) арксинусоидальным; д) Релея.

Показаны реализации нестационарных эргодических последовательностей по видам [64], распределенных по арксинусоидальному и релеевскому законам (рисунки 3.11 – 3.15). В созданной программной системе заданы реализации по остальным законам распределения.

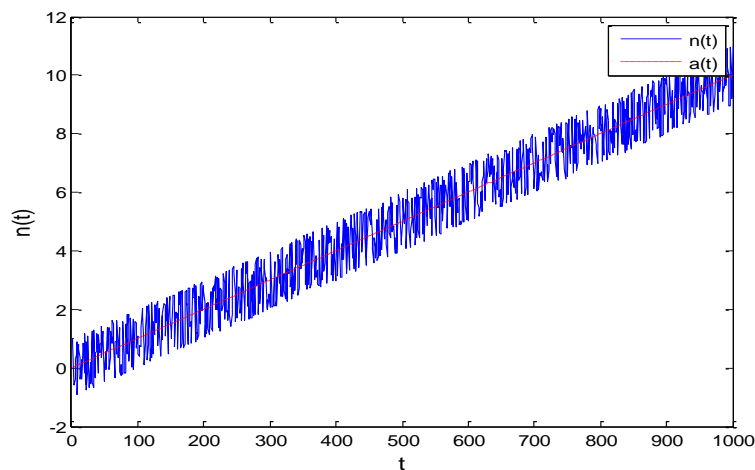


Рисунок 3.11 – Реализация нестационарного эргодического процесса по математическому ожиданию с арксинусоидальным распределением вероятностей

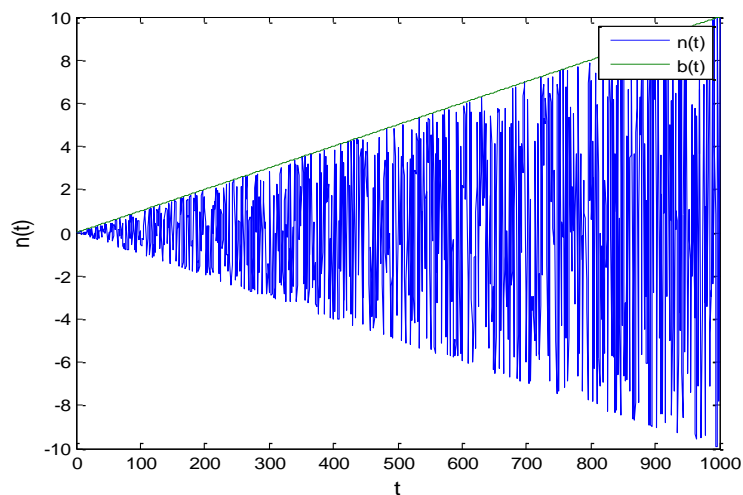


Рисунок 3.12 – Реализация нестационарного эргодического процесса по дисперсии с арксинусоидальным распределением вероятностей

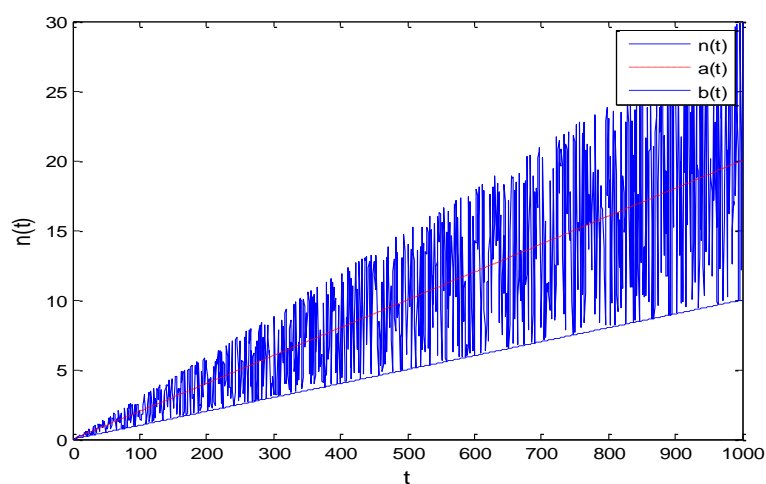


Рисунок 3.13 – Реализация нестационарного эргодического процесса по математическому ожиданию и дисперсии с арксинусоидальным распределением вероятностей

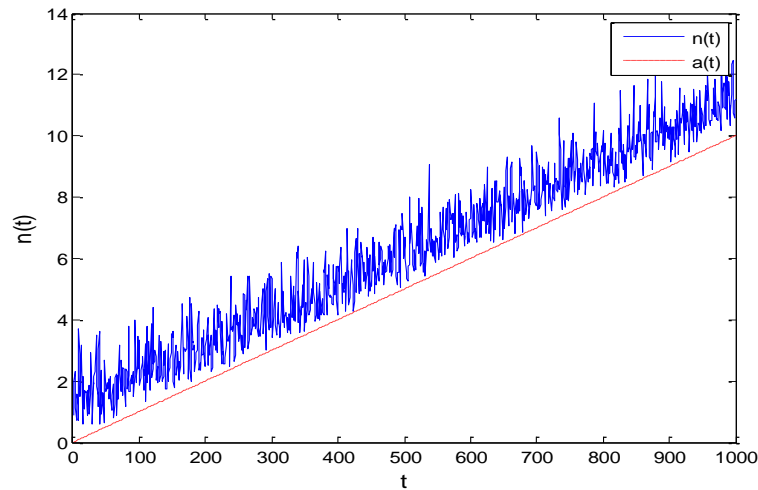


Рисунок 3.14 – Реализация нестационарного эргодического процесса по математическому ожиданию с распределением вероятностей Релея

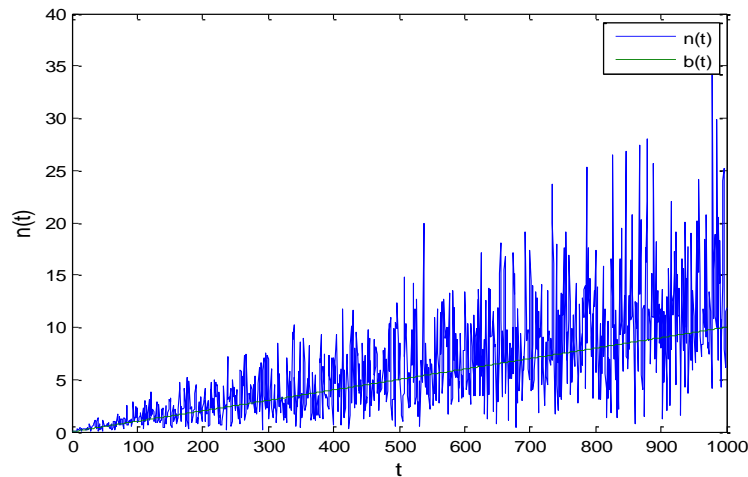


Рисунок 3.15 – Реализация нестационарного эргодического процесса по дисперсии с распределением вероятностей Релея

В реализованной программной системе пользователь имеет возможность задания свойства нестационарности, неэргодичности по видам, определяющим зависимость математического ожидания по времени или по реализации, зависимость дисперсии по времени или по реализации, зависимость математического ожидания и дисперсии по времени или по реализации. Удобный интерфейс программы позволяет оператору задавать коэффициент корреляции и мгновенно получать результаты.

3.4 Верификация полученных результатов при имитационном моделировании

Оценке качества работы программных генераторов посвящено немало работ [2, 23, 26, 30, 31, 87 и др.]. В основном качество работы программных генераторов исследуются статистическими гипотезами [54]. Доказано, что программные генераторы отвечают требованиям, предъявляемым к их качеству [1 и др.]. В данном разделе изучены генераторы нескольких пакетов для обоснования выбора программной системы для проведения метрологического анализа с использованием имитационного моделирования.

В [74] указывалось, что «анализ достоверности получаемых с помощью метрологического анализа на основе имитационного моделирования результатов заключается в исследовании влияния следующих трех факторов степени адекватности используемых априорных знаний, конечности объема формируемых массивов, оценок погрешностей результатов измерений и неидеальности выполняемых при метрологическом анализе операций.». Так как в качестве априорных знаний в задаче воспроизведения выступает модель входного измерительного воздействия (требуемая), которая при имитационном моделировании воспроизводится программным генератором случайных чисел, то необходимо оценить, насколько такие случайные последовательности близки к реальным. Конечность объема формируемых массивов оценок погрешностей результатов измерений также нужно верно оценить, например, для оценки погрешности результата измерения длительности локального сигнала на фоне аддитивной помехи должно быть не меньше 50 измерений, чтобы уменьшить случайную составляющую погрешности.

Верификация свойств датчиков случайных чисел позволяет пользователю сделать заключение о качестве выбранного программного генератора (программной системы).

В монографии [55] рассматривается вопрос о проверке качества генерированных псевдослучайных последовательностей.

Для достоверности соответствия, необходимо проверить качество работы программного генератора.

Генерируемые последовательности случайных чисел должны удовлетворять ряду требований. Во-первых, числа должны выбираться из определенного множества (чаще всего это действительные числа в интервале от 0 до 1, либо целые от 0 до N). Во-вторых, последовательность должна подчиняться определенному закону распределению на заданном множестве. В-третьих, случайная последовательность должна характеризоваться требуемой корреляционной функцией.

С помощью машинного эксперимента выявлено, что генерируемое число, действительно, принадлежит диапазону, указанному в свойствах генератора.

Проверка качества генераторов заключается не только в использовании критериев согласия, но и в проверке установленных характеристик генератора.

Для сравнения были изучены свойства генераторов в программных средах MatLAB [53], MathCAD и LabVIEW [50]. Датчиками случайных чисел формируются последовательности объемом $N=10000$ по заданному виду закона распределения вероятностей с математическим ожиданием $m(x)$ равным нулю и средним квадратическим отклонением $\sigma(x)$ равным единице для нормального закона распределения и математическим ожиданием $m(x)=0,5$ и средним квадратическим отклонением $\sigma(x)=1/2\sqrt{3}$ для равномерного закона распределения. Требуется определить, соответствует ли экспериментальные значения параметров распределения теоретическим. В таблице 3.2 представлены экспериментальные данные воспроизведения числовой последовательности встроенным генератором нормального закона распределения вероятностей. Проведено 10 итераций.

Таблица 3.2 – Параметры нормального закона распределения последовательности сформированной генератором в MatLAB

№	1	2	3	4	5	6
$m(x)$	0,0036	0,0040	-0,0167	-0,0025	-0,0091	-0,0090
$\sigma(x)$	1,0028	1,0044	1,0045	1,0108	1,0044	0,9951

Продолжение таблицы 3.2

№	7	8	9	10
$m(x)$	0,0008	0,0158	0,0176	0,0179
$\sigma(x)$	0,9944	0,9905	1,0034	0,9935

Оценка среднего математического ожидания и оценка среднего квадратического отклонения в 100 итерациях соответственно: $m^*(x)=0,0022$, $\sigma^*(x)=1,0038$.

Экспериментальные значения параметров нормального распределения отличаются от указанных в описании программного генератора в MatLAB.

Результаты расчетов экспериментальных значений оценок математического ожидания и среднего квадратического отклонения нормального закона распределения последовательностей, формируемые генераторами в MathCad и в LabVIEW соответственно равны: $m^*(x)=0,0081$, $\sigma^*(x)=1,0102$ и $m^*(x)=0,0722$ и $\sigma^*(x)=1,0518$.

Оценки $m^*(x)$ и $\sigma^*(x)$ для генератора равномерного закона распределения программной системы MatLAB: $m^*(x)=0,5004$, $\sigma^*(x)=0,2895$; в MathCAD: $m^*(x)=0,7021$ и $\sigma^*(x)=0,3112$; в LabVIEW: $m^*(x)=0,7673$ и $\sigma^*(x)=0,4317$.

Таким образом, в программной системе MatLAB экспериментальные значения параметров распределения ближе к номинальным характеристикам, чем в программах MathCAD и LabVIEW.

Таким образом, для формирования числовых последовательностей с известными характеристиками лучше использовать программную систему MatLAB.

Сравниваются теоретические P и экспериментальные P^* значения вероятностей для равномерного распределения (таблица 3.3) в MatLAB. Теоретическое значение вероятности $P=0,05$ при количестве коридоров гистограммы 20. $N=10000$ отсчетов в выборке.

Таблица 3.3 – Сравнение P и P^* в системе MatLAB

h	1	2	3	4	5	6	7	8
n	493	533	515	502	504	532	480	535
P^*	0,0493	0,0533	0,0515	0,0502	0,0504	0,0532	0,0480	0,0535
ΔP	-0,0007	0,0033	0,0015	0,0002	0,0004	0,0032	-0,002	0,0035

Продолжение таблицы 3.3

h	9	10	11	12	13	14
n	492	468	482	485	501	525
P^*	0,0492	0,0468	0,0482	0,0485	0,0501	0,0525
ΔP	-0,0008	-0,0032	0,0018	-0,0015	0,0001	0,0025

Продолжение таблицы 3.3

h	15	16	17	18	19	20
n	483	489	479	518	493	491
P^*	0,0483	0,0489	0,0479	0,0518	0,0493	0,0491
ΔP	-0,0017	-0,0011	-0,0021	0,0018	-0,0007	-0,0009

h – число столбцов гистограммы;

n – количество значений попавших в каждый коридор h ;

P^* – экспериментальное значение вероятности;

$\Delta P = P^* - P$ - отклонение от теоретического значения вероятности P .

$\sigma[\Delta P] = 0,002$.

Проверка по критерию согласия χ^2 о нормальном и равномерном законе распределения подтверждает, что сформированные последовательности в программных системах MatLAB, LabVIEW, MathCAD действительно подчиняются соответствующему закону распределения. Сравнивая суммы χ_0^2 ($\chi_0^2 = 40,69$ в MatLAB, $\chi_0^2 = 40,82$ в MathCAD, $\chi_0^2 = 41,38$ в LabVIEW), также можно сказать, что воспроизведение входных измерительных воздействий для метрологического анализа лучше осуществлять в программном пакете MatLAB.

Далее приведены расчеты по проверке критерия (χ^2) согласия К. Пирсона сформированных последовательностей в программных системах MatLAB и Mathcad.

Формируется в системе MathCAD выборка случайных чисел объемом $N=10000$, распределенных по нормальному закону. Осуществляется проверка гипотезы о нормальном законе распределения случайных величин на уровне

значимости $\alpha = 0,1$. $\chi_0^2 = \sum_{j=1}^q \frac{(n_j - Np_j)^2}{Np_j}$, где n_j - число наблюдений в j -м

разряде $j=1...q$, p_j - вероятность попадания случайной величины x в j -й разряд, вычисленный для предполагаемого теоретического закона распределения.

Таблица 3.4 – Проверка гипотезы о законе распределения в MathCAD по критерию согласия Пирсона

j	x_j	x_{j+1}	n_j	$\tilde{p}_j = \frac{n_j}{N}$	p_j	$ \tilde{p}_j - p_j $	Np_j	χ^2
1	-3,602	-3,454	4	0,0004	0,000264	0,000136	2,639565	$7,34 \times 10^{-6}$
2	-3,454	-3,306	1	0,0001	0,00019	0,00009	1,895579	0,641317
3	-3,306	-3,158	3	0,0003	0,00031	0,00001	3,097692	0,065672
4	-3,158	-3,009	5	0,0005	0,000499	10^{-6}	4,993945	0,525796
5	-3,009	-2,861	10	0,001	0,000777	0,000223	7,768014	0,046599
6	-2,861	-2,713	11	0,0011	0,001188	0,000088	11,88341	1,089342
7	-2,713	-2,564	21	0,0021	0,001793	0,000307	17,92961	1,813891
8	-2,564	-2,416	25	0,0025	0,00261	0,00011	26,10289	0,214158
9	-2,416	-2,268	31	0,0031	0,003738	0,000638	37,3813	0,020988
10	-2,268	-2,119	43	0,0043	0,005279	0,000979	52,785	0,565693
11	-2,119	-1,971	68	0,0068	0,007192	0,000392	71,92469	0,013383
12	-1,971	-1,823	95	0,0095	0,009642	0,000142	96,42259	0,835597
13	-1,823	-1,675	118	0,0118	0,012646	0,000846	126,4579	0,174504
14	-1,675	-1,526	162	0,0162	0,016348	0,000148	163,4791	1,063041
15	-1,526	-1,378	217	0,0217	0,020395	0,001305	203,9456	2,765839
16	-1,378	-1,23	257	0,0257	0,025039	0,000661	250,3898	0,750219
17	-1,23	-1,081	285	0,0285	0,030295	0,001795	302,9456	2,041756
18	-1,081	-0,933	385	0,0385	0,035372	0,003128	353,7216	0,881722
19	-0,933	-0,785	424	0,0424	0,040654	0,001746	406,536	0,12557
20	-0,785	-0,636	491	0,0491	0,046034	0,003066	460,3421	0,186891
21	-0,636	-0,488	482	0,0482	0,050306	0,002106	503,0609	0,073467
22	-0,488	-0,34	533	0,0533	0,054124	0,000824	541,244	0,140772
23	-0,34	-0,192	580	0,058	0,056968	0,001032	569,6816	3,059037
24	-0,192	-0,043	584	0,0584	0,059059	0,000659	590,587	0,646481
25	-0,043	0,105	600	0,06	0,059088	0,000912	590,8797	0,68587
26	0,105	0,253	540	0,054	0,05822	0,00422	582,2016	0,894879
27	0,253	0,402	584	0,0584	0,056489	0,001911	564,89	1,652144
28	0,402	0,55	548	0,0548	0,052895	0,001905	528,9529	0,808546
29	0,55	0,698	467	0,0467	0,04879	0,00209	487,8951	1,614758
30	0,698	0,847	416	0,0416	0,044306	0,002706	443,0553	1,690572
31	0,847	0,995	406	0,0406	0,038828	0,001772	388,2816	0,022322
32	0,995	1,143	312	0,0312	0,033527	0,002327	335,2675	5,448996
33	1,143	1,292	263	0,0263	0,028495	0,002195	284,9482	0,087356
34	1,292	1,44	236	0,0236	0,023372	0,000228	233,7159	1,745429
35	1,44	1,588	221	0,0221	0,018892	0,003208	188,9157	1,314488

Продолжение таблицы 3.4

36	1,588	1,736	153	0,0153	0,014939	0,000361	149,3875	0,087985
37	1,736	1,885	102	0,0102	0,011624	0,001424	116,2442	0,023829
38	1,885	2,033	98	0,0098	0,008729	0,001071	87,28835	0,259295
39	2,033	2,181	67	0,0067	0,006462	0,000238	64,61563	1,127043
40	2,181	2,33	46	0,0046	0,004706	0,000106	47,05895	0,024737
41	2,33	2,478	36	0,0036	0,003307	0,000293	33,07164	2,173232
42	2,478	2,626	28	0,0028	0,002292	0,000508	22,91775	0,0664
43	2,626	2,775	15	0,0015	0,001562	0,000062	15,62163	0,357631
44	2,775	2,923	15	0,0015	0,001027	0,000473	10,27463	1,018663
45	2,923	3,071	6	0,0006	0,000667	0,000067	6,665259	0,218655
46	3,071	3,219	3	0,0003	0,000423	0,000123	4,229942	0,63539
47	3,219	3,368	1	0,0001	0,000264	0,000164	2,639855	$7,34 \times 10^{-6}$
48	3,368	3,516	1	0,0001	0,000159	0,000059	1,589544	0,641317
49	3,516	3,664	1	0,0001	0,000218	0,000118	2,175786	0,065672
Σ	-	-	10000	1	1	-	10000	$\chi^2=40.82$

По полученным значениям n_j строится гистограмма $\tilde{p}_j = \frac{n_j}{N}$ (рисунок 3.16).

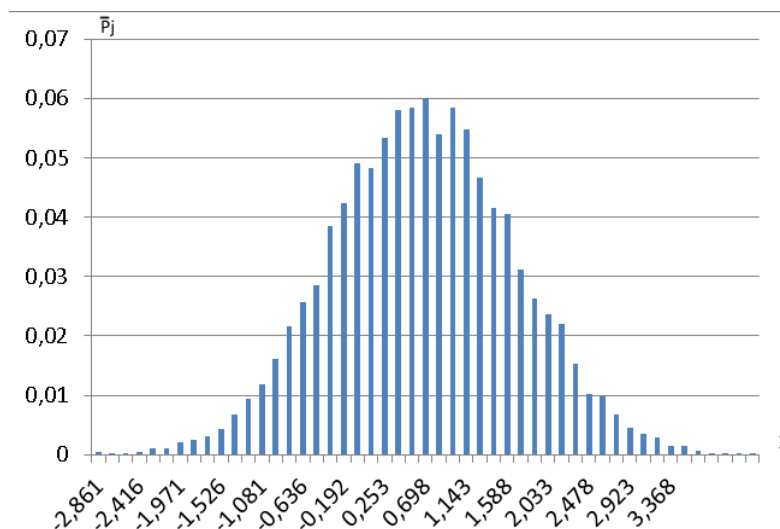


Рисунок 3.16 – Теоретическая гистограмма по критерию согласия Пирсона

По виду гистограммы выдвигается гипотеза о нормальном законе распределения случайной величины.

Необходимо найти теоретические вероятности p_j попадания случайной величины в заданные разряды x_j, x_{j+1} . Для этого вычисляют математическое ожидание и оценку среднего квадратического отклонения: $\tilde{m}_x=0,0052, \tilde{\sigma}_x=0,998$.

Определяются теоретические вероятности $p_j = \Phi(z_{j+1}) - \Phi(z_j)$, где z_{j+1} , z_j – концы выбранных интервалов, выраженные через параметр z функции Лапласа: $z_j = (x_j - \tilde{m}_x) / \tilde{\sigma}_x$, $z_{j+1} = (x_{j+1} - \tilde{m}_x) / \tilde{\sigma}_x$.

Результаты вычислений в таблице 3.5.

Таблица 3.5 – Результаты вычислений функции Лапласа

j	z_j	z_{j+1}	$\Phi(z_j)$	$\Phi(z_{j+1})$	p_j
1	$-\infty$	-3,46618	-0,5	-0,49974	0,000264
2	-3,46618	-3,31788	-0,49974	-0,49955	0,00019
3	-3,31788	-3,16959	-0,49955	-0,49924	0,00031
4	-3,16959	-3,02029	-0,49924	-0,49874	0,000499
5	-3,02029	-2,87199	-0,49874	-0,49796	0,000777
6	-2,87199	-2,72369	-0,49796	-0,49677	0,001188
7	-2,72369	-2,57439	-0,49677	-0,49498	0,001793
8	-2,57439	-2,4261	-0,49498	-0,49237	0,00261
9	-2,4261	-2,2778	-0,49237	-0,48863	0,003738
10	-2,2778	-2,1285	-0,48863	-0,48335	0,005279
11	-2,1285	-1,98021	-0,48335	-0,47616	0,007192
12	-1,98021	-1,83191	-0,47616	-0,46652	0,009642
13	-1,83191	-1,68361	-0,46652	-0,45387	0,012646
14	-1,68361	-1,53431	-0,45387	-0,43752	0,016348
15	-1,53431	-1,38602	-0,43752	-0,41713	0,020395
16	-1,38602	-1,23772	-0,41713	-0,39209	0,025039
17	-1,23772	-1,08842	-0,39209	-0,3618	0,030295
18	-1,08842	-0,94013	-0,3618	-0,32642	0,035372
19	-0,94013	-0,79183	-0,32642	-0,28577	0,040654
20	-0,79183	-0,64253	-0,28577	-0,23974	0,046034
21	-0,64253	-0,49423	-0,23974	-0,18943	0,050306
22	-0,49423	-0,34594	-0,18943	-0,13531	0,054124

Продолжение таблицы 3.5

23	-0,34594	-0,19764	-0,13531	-0,07834	0,056968
24	-0,19764	-0,04834	-0,07834	-0,01928	0,059059
25	-0,04834	0,099954	-0,01928	0,03981	0,059088
26	0,099954	0,248251	0,03981	0,09803	0,05822
27	0,248251	0,397549	0,09803	0,154519	0,056489
28	0,397549	0,545846	0,154519	0,207414	0,052895
29	0,545846	0,694142	0,207414	0,256204	0,04879
30	0,694142	0,843441	0,256204	0,300509	0,044306
31	0,843441	0,991737	0,300509	0,339337	0,038828
32	0,991737	1,140034	0,339337	0,372864	0,033527
33	1,140034	1,289333	0,372864	0,401359	0,028495
34	1,289333	1,437629	0,401359	0,42473	0,023372
35	1,437629	1,585926	0,42473	0,443622	0,018892
36	1,585926	1,734222	0,443622	0,458561	0,014939
37	1,734222	1,883521	0,458561	0,470185	0,011624
38	1,883521	2,031818	0,470185	0,478914	0,008729
39	2,031818	2,180114	0,478914	0,485376	0,006462
40	2,180114	2,329413	0,485376	0,490081	0,004706
41	2,329413	2,477709	0,490081	0,493389	0,003307
42	2,477709	2,626006	0,493389	0,49568	0,002292
43	2,626006	2,775305	0,49568	0,497242	0,001562
44	2,775305	2,923601	0,497242	0,49827	0,001027
45	2,923601	3,071898	0,49827	0,498936	0,000667
46	3,071898	3,220194	0,498936	0,499359	0,000423
47	3,220194	3,369493	0,499359	0,499623	0,000264
48	3,369493	3,51779	0,499623	0,499782	0,000159
49	3,51779	$+\infty$	0,499782	0.5	0,000218
Σ	-	-	-	-	1

Число степеней свободы $k = q - S - 1$, для нормального закона распределения $S=2$, $k=46$. Для заданного уровня значимости $\alpha=0,1$ и числа степеней свободы $k=46$ критическая точка распределения $\chi^2_{k\alpha}=58,64$.

Так как вычисленное $\chi^2=40,82 < \chi^2_{k\alpha}=58,64$, то гипотеза о нормальном распределении случайной величины верна.

Гипотеза о равномерном распределении в MathCad тоже принимается.

Аналогичным образом, по результатам расчета принимается гипотеза о равномерном распределении случайной величины:

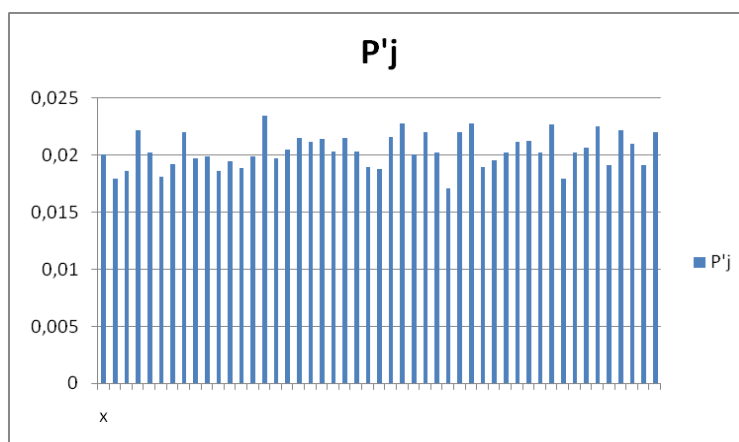


Рисунок 3.17 – Эмпирическая гистограмма распределения

По виду гистограммы выдвигается гипотеза о равномерном законе распределения случайной величины.

Необходимо найти теоретические вероятности p_j попадания случайной величины в заданные разряды. Для этого вычисляют математическое ожидание и оценку среднего квадратического отклонения $\tilde{m}_x=0,5045$, $\tilde{\sigma}_x=0,2875$.

Определяют теоретические вероятности:

$$p_1 = f(x) \times (x_1 - \tilde{a}).$$

$$p_j = f(x) \times (x_{j+1} - x_j), j=2; 3; \dots, 48.$$

$$p_{49} = f(x) \times (\tilde{b} - x_{49}), \text{ где } \tilde{a} = \tilde{m} - \tilde{\sigma}\sqrt{3}; \tilde{b} = \tilde{m} + \tilde{\sigma}\sqrt{3}.$$

Откуда $\tilde{a}=0,006535$; $\tilde{b}=1,002465$.

Результаты вычислений целесообразно в таблице 3.6.

Таблица 3.6 – Теоретические распределения вероятностей

j	x_j	x_{j+1}	p_j
1	-3,636	-3,4824	0,01
2	-3,4824	-3,3287	0,02
3	-3,3287	-3,175	0,02
4	-3,175	-3,0213	0,02
5	-3,0213	-2,8676	0,02
6	-2,8676	-2,714	0,02
7	-2,714	-2,5603	0,02
8	-2,5603	-2,4066	0,02
9	-2,4066	-2,2529	0,02
10	-2,2529	-2,0993	0,02
11	-2,0993	-1,9456	0,02
12	-1,9456	-1,7919	0,02
13	-1,7919	-1,6382	0,02
14	-1,6382	-1,4845	0,02
15	-1,4845	-1,3309	0,02
16	-1,3309	-1,1772	0,02
17	-1,1772	-1,0235	0,02
18	-1,0235	-0,8698	0,02
19	-0,8698	-0,7162	0,02
20	-0,7162	-0,5625	0,02
21	-0,5625	-0,4088	0,02
22	-0,4088	-0,2551	0,02
23	-0,2551	-0,1014	0,02
24	-0,1014	0,0522	0,02
25	0,0522	0,2059	0,02
26	0,2059	0,3596	0,02

Продолжение таблицы 3.6

27	0,3596	0,5133	0,02
28	0,5133	0,667	0,02
29	0,667	0,8206	0,02
30	0,8206	0,9743	0,02
31	0,9743	1,128	0,02
32	1,128	1,2817	0,02
33	1,2817	1,4353	0,02
34	1,4353	1,589	0,02
35	1,589	1,7427	0,02
36	1,7427	1,8964	0,02
37	1,8964	2,0501	0,02
38	2,0501	2,2037	0,02
39	2,2037	2,3574	0,02
40	2,3574	2,5111	0,02
41	2,5111	2,6648	0,02
42	2,6648	2,8184	0,02
43	2,8184	2,9721	0,02
44	2,9721	3,1258	0,02
45	3,1258	3,2795	0,02
46	3,2795	3,4332	0,02
47	3,4332	3,5868	0,02
48	3,5868	3,7405	0,02
49	3,7405	3,8942	0,02
Σ	-	-	1,00

Число степеней свободы $k = q - S - 1$, для равномерного закона распределения $S=2$, $k=46$. Для заданного уровня значимости $\alpha=0,1$ и числа степеней свободы $k=46$ критическая точка распределения $\chi^2_{k\alpha}=58,64$.

Так как вычисленное $\chi^2=79,04 > \chi_{k\alpha}^2=58,64$, то гипотеза о равномерном распределении случайной величины не принимается.

Аналогично, проверяем нормальное распределение и принимаем гипотезу.

Результаты показали, что во всех трех программных системах гипотеза о нормальном виде закона распределения принимается на уровне значимости α .

В работе была проведена оценка точности распределения вероятностей формируемых числовых последовательностей. Программными генераторами случайных чисел MatLAB, MathCAD, LabVIEW сформированы последовательности объемом $N=10000$ отсчетов, описываемые нормальным законом распределения вероятностей.

Результаты расчетов теоретических вероятностей P и экспериментальные значения вероятностей P^* , найденных в результате формирования случайных последовательностей генераторами в системах MatLAB, MathCAD и LabVIEW, занесены в таблицы В.1, В.2, В.3 соответственно Приложения В.

Функция распределения нормального распределения:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt, \quad \text{где } \mu=0, \quad \sigma=1 \quad \text{параметры нормального}$$

распределения.

Теоретические значения вероятностей определяются по формуле Лапласа:

$$P(\alpha < x \leq \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - \mu}{\sigma}\right),$$

где α, β – граничные значения, в которых случайная величина x принимает значения с вероятностью P и имеет нормальное распределение с параметрами μ, σ .

Пример 1:

$$P(-\infty < x \leq -3,34) = \Phi(-3,34) - \Phi(-\infty) = 1 - \Phi(3,34) - 0 = 1 - 0,99958 = 0,00042.$$

Экспериментальные значения вероятностей P^* определяются с помощью машинного эксперимента в тех же границах интервала $(\alpha, \beta]$.

Из проведенного анализа следует, что в MatLAB воспроизведение нормально распределенных чисел более точно в сравнении с воспроизведением нормально распределенных чисел в MathCAD и LabVIEW.

Сравниваются теоретические значения вероятностей с эмпирической (экспериментальной) двумерной плотностью распределения вероятностей (рисунок 3.18), полученной в системе MatLAB.

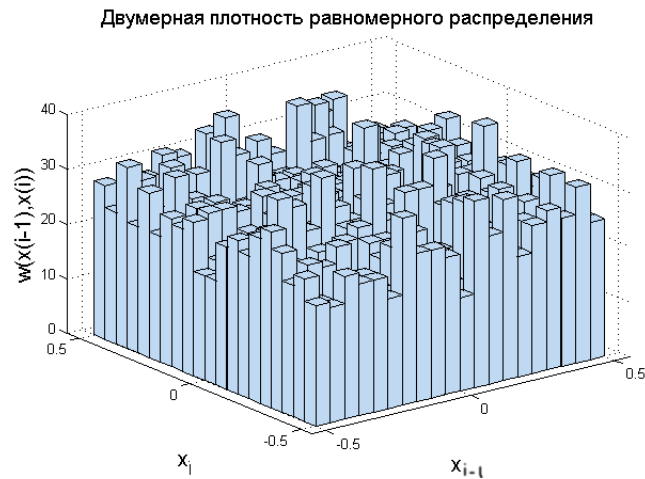


Рисунок 3.18 – Двумерная плотность равномерного распределения

$$w(x_j(t_{s-1}), x_j(t_s)) = \frac{1}{\Delta_x^2}$$

Теоретическая вероятность попадания в каждый коридор равна $P=0.0025$

Опытные вероятности вынесены в таблицу 3.7. Показаны 12 на 12 коридоров из 20 на 20.

Таблица 3.7 – Эмпирические вероятности двумерного равномерного распределения

0,0022	0,0026	0,0024	0,0029	0,0032	0,003	0,0026	0,0028	0,0026	0,0019	0,0019	0,0028
0,0021	0,0021	0,0027	0,0024	0,0011	0,0027	0,0019	0,0019	0,0022	0,002	0,0021	0,0029
0,0026	0,0017	0,0026	0,0018	0,0017	0,0024	0,0035	0,0028	0,0022	0,0021	0,0022	0,0029
0,0024	0,002	0,0029	0,0022	0,0012	0,0018	0,0033	0,0025	0,0027	0,0023	0,0025	0,0028
0,0024	0,0024	0,0016	0,0022	0,0022	0,0025	0,0028	0,0027	0,0026	0,0028	0,0031	0,0021
0,002	0,0021	0,0022	0,0019	0,0027	0,0021	0,0037	0,0027	0,0023	0,0031	0,0024	0,0031
0,0034	0,0028	0,0025	0,0027	0,0029	0,0028	0,0031	0,0029	0,0033	0,0031	0,0027	0,0027
0,0027	0,002	0,0023	0,0027	0,0039	0,0026	0,0028	0,0024	0,0019	0,0025	0,0022	0,0027
0,0027	0,0019	0,0021	0,0018	0,0029	0,0022	0,0031	0,0036	0,0023	0,0022	0,0027	0,0029
0,0025	0,0019	0,0017	0,0027	0,0023	0,0023	0,0027	0,0025	0,0023	0,0025	0,0019	0,0027
0,0017	0,0019	0,0024	0,0019	0,0019	0,0032	0,0026	0,0028	0,002	0,0024	0,0018	0,0026
0,0034	0,0033	0,0032	0,0019	0,0021	0,0032	0,0026	0,002	0,0032	0,0023	0,0039	0,0024

Неидеальность преобразований над случайными последовательностями исключить невозможно, в силу того, что при каждом включении программы, содержащей генератор случайных чисел, датчик будет выдавать ту же последовательность, что формировалась на предыдущем включении программы. Т.е. при каждом запуске программы MatLAB, генератор будет выдавать те же последовательности в той же очереди, которые были в предыдущем включении программы. Чтобы избежать этого, необходимо при новом включении программы запустить генератор столько раз (n), сколько раз запускался в предыдущий. В $n+1$ раз будет выброс новой «уникальной» последовательности.

Верификация (проверка на соответствие заявленным характеристикам) свойств последовательностей, генерируемых датчиками случайных чисел, позволяет считать их соответствующим заявленным характеристикам.

Улучшению качества работы датчиков случайных чисел посвящены работы [3, 40, 93], зарегистрированы патенты на генераторы с улучшенными характеристиками [42-47].

Учитывая проверенные характеристики генератора трех программ и тот факт, что на основе программной системы MatLAB можно создать унифицированное алгоритмическое обеспечение с более простым и удобным

интерфейсом, нежели на основе инженерной программы LabVIEW или математической программы MathCAD. Кроме этого, LabVIEW не дает объем выборки более 1000 отсчетов, а MathCAD не позволяет создать самостоятельную программу типа «черный ящик», можно сделать вывод, что для достижения поставленной цели в диссертационной работе выбрана программная система MatLAB.

Основные результаты проведенной верификации опубликованы в [61, 62].

На основе проведенной верификации, машинных экспериментов формирования числовых последовательностей, сформированных алгоритмов воспроизведения числовых последовательностей с известными свойствами была реализована программная система [70] на основе пакета MatLAB, которая позволяет решать задачи в зависимости от требований, предъявляемых к измерительному входному воздействию. В ней можно выбрать и решить нужную задачу, задав требуемые свойства и коэффициенты корреляции, а так же коэффициенты для последовательностей нестационарных по видам. Помимо этого программная система обладает удобным интерфейсом, что позволяет пользователю наблюдать результаты воспроизведения на графиках, а также задавать требуемый объем воспроизводимой выборки.

В MatLAB имеется среда GUIDE для создания приложений с графическим интерфейсом пользователя, которая была применена в разработанной программе «Воспроизведение входных воздействий с требуемыми характеристиками». Работа в этой среде достаточно проста – элементы управления (кнопки, раскрывающиеся списки и т.д.) размещаются при помощи мыши, а затем программируются события, которые возникают при обращении пользователя к данным элементам управления. Помимо этого MatLAB широко распространенная программная система, несложная в освоении.

Выводы по главе 3

1. Предложенные процедуры воспроизведения числовых последовательностей, имитирующих входные измерительные воздействия, проверены с помощью машинного эксперимента. Полученные результаты подтверждают теоретические оценки.
2. Приведено обоснование выбора программной системы *MatLab 7*, на основе которой разработано унифицированное программное обеспечение «Воспроизведение входных воздействий с требуемыми характеристиками».
3. Разработанная унифицированная программная система открыта для расширения ее функциональных возможностей.

Глава 4 Воспроизведение входных измерительных воздействий с известными свойствами для обеспечения метрологического анализа результатов измерения длительности локального сигнала

4.1 Постановка задачи

В данной главе будут проиллюстрированы возможности реализованной программной системы [70] на примере измерения длительности локального сигнала на фоне аддитивной помехи. Описать всю совокупность задач метрологического анализа невозможно в силу многообразия видов измерительных процедур. Совокупность же задач воспроизведения требуемых последовательностей для метрологического анализа систематизировать можно. На рисунке 4.1 представлена структурная схема информационно-измерительной системы, в которой входным измерительным средством является первичный измерительный преобразователь (ИП). $X(t)$ – входное измерительное воздействие, которое поступает на измерительное средство и преобразуется ($Y(t)$) в зависимости от функций первичного преобразователя, далее поступает на вход измерительного канала, где претерпевает последующие преобразования. Интересует только входное воздействие $X(t)$.

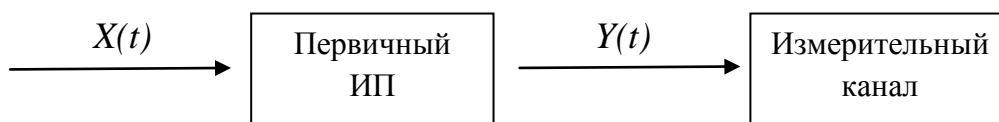


Рисунок 4.1 – Входное измерительное воздействие в ИИС

С помощью разработанной программной системы [70] имитируется последовательность $X(t)$ в числовой форме, поступает на вход первичного измерительного преобразователя. Помимо имитации, задачей программной системы является обеспечение известных характеристик последовательности $X(t)$. Воспроизводимая последовательность случайных чисел имеет

одномерный закон распределения вероятностей отсчетов. Таким образом, имитируется входное воздействие с известным одномерным законом распределения вероятностей отсчетов, а также с заданной корреляцией. Наличие корреляции требует рассмотрения двумерной плотности распределения вероятностей, так как одномерная плотность распределения не дает полного описания свойств коррелированной последовательности. Помимо перечисленных известных характеристик к входному измерительному воздействию могут предъявляться свойства стационарности, нестационарности, эргодичности и неэргодичности. На примере задачи воспроизведения совокупности сигнала и помехи с заданными свойствами раскрываются возможности программной разработки (рисунок 4.2).

Таким образом, разработанная программа по воспроизведению входных измерительных воздействий с известными характеристиками позволяет воспроизвести следующие задачи (классификация задач воспроизведения входных измерительных воздействий с известными свойствами для метрологического анализа):

1. Воспроизведение числовой последовательности с известным одномерным законом распределения вероятностей: нормальным, равномерным, треугольным, арксинусоидальным, Релея.
2. Воспроизведение числовой последовательности с заданной корреляцией отсчетов при известном одномерном законе распределения вероятностей отсчетов последовательности.
3. Воспроизведение двумерного закона распределения вероятностей числовой последовательности при известном одномерном законе распределения вероятностей отсчетов последовательности и при заданной корреляции отсчетов.
4. Воспроизведение стационарной неэргодической последовательности.
5. Воспроизведение нестационарной эргодической последовательности.
6. Воспроизведение нестационарной неэргодической последовательности.

7. Воспроизведение локального сигнала заданной формы в случайный момент времени на фоне аддитивного шума.

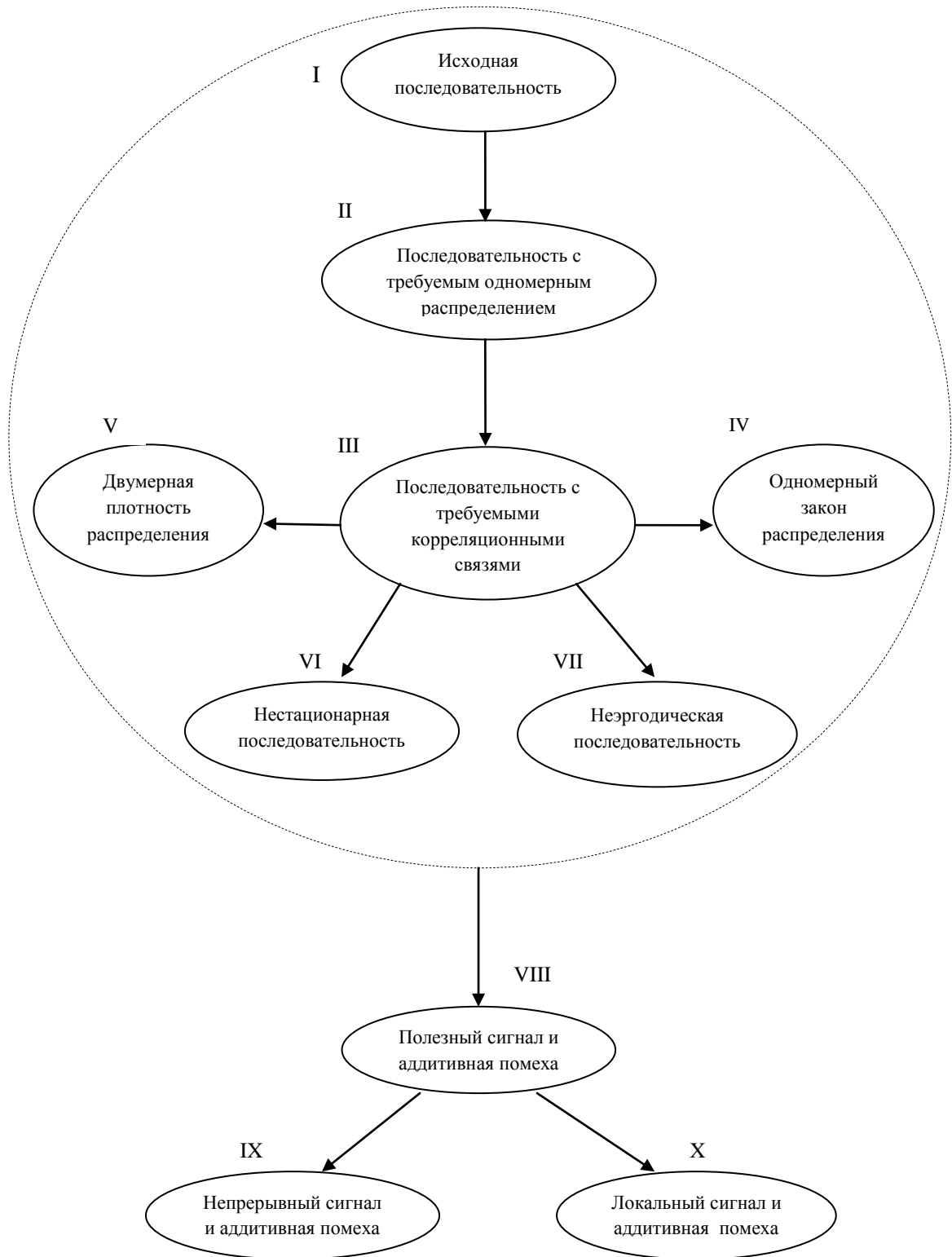


Рисунок 4.2 – Схема задач по имитационному моделированию входных измерительных воздействий с известными характеристиками

Данная схема обобщает рассмотренные задачи в диссертационной работе.

I – Программный генератор случайных чисел дает последовательности с нормальным либо равномерным законом распределения вероятностей отсчетов.

II – С применением нелинейных преобразований получены последовательности с известными законами распределения вероятностей отсчетов на заданном динамическом диапазоне. В программной системе [70] рассматриваются пять законов распределения.

III – В последовательность с известным законом распределения вероятностей задается коэффициент корреляции смежных отсчетов.

В работе анализировались свойства воспроизведенной числовой последовательности:

IV – Анализ одномерной плотности распределения сформированной последовательности при известном исходном законе распределения вероятностей и заданной корреляционной связи.

V – Анализ двумерной плотности распределения вероятностей сформированной последовательности при известном одномерном законе распределения вероятностей и заданной корреляцией отсчетов.

VI – Формируется нестационарная числовая последовательность по математическому ожиданию, по дисперсии, по математическому ожиданию и дисперсии.

VII – Формируется эргодическая или неэргодическая последовательность в совокупности со свойством стационарности или нестационарности.

VIII – Рассматривается задача воспроизведение полезного сигнала и аддитивной помехи. В особенности на примере задач IX, X могут быть проиллюстрированы применение перечисленных свойств с перебором их различных комбинаций.

В разработанной программной системе пользователь имеет возможность формировать числовые последовательности, задав ей свойства:

закон распределения, число отсчетов, коэффициент корреляции отсчетов, свойства нестационарности, неэргодичности, коэффициенты, характеризующие вид нестационарности, коэффициенты, характеризующие вид неэргодичности. В задаче воспроизведения локального сигнала на фоне аддитивной помехи, пользователь задает рассмотренные в диссертационной работе свойства – помехе: стационарность, нестационарность и т.д., сигналу: форму импульса, амплитуду, случайный момент появления, длительность.

На примере задачи воспроизведения локального сигнала на фоне аддитивной помехи проиллюстрированы возможности реализованной программной системы. Проведен метрологический анализ результата измерения длительности локального сигнала при наличии помехи. В программной системе пользователь мгновенно получает результаты на графиках и в таблицах с возможностью их хранения и дальнейшей обработки.

4.2 Двухэтапные измерения параметров локальных сигналов

Вопросу обнаружения сигналов на фоне помех посвящено немало работ [11, 12, 14, 15, 69 и др.], в силу того, что задача обнаружения сигналов всегда остается актуальной в локации, идентификации и др. Процедура измерения параметров локальных сигналов носит двухэтапный характер. Первый этап – обнаружение сигнала. После обнаружения сигнала в большом числе случаев возникает необходимость измерения его параметров – второй этап [36-38]. Измерение различных параметров сигнала связано с измерением длительности. Поэтому в диссертационной работе рассматривается процедуры измерения длительности локального сигнала и оценивания погрешностей получаемых результатов – измерение длительности локального сигнала известной формы и амплитуды, возникающего в случайный момент времени.

Несмотря на актуальность во многих прикладных областях технической, медицинской, локационной, навигационной и области дефектоскопии, задача обнаружения локального сигнала и измерения его параметров на фоне помех является не до конца проработанной, особенно в части моделирования смеси локального сигнала и помехи, а если же есть упоминание в работах, то нет полной реализованной программы, позволяющей пользователю лишь вводить требуемые свойства и мгновенно получать результат численно (результат измерения) и визуально (на графике). Например, в [49] фрагментно рассмотрены вопросы моделирования требуемых последовательностей, а так же прохождение смеси сигнала и помехи через радиотехническое устройство. Однако последний вопрос освещен не полно. В источнике [69] имеется важное замечание, что готовых программных систем, реализующих процедуры воспроизведения локальных сигналов на фоне помех до настоящего времени не предложено. Что еще раз подтверждает практическую ценность разработанной программы, как результат диссертационной работы.

В [36-38, 83] показано, что одним из эффективных методов исследования процедур измерения параметров локальных сигналов является машинный эксперимент (имитационное моделирование), который позволяет получить результаты в ситуациях, когда это невозможно на основе расчетов или физического эксперимента.

В настоящее время информационно-измерительные и управляющие системы имеют сложную структуру и множество измерительных, обрабатывающих и управляющих модулей, что приводит к возникновению помех различного рода.

Помехой называется стороннее возмущение, действующее в системе передачи и препятствующее правильному приёму сигналов.

Источники помех могут находиться как вне, так и внутри самой системы передачи.

Выявление локального сигнала на фоне помехи является первостепенной задачей в теории обработки сигналов.

4.3 Программная реализация моделирования локального сигнала на фоне аддитивной помехи

Локальный сигнал на фоне аддитивной помехи:

$$u(t) = s(t) + n(t), \quad (4.1)$$

где $u(t)$ – сумма локального сигнала и помехи, $n(t)$ – помеха со свойствами стационарности или нестационарности в зависимости от характера рассматриваемой задачи, $s(t)$ – локальный сигнал.

Так как проведение процедуры измерения длительности локального сигнала на основе имитационного моделирования предполагает использование встроенных программных генераторов случайных чисел, в соответствии с этим выражение (4.1) примет вид:

$$\{u_j(t_s)\}_{s=1}^N = \{s_j(t_s) + n_j(t_s)\}_{s=1}^N, \quad (4.2)$$

где N – объем выборки, сформированной генератором случайных чисел в j -м измерительном эксперименте. $s_j(t_s)$ – локальный сигнал, определенный на области существования, $\{u_j(t_s)\}_{s=1}^N$ – соответственно сумма локального сигнала и помехи.

Локальный сигнал $s(t)$ имеет различную форму и существует на ограниченном интервале $t_1 < t < t_2$, т.е. имеет разную длительность. Общая форма представления локального сигнала имеет следующий вид:

$$s(t) = \begin{cases} 0, t < t_1 \\ \neq 0, t_1 < t < t_2 \\ 0, t > t_2 \end{cases}.$$

Локальный сигнал может нести информацию о наличии дефектов в материалах, информацию о техногенных или природных воздействиях на экосистемы и технические объекты. [27]

Предполагается, что локальный сигнал возникает в случайный момент времени t_p и длится заданное значение времени $\Delta T_{\text{длит}} = n\Delta t_\partial$, где Δt_∂ – шаг дискретизации, n – заданное значение. За время t принимается единичный момент времени, поэтому $\Delta t_\partial = 1$.

Измерение длительности локального сигнала на фоне стационарной помехи.

Рассматривается случай, когда $n_j(t_s) = n_{cj}(t_s)$ – стационарный гауссов процесс с математическим ожиданием равным нулю $M[n_j(t_s)] = 0$ и средним квадратическим отклонением, равным единице $\sigma_{n_c} = 1$. Таким образом, известны числовые вероятностные характеристики имитируемой последовательности $n_j(t_s)$ и одномерный закон плотности распределения вероятностей $w(n_j(t_s))$, т.е. априорные знания $A3 = (w(n_j(t_s)), (0;1))$.

Требуется измерить длительность локального сигнала и оценить вероятностные характеристики погрешности результата измерения длительности.

На первом этапе – устанавливается такой пороговый уровень U_p обнаружения локального сигнала, при котором имеет место допустимая вероятность ложного измерения $P_{\text{ЛИ}} = 0,05$.

С помощью машинного эксперимента подбирается такой пороговый уровень, при котором среднее число ложных измерений $N_{\text{ЛИ}}$ на 20 циклов не превышает единицы. В каждом цикле сформировывалась последовательность $n_{cj}(t_s)$ объемом 10000 отсчетов, представляющая собой помеху. На заранее установленном интервале времени в 40 отсчетов производился подсчет количества превышений случайными числами последовательности предполагаемого порогового уровня. За пороговый уровень был взят тот

уровень, на котором за 20 циклов было не больше двух превышений заданного интервала. Такое условие достигалось при пороговом уровне, равным 3,5.

Таким образом, пороговый уровень обнаружения сигнала на фоне стационарной помехи с $\sigma_{n_c}=1$:

$$U_p=3,5. \quad (4.4)$$

После установления порога обнаружения в случайный момент времени модулировался локальный сигнал с установленной длительностью и формы импульса на фоне стационарной помехи.

Процедура получения погрешности измерения:

$$\left\{ \left\{ u_j(t_s) \right\}_{s=1}^N \rightarrow t_{sj \max}^*, t_{sj \min}^* \rightarrow T_{лсj}^* = t_{sj \max}^* - t_{sj \min}^* \rightarrow \Delta T_{лсj}^* = T_{лсj}^* - T_{лс} \right\}_{j=1}^k, \quad (4.5)$$

где $T_{лсj}^*$ – измеренное значение длительности локального сигнала, $T_{лс}$ – истинное (заданное) значение длительности локального сигнала, $\Delta T_{лсj}^*$ – погрешность результата измерения длительности, $t_{sj \min}^*$, $t_{sj \max}^*$ – моменты времени, при которых происходят первое превышение порогового уровня и последнее на интервале заданного значения длительности $\Delta T_{длит} = T_{лс}$ в j -ом измерительном эксперименте. k – число измерений достаточное для оценки вероятностных характеристик.

Оценки математического ожидания $M^*[\Delta T_{лсj}^*]$, дисперсии $D^*[\Delta T_{лсj}^*]$ и среднего квадратического отклонения $\sigma^*[\Delta T_{лсj}^*]$ погрешности $\Delta T_{лсj}^*$ результата измерения длительности локального сигнала:

$$M^*[\Delta T_{лсj}^*] = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \Delta T_{лсj}^*,$$

$$D^*[\Delta T_{лсj}^*] = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \left(\Delta T_{лсj}^* - M^*[\Delta T_{лсj}^*] \right)^2,$$

$$\sigma^*[\Delta T_{лсj}^*] = \sqrt{D^*[\Delta T_{лсj}^*]}.$$

Интервальная оценка вероятности $P_{\Delta T_{лсj}}^* [\Delta_H; \Delta_B]$ попадания погрешности $\Delta T_{лсj}^*$ результата измерения в заданный интервал $[\Delta_H; \Delta_B]$, где $\Delta_H = -3\Delta t_0$ – нижняя граница интервала, $\Delta_B = 0$ – верхняя граница интервала:

$$P_{\Delta T_{лсj}}^* [\Delta T_{лсj}^* \in [\Delta_H, \Delta_B]] = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \Delta \psi [\Delta T_{лсj}^* / \Delta_H, \Delta_B], \text{ где}$$

$$\Delta \psi = \begin{cases} 1, \Delta T_{лсj}^* \in [\Delta_H, \Delta_B] \\ 0, \Delta T_{лсj}^* \notin [\Delta_H, \Delta_B] \end{cases}.$$

Локальный сигнал имеет заданную форму импульса – прямоугольную либо треугольную. Задано $T_{лс} = 40$. $N = 10000$, $k = 1000$.

Результаты измерения длительности локального сигнала заданной формы и при различном соотношении сигнал/шум A/σ_n сведены в таблицу 4.1.

Таблица 4.1 – Оценка погрешности измерения длительности прямоугольного импульса на фоне стационарной помехи

A/σ_n	$M^* [\Delta T_{лсj}^*]$	$\sigma^* [\Delta T_{лсj}^*]$	$P_{\Delta T_{лсj}}^* [\Delta_H; \Delta_B]$
1/1	-39,81	1,83	0
3/1	-4,37	3,66	0,5
5/1	-0,12	0,36	1

Реализация обнаружения локального сигнала при наличии стационарной помехи представлена на рисунке 4.3.

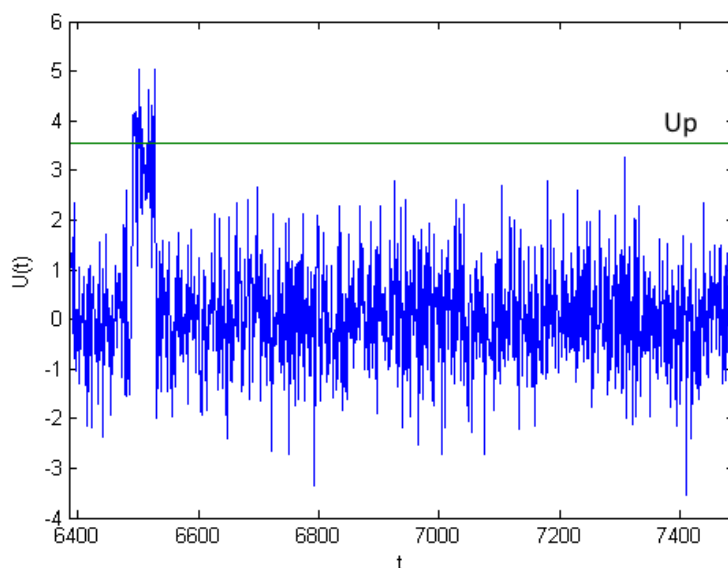


Рисунок 4.3 – Прямоугольный импульс на фоне стационарной помехи,

$$U_p = 3,5.$$

Оценки погрешностей результатов измерения длительности треугольного импульса при различных отношениях сигнал/шум на фоне стационарной помехи представлены в Приложении Г.

Из таблицы 4.1 видно, что при большой систематической погрешности флуктуации малы, т.е. дисперсия одна и та же. Большая систематическая погрешность возникает при малой амплитуде локального сигнала, так как порог для такой амплитуды высокий и происходит пропуск сигнала.

Измерение длительности локального сигнала на фоне нестационарной помехи.

Рассматривается случай, когда аддитивная помеха представляет собой нестационарный процесс:

$$n_j(t_s) = a(t_s)n_{cj}(t_s) + b,$$

где $n_{cj}(t)$ – стационарный гауссов шум (0;1);

$$a(t_s) = a_n \sin(\omega_n t_s),$$

a_n и ω_n – соответственно амплитуда и частота модулирующей функции,

b – среднее значение нестационарного процесса; $b=0$.

Таким образом, нестационарная помеха представляет собой:

$$n_j(t_s) = a_n \sin(\omega_n t_s) n_{cj}(t_s).$$

Сумма локального сигнала и нестационарной помехи описывается выражением:

$$u_j(t_s) = s_j(t_s) + n_j(t_s) = s_j(t_s) + a_n \sin(\omega_n t_s) n_{cj}(t_s). \quad (4.6)$$

С помощью машинного эксперимента подбирается такой пороговый уровень U_p обнаружения сигнала на фоне нестационарной помехи, при котором вероятность ложного измерения $P_{лж} = 0,05$. На заданном интервале времени в 40 отсчетов количество превышений порогового уровня не должно превосходить двух, т.е происходит не больше одного ложного измерения за 20 циклов, в одном цикле формируется помеха в 10000 отсчетов. Такое условие выполняется при следующих значениях U_p :

1) при амплитуде модулирующей функции $a_n = 1$ пороговый уровень

$$U_p = 3,2; \quad (4.7)$$

2) при амплитуде модулирующей функции $a_n = 2$ пороговый уровень

$$U_p = 6,6; \quad (4.8)$$

3) при амплитуде модулирующей функции $a_n = 5$ пороговый уровень

$$U_p = 16,3. \quad (4.9)$$

Определяется среднее квадратическое отклонение нестационарной помехи $\sigma_{нст}$ при амплитуде модулирующей функции равной $a_n = 1; 2; 5$.

Как известно среднее квадратическое отклонение синусоиды равно $\sigma_{\sin} = 0,707$, среднее квадратическое отклонение стационарной помехи $\sigma_{n_c} = 1$.

Следовательно, среднее квадратическое отклонение нестационарной помехи при $a_n = 1$ равно $\sigma_{нст1} = 0,707$.

$$n_j(t_s) = a_n \times \sin(\omega_n t_s) \times n_{cj}(t_s) = 1 \times \sin\left(\frac{2\pi}{500} t_s\right) \times n_{cj}(t_s).$$

Аналогично, при $a_n = 2$

$$\sigma_{нст2} = 1,414;$$

при $a_n=5$

$$\sigma_{нсм5} = 3,535.$$

Для удобства записи, в таблицах 4.2-4.7, Г.2-Г.5, средние квадратические отклонения нестационарной помехи при значениях $a_n=1; 2; 5$, равны округленным значениям соответственно, $\sigma_n = \sigma_{нсм1}=0,7$; $\sigma_n = \sigma_{нсм2}=1,4$; $\sigma_n = \sigma_{нсм5}=3,5$.

Для определения погрешности измерения длительности локального сигнала на фоне нестационарной помехи (4.6) процедура (4.5) производится двумя способами.

Первый способ: **без адаптации порогового уровня** к нестационарному характеру изменения суммы полезного сигнала и помехи – **неадаптивный пороговый уровень** (пороговый уровень равный значениям 4.7 – 4.9).

Оценки погрешности результата измерения длительности при неадаптивном пороговом уровне при различной амплитуде импульса локального сигнала и различной амплитуде модулирующей функции нестационарной помехи сведены в таблицы 4.2, 4.4, 4.6.

Результат получения постоянного (неадаптивного) порогового уровня для обнаружения локального сигнала на фоне нестационарной помехи представлен на рисунке 4.4.

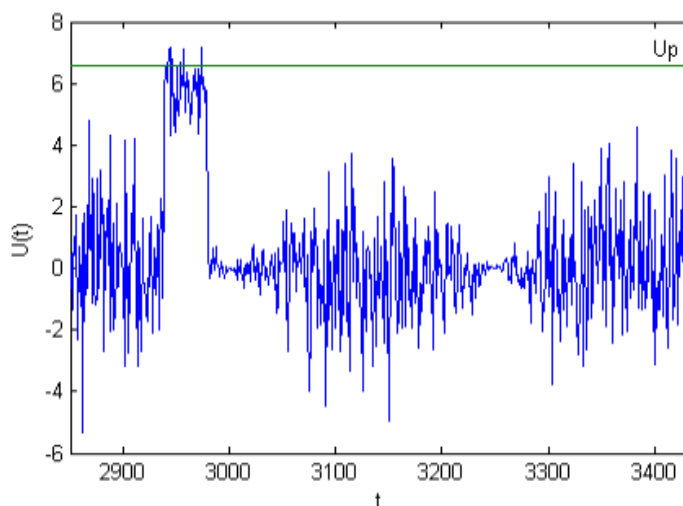


Рисунок 4.4 – Прямоугольный импульс на фоне нестационарной помехи, $U_p=6,6$.

Второй способ: **адаптивный пороговый уровень** обнаружения локального сигнала на фоне нестационарной помехи. Обнаружение и измерение длительности локального сигнала производится с использованием метода адаптации порогового уровня к нестационарному характеру изменения суммы полезного сигнала и помехи. Так как нестационарная помеха меняет свои вероятностные характеристики во времени, то соотношение сигнал/шум также будет меняться в каждый момент времени.

Процедура адаптации порогового уровня получена по скользящему усреднению 10 отсчетов значений дисперсии нестационарной помехи.

Текущее значение порогового уровня определяется по формуле:

$$U_{pi}(t) = U_p(n_c) * \sigma_n^*(t_i), \quad (4.10)$$

где $\sigma_n^*(t_i)$ – оценка текущего значения среднего квадратического отклонения;
 $U_p(n_c)$ – значение порогового уровня при стационарной помехе (4.4).

Адаптивные пороговые уровни обнаружения локального сигнала представлены на рисунках 4.5, 4.6.

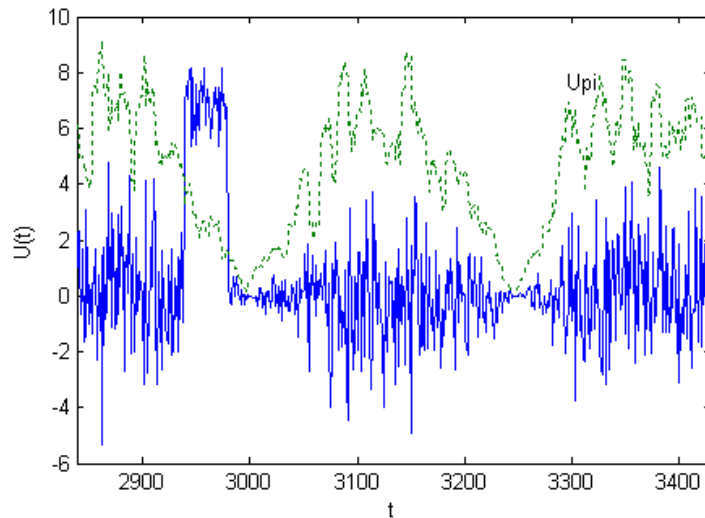


Рисунок 4.5 – Адаптивный пороговый уровень на фоне нестационарной помехи при $a_n=2$.

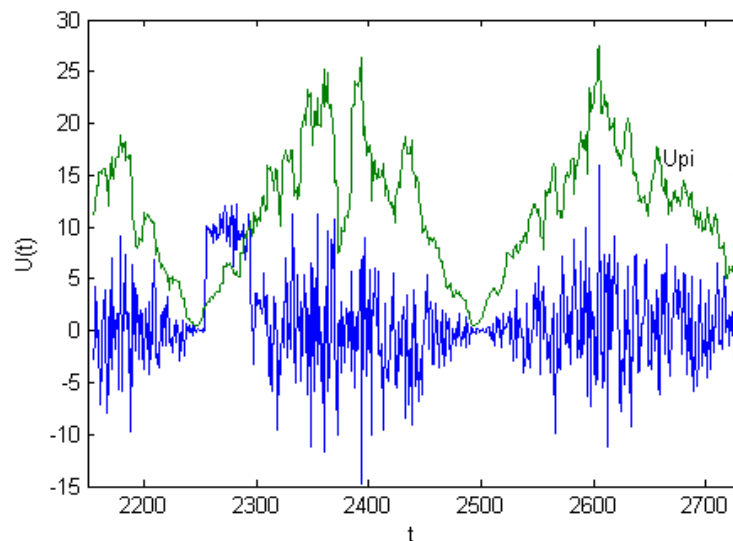


Рисунок 4.6 – Адаптивный пороговый уровень на фоне нестационарной помехи при $a_n=5$.

Оценки погрешности результата измерения длительности при адаптивном пороговом уровне при различной амплитуде импульса локального сигнала и различной амплитуде модулирующей функции нестационарной помехи сведены в таблицы 4.3, 4.5, 4.7.

Оценки погрешности результата измерения длительности треугольного импульса с различной амплитудой на фоне нестационарной помехи при

различных значениях a_n при неадаптивном и адаптивном пороговом уровне представлены в таблицах Г.2-Г.5 Приложения Г.

Таблица 4.2 – Оценка погрешности измерения длительности прямоугольного импульса на фоне нестационарной помехи при $a_n=1$ с неадаптивным порогом

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$P_{\Delta T_{лсj}^*}^*[\Delta_H; \Delta_B]$
1/0,7	-39,81	2,00	0,001
2/0,7	-29,36	13,53	0,04
3/0,7	8,29	10,55	0,482
5/0,7	-0,02	0,15	1

Таблица 4.3 – Оценка погрешности измерения длительности прямоугольного импульса на фоне нестационарной помехи при $a_n=1$ с адаптивным порогом

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$P_{\Delta T_{лсj}^*}^*[\Delta_H; \Delta_B]$
1/0,7	-25,88	16,03	0,151
2/0,7	-7,64	9,87	0,513
3/0,7	-1,64	2,72	0,825
5/0,7	-0,07	0,3	1

Таблица 4.4 – Оценка погрешности измерения длительности прямоугольного импульса на фоне нестационарной помехи при $a_n=2$ с неадаптивным порогом

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$P_{\Delta T_{лсj}^*}^*[\Delta_H; \Delta_B]$
1/1,4	-40	0	0
5/1,4	-20,13	14,94	122
10/1,4	-0,04	0,20	1000

Таблица 4.5 – Оценка погрешности измерения длительности прямоугольного импульса на фоне нестационарной помехи при $a_n=2$ с адаптивным порогом

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$P_{\Delta T_{лсj}^*}^*[\Delta_H; \Delta_B]$
1/1,4	-33,93	10,99	0,015
5/1,4	-3,41	4,97	0,682
10/1,4	-0,08	0,33	1

Таблица 4.6 – Оценка погрешности измерения длительности прямоугольного импульса на фоне нестационарной помехи при $a_n=5$ с неадаптивным порогом

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$P_{\Delta T_{лсj}^*}^*[\Delta_H; \Delta_B]$
5/3,5	-39,98	0,50	0
10/3,5	-30,14	12,78	0,031
15/3,5	-8,77	10,66	0,443

Таблица 4.7 – Оценка погрешности измерения длительности прямоугольного импульса на фоне нестационарной помехи при $a_n=5$ с адаптивным порогом

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$P_{\Delta T_{лсj}^*}^*[\Delta_H; \Delta_B]$
5/3,5	-25,24	16,27	0,175
10/3,5	-7,29	9,70	0,516
15/3,5	-1,52	2,73	0,848

Сравнение результатов в таблицах, полученных с использованием адаптивного и неадаптивного (постоянного) порогового уровня для прямоугольного импульса измерения длительности, показывает, что измерение длительности локального сигнала с адаптивным пороговым уровнем приводит к возможности повышения точности измерения. Это объясняется тем, что нестационарная помеха меняет свои характеристики во времени, следовательно, должна меняться и вероятность ложного измерения пропорционально с изменением вероятностной характеристики нестационарного процесса. При обнаружении локальных сигналов на фоне нестационарных помех разумно всегда вводить адаптивный пороговый уровень. Соответственно, целесообразно вводить адаптацию порогового уровня при нестационарных свойствах помехи.

На сегодняшний день неизвестно работ по моделированию адаптивного порогового уровня. Впервые термин «адаптивный пороговый уровень» и способы его моделирования предложены профессором Цветковым Э.И.

Выводы по главе 4

1. Проиллюстрирована возможность разработанного алгоритмического обеспечения формирования входных воздействий с известными характеристиками на примере измерения длительности

локального сигнала с различной формой и случайным моментом появления на фоне нестационарной эргодической помехи.

2. Представлен двухэтапный алгоритм измерения параметров локального сигнала на фоне аддитивной помехи.

3. Приведен алгоритм моделирования локального сигнала на фоне аддитивной помехи с неадаптивным и адаптивным пороговым уровнем обнаружения.

4. Разработанный алгоритм сведен в реализованную программную систему, позволяющую решить один из типов задач метрологического анализа — воспроизведение входных воздействий с известными характеристиками.

5. Впервые в диссертационной работе показано применение метода адаптации порогового уровня посредством скользящего усреднения дисперсии нестационарной помехи. Адаптивный пороговый уровень позволяет получить более точные результаты измерения длительности локального сигнала в сравнении с результатами, которые достигаются с использованием постоянного порогового уровня.

Заключение

1. Предложенное алгоритмическое обеспечение позволяет формировать последовательности с известными видами стационарности эргодичности, нестационарности эргодичности, стационарности неэргодичности, нестационарности неэргодичности для проведения метрологического анализа с использованием имитационного моделирования в информационно-измерительных системах.

2. Предложенное алгоритмическое обеспечение позволяет установить одномерный и двумерный закон распределения вероятностей сформированной последовательности по исходному одномерному распределению вероятностей некоррелированной базовой последовательности и введенной корреляционной связью между отсчетами базовой последовательности.

3. Предложены соотношения, позволяющие определить коэффициенты корреляции неэргодических нестационарных, неэргодических стационарных последовательностей.

4. Рассмотренный иллюстративный пример измерения длительности локального сигнала на фоне нестационарной помехи показал, что с помощью предложенных алгоритмических процедур могут быть решены сложные задачи метрологического анализа с использованием имитационного моделирования. Полученные при этом результаты имеют самостоятельное значение.

5. Разработанная унифицированная программная система позволяет воспроизводить входные воздействия с известными характеристиками: одномерным распределением вероятностей отсчетов; коэффициентом корреляции между отсчетами в последовательности; эргодическую стационарную последовательность, эргодическую нестационарную последовательность, неэргодическую стационарную последовательность,

неэргодическую нестационарную последовательность с коррелированными и некоррелированными отсчетами.

Список литературы

1. Аверилл М. Лоу Имитационное моделирование. 3-е изд. / Аверилл М. Лоу, В. Дэвид Кельтон – СПб.: Питер; Киев: Издательская группа ВНУ, 2004. – 847 с.
2. Анализ современных подходов к оценке качества генераторов случайных и псевдослучайных чисел / И.Н. Медов // Известия Института инженерной физики. – 2012. – Т.1. – С. 2-6.
3. Арзамасцев, А.А. Универсальный генератор случайных чисел для имитационного моделирования / А.А. Арзамасцев, Т.Ю. Китаевская, И.В. Азаров // Вестник Тамбовского гос. ун-та. Сер.: Естесств. и техн. науки. – 2000. – Т.5. – №1. – С. 131-133.
4. Бакалов, В.П. Цифровое моделирование случайных процессов / В.П. Бакалов. – М.: МАИ, 2001. – 84 с.
5. Бендат, Дж. Измерение и анализ случайных процессов / Дж. Бендат, А. Пирсол; пер. с англ. под ред. акад. И.Н. Коваленко. – М.: Мир, 1971. – 540 с.: ил.
6. Бендат, Дж. Прикладной анализ случайных данных / Дж. Бендат, А. Пирсол; пер. с англ. под ред. акад. И.Н. Коваленко. – М.: Мир, 1989. – 540 с.: ил.
7. Бозиев, С.Н. MATLAB 2006a в примерах. / С.Н. Бозиев. М.: РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2006. – 150 с.
8. Брусакова, И.А. Достоверность результатов метрологического анализа / И.А. Брусакова, Э.И. Цветков. – СПб.: СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2001. – 120 с.
9. Бусленко, Н.П. Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализация на цифровых вычислительных машинах / Н.П. Бусленко, Ю.А. Шрейдер – М.: «ФИЗМАТГИЗ», 1961. – 226 с.
10. Бусленко, Н.П. Моделирование сложных систем / Н.П. Бусленко. – М.: «Наука», 1968. – 399 с.

11. Вайнштейн, Л.А. Выделение сигналов на фоне случайных помех / Л.А. Вайнштейн, В.Д. Зубаков. – М.: Советское радио, 1960. – 441 с.
12. Ван Трис, Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т.3. Обработка сигналов радио- и гидролокации и прием случайных гауссовых сигналов на фоне помех / Г. Ван Трис; пер. с англ. под ред. проф. В.Т. Горяинова. – М.: Советское радио, 1977 – 662 с.
13. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов / Е.С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 1998. – 576 с.:ил.
14. Добротин, Д.Д. Методы обработки сигналов / Д.Д. Добротин, Г.А. Петров, Е.Д. Пигулевский. – СПб.: СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2008. – 72 с.
15. Добротин, Д.Д. Обработка и анализ случайных сигналов / Д.Д. Добротин, С.К. Паврос. – СПб.: СПбГЭТУ (ЛЭТИ), 1998. – 84 с.
16. Дьяконов, В. Математические пакеты расширения MATLAB. Специальный справочник / В. Дьяконов, В. Круглов. – СПб.: Питер, – 2001. – 480 с.: ил.
17. Заико, А.И. Безусловные N-мерные вероятностные характеристики случайного процесса Заико / А.И. Заико // Вестник Уфимского гос. авиац. техн. ун-та.– 2012. – Т.16. – № 3 (48). – С. 134-137.
18. Заико, А.И. Дискретная модель измерения эргодических случайных процессов / А.И. Заико // Вестник Уфимского гос. авиац. техн. ун-та. – 2008. – Т.10. – № 2 (27). – С. 172-176.
19. Заико, А.И. Измерение характеристик процесса Заико с равномерным законом распределения / А.И. Заико // Вестник Уфимского гос. авиац. техн. ун-та. – 2010. – Т.14. – № 2 (37). – С. 96-103.
20. Заико, А.И. Многомерные характеристики случайного процесса Заико с равномерным законом распределения / А.И. Заико // Вестник Уфимского гос. авиац. техн. ун-та. – 2010. – Т.14. – № 1 (36). – С. 117-122.
21. Заико, А.И. Случайный процесс Заико с равномерным законом распределения / А.И. Заико // Вестник Уфимского гос. авиац. техн. ун-та. – 2008. – Т.11. – № 1 (28). – С. 188-193.

22. Заико, А.И. Эргодические случайные процессы. Определения и алгоритмы измерения характеристик / А.И. Заико // Вестник Уфимского гос. авиац. техн. ун-та. – 2012. – Т.16. – № 6 (51). – С. 74-85.
23. Захарикова, Е.Б. Исследование генератора случайных чисел, распределенных по нормальному закону / Е.Б. Захарикова // Инновации в науке. – 2012. – № 12-1. – С. 26-30.
24. Иванов, М.Т. Теоретические основы радиотехники / М.Т. Иванов, А.Б. Сергиенко, Ушаков В.Н. – М.: Высшая школа, 2002. – 306 с.: ил.
25. Климентьев, К.Е. Имитационное моделирование метрологических аспектов измерительных систем [Электронный ресурс] / К.Е. Климентьев // Сборник "ИТМО-17: Информационные технологии в моделировании и управлении". – Воронеж: "Научная книга", 2004. – С. 132-137. – Режим доступа: <http://www.nf-team.org/drmad/stuff/im2004.htm>
26. Колесова, Н.А. Оценка качества генераторов последовательностей случайных чисел / Н.А. Колесова // Вестник АГТУ. Сер.: Управление, ВТ и И. – 2011. – №1. – С. 119-123.
27. Коновалова В.С. Измерение параметров локального сигнала методом ДВП в режиме реального времени: дис... канд. техн. наук: 05.11.16 / Коновалова В.С. – СПб., 2012. – 137 с.
28. Консультационный центр MATLAB. Режим доступа: <http://matlab.exponenta.ru/>
29. Крамер, Г. Стационарные случайные процессы / Г. Крамер, М. Лидбеттер, пер. с англ. под ред. Ю.К. Беляева. – М.: Мир, 1969. – 398 с.:ил.
30. Кувшинов, Г.Е. Анализ генераторов случайных последовательностей / И.М. Кувшинов, Д.В. Радченко // Труды Дальневосточного государственного технического университета. – 2003. – № 133. – С. 254-258.
31. Лавданский, А.А. Оценка качества генераторов псевдослучайных чисел по величине ошибки воспроизведения закона распределения / А.А.

- Лавданский // Вестник Хмельницкого национального университета. Технические науки = Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки = Herald of Khmelnytskyi national university. Technical science. – 2014. – № 1 (209). – С. 113-117.
32. Ле, В.Ч. Метрологический анализ результатов статистических измерений на основе имитационного моделирования: дис... канд. техн. наук: 05.11.16 / Ле В.Ч. – СПб., 2007. – 107 с.
 33. Лубочкин, Н.М. Метрологический анализ процессорных измерительных средств с помощью имитационного моделирования. Алгоритмы и требования к программному обеспечению / Н.М. Лубочкин, Н.И. Павлович, В.С. Соболев // Измерения. Контроль. Автоматизация. – 1986. – № 4. – С. 3-9.
 34. Лубочкин, Н.М. Применение методов имитационного моделирования для метрологического анализа процессорных измерительных средств и их блоков / Н.М. Лубочкин, Н.И. Павлович, В.С. Соболев // Измерения. Контроль. Автоматизация. – 1987. – № 1. – С. 3-14.
 35. Максимей, И.В. Имитационное моделирование на ЭВМ / И.В. Максимей. – М.: Радио и связь, 1988. – 232 с.: ил.
 36. Минина А.А. Процедура имитационного моделирования для метрологического анализа результатов измерения длительности и амплитуды локальных сигналов при наличии аддитивных помех / А.А. Минина // Вестник Северо-Западного отделения Метрологической Академии. – 2012. – Вып.28. – С. 10-17.
 37. Минина, А.А. Измерение длительности и амплитуды локальных сигналов при наличии аддитивных помех / А.А. Минина, Э.И. Цветков // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2014. – №2. – С. 40-46.
 38. Минина, А.А. Измерение длительности локальных сигналов при наличии аддитивных помех / А.А. Минина, Э.И. Цветков // Приборы. – 2013. – №2. – С. 40-44.

39. Мирский, Г.Я. Аппаратурное определение характеристик случайных процессов / Г.Я. Мирский. – М.: «Энергия», 1972. - 456 с.: ил.
40. Мокрушин, Л.А. Генерация псевдослучайных числовых последовательностей высокого качества на основе линейного конгруэнтного метода / Л.А. Мокрушин // Известия ЛЭТИ: Сб. научн. трудов: Вопросы проектирования измерительных систем. Ленингр. электротехн. ин-т им. В.И. Ульянова (Ленина). – 1973. – Вып.446 – С. 71-82.
41. Новицкий, П.В. Оценка погрешностей результатов измерений / Новицкий П.В., Зограф И.А. – Л.: Энегоиздат. Ленингр. Отд-ие, 1991. – 248 с.:ил.
42. Пат. 2050586 Российская Федерация, МПК6 G06F7/58A. Генератор случайных чисел / Боев В.Д., Филюстин А.Е., Бочков А.П., Сибгатуллин Ю.Н., Шабанов А.Б., Щипилов В.И. – № 5047298/09; 1995.
43. Пат. 2053544 Российская Федерация, МПК6 G06F7/58A. Генератор случайных чисел / Мартыщенко Л.А., Клавдиев А.А., Гайфутдинов В.А., Кивалов А.Н., Конаков О.Ю., Шабанов А.Б. – № 4912440/09; 1996.
44. Пат. 2106684 Российская Федерация, МПК6 G06F7/58A. Генератор случайных чисел / Филюстин А.Е., Кивалов А.Н., Якупов Х.А., Селиванов С.А., Бочков А.П. – № 93050929/09; 1998.
45. Пат. 2122232 Российская Федерация, МПК6 G06F7/58A, H03B29/00B. Генератор случайных чисел / Евдокимов Н.В., Комолов В.П., Комолов П.В. – № 97118551/09, 1998.
46. Пат. 2191421 Российская Федерация, МПК7 G06F7/58A, H03K3/84B. Генератор последовательности случайных чисел / Бородакий Ю.В., Добродеев А.Ю., Терешкин Н.Л.; патентообладатель Федеральное государственное унитарное предприятие "Концерн "Системпром" – № 2001122038/09; 08.08.01; опубл. 2002.
47. Пат. 2211481 Российская Федерация, МПК7 G06F7/58A, G06F1/02B, G06F17/18B. Генератор случайных чисел / Беляков Э.В., Кузнецов В.Е.,

- Курносов В.И., Лихачев А.М., Поминчук О.В.; патентообладатель Военный ун-т связи. СПб. – № 2001127314/09; заявл. 08.10.01; опубл. 2003.
48. Пат. 2249851 Российская Федерация, МПК7 G06F17/18A. Устройство для измерения распределений случайных процессов / Заико А.И., Нагаев О.Н.; патентообладатель Уфимский государственный авиационный технический университет – № 2003116960/09; заявл. 06.06.03; опубл. 10.04.05, Бюл. №10. – 9 с.: ил.
 49. Пат. 2253892 Российская Федерация, МПК7 G06F17/18A. Устройство для измерения двумерных распределений случайных процессов / Заико А.И., Нагаев О.Н.; патентообладатель Уфимский государственный авиационный технический университет – № 2003127480/09; заявл. 10.09.03; опубл. 10.06.05, Бюл. №16. – 10 с.: ил.
 50. Пейч, Л.И. LabVIEW для новичков и специалистов / Пейч Л.И., Точилин Д.А., Полпак Б.П. – М.: Горячая линия – Телеком, 2004. – 384 с.: ил.
 51. Петров, Ю.В. Методы математического моделирования радиотехнических систем / Ю.В. Петров. – СПб.: Балт. гос. техн. ун-т, 2005. – 111 с.
 52. Половко, А.М. MATLAB для студента / А.М. Половко. – СПб.: БХВ – Петербург, 2005. – 319 с.
 53. Потемкин, В.Г. Вычисления в среде MATLAB / В.Г. Потемкин. – М.: Диалог-МИФИ, 2004. – 720 с.
 54. Практикум по вероятностным методам в измерительной технике: Учеб. пособие для вузов / В.В. Алексеев и [др.]. – СПб.: Энергоатомиздат. С-Петербург. отд-ие, 1993. – 264 с.:ил.
 55. Прикладной анализ случайных процессов / С.А. Прохоров, А.В. Графкин, В.В. Графкин и [др.]; Самарский науч. центр Рос. акад. наук. – Самара: СНЦ РАН, 2007. – 582с.: ил.

56. Прохоров, С.А. Математическое описание и моделирование случайных процессов / С.А. Прохоров. – Уральск: Самар. гос. аэрокосм. ун-т, СНЦ РАН, 2001. – 209 с.: ил.
57. Прохоров, С.А. Моделирование и анализ случайных процессов: лабораторный практикум / С.А. Прохоров. – Самара: Самар. гос. аэрокосм. ун-т, СНЦ РАН, 2001. – 191 с.: ил.
58. Прохоров, Ю.В. Теория вероятностей. Основные понятия, предельные теоремы, случайные процессы / Ю.В. Прохоров, Ю.А. Розанов. – М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. лит-ры, 1967. – 495 с.
59. Розанов, Ю.А. Стационарные случайные процессы (Серия «Теория вероятностей и математическая статистика») / Ю.А. Розанов. – М.: Наука, 1990. – 272 с.
60. Рзиева, М.Т. Анализ распределений вероятности случайных последовательностей с требуемыми корреляционными связями при имитационном моделировании / М.Т. Рзиева // Известия Волгоградского государственного технического университета. Серия: Электроника, измерительная техника, радиотехника и связь. – 2014 – Вып.9 – № 10 (137) – С. 50-52.
61. Рзиева, М.Т. Верификация результатов воспроизведения входных воздействий с требуемыми характеристиками / М.Т. Рзиева // Вестник Северо-Западного отделения Метрологической Академии. – 2013. – Вып. 29 – С. 35-40.
62. Рзиева, М.Т. Верификация свойств случайных последовательностей с требуемыми характеристиками // Научные проблемы современного мира и их решения: Докл., междунар. заочная науч.-практ. конф., 08 окт. 2013г. / Липецкая областная общественная организация Всероссийского общества изобретателей и рационализаторов, – Липецк, 2013. – С. 98-99.
63. Рзиева, М.Т. Воспроизведение входных воздействий с требуемыми корреляционными связями для проведения метрологического анализа с использованием имитационного моделирования / М.Т. Рзиева // Вестник

- Северо-Западного отделения Метрологической Академии. – 2011. – Вып.25 – С. 47 – 51.
64. Рзиева, М.Т. Воспроизведение нестационарных случайных процессов // Измерения в современном мире – 2013: Сб. докл., Четвертая междунар. науч.-практ. конф., 3-5 июня 2013г. / С.-Петерб. политехн. ун-т. – СПб, 2013. – С. 147-149.
 65. Рзиева, М.Т. Воспроизведение числовых последовательностей с заданными свойствами / М.Т. Рзиева, Э.И. Цветков // Мир измерений. – 2014. – Вып. 9. – С. 26-30.
 66. Рзиева, М.Т. Двумерное распределение вероятности случайной последовательности с заданной корреляцией смежных значений / М.Т. Рзиева // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2013. – №2. – С. 72-77.
 67. Рзиева, М.Т. Особенности принятия решения по результатам сличений эталонов / М.Т. Рзиева, Е.С. Сулоева, Э.И. Цветков // Измерительная техника. – 2014. – №7. – С. 3-7.
 68. Рубичев, Н.А. Измерительные информационные системы / Н.А. Рубичев. – М.: Дрофа, 2010. – 334 с.: ил.
 69. Самоцвет Н.А., Панычев Д.С. Алгоритмические особенности моделирования процессов приема и обработки случайных радиосигналов на фоне шумов и помех // Преподавание информационных технологий в Российской Федерации: Тез. докл., XI Всероссийская конф., 15-17 мая 2013г. [Электронный ресурс] / Воронежский гос.ун-т. – Воронеж, – 2013. – Режим доступа: <http://2013.ит-образование.рф/section/112/8703/>
 70. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2014619580 Российская Федерация. Воспроизведение входных воздействий с требуемыми характеристиками /М.Т. Рзиева; правообладатель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный электротехнический

университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)» (СПбГЭТУ) - Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 18.09.2014; заявка № 2014617208, дата поступления 22.07.2014.

71. Сулоева Е.С. Возможности имитационного моделирования при сличении двух эталонов / Е.С. Сулоева // Вестник Северо-Западного отделения Метрологической Академии. – 2012. – Вып.27. – С. 55–64.
72. Фелицин, С.И. Имитационное моделирование как составляющая метрологического анализа [Электронный ресурс] / С.И. Фелицин // Вестник Донского гос. техн. ун-та. – 2005. – Т.5. – Вып.4. Режим доступа: http://www.elibrary.lt/resursai/Uzsienio%20leidiniai/DGTU/2005-04/dgtu0504_12.pdf
73. Цветков, Э.И. Алгоритмические основы измерений / Э.И. Цветков. – СПб.: Энергоатомиздат, 1992. – 256 с.
74. Цветков, Э.И. Имитационное моделирование как инструмент метрологического анализа / Э.И. Цветков // Мир измерений. – 2013. – №6. – С. 9-13.
75. Цветков, Э.И. Метрологический анализ на основе имитационного моделирования / Э.И. Цветков // Вестник Северо-Западного отделения Метрологической академии. – 2005. – Вып. 3. – С. 11-17.
76. Цветков, Э.И. Метрология. (Конспект лекций. Исправленный и дополненный.) / Э.И. Цветков. – СПб.: ЗАО «КопиСервис», 2008. – 102 с.
77. Цветков, Э.И. Метрология. (Расширенный конспект лекций.) / Э.И. Цветков. – СПб.: ЗАО «КопиСервис», 2010. – 121 с.
78. Цветков, Э.И. Нестационарные случайные процессы и их анализ / Э.И. Цветков. – М.: Энергия, 1973. – 128 с.
79. Цветков, Э.И. Основы математической метрологии / Э.И. Цветков. – СПб.: Политехника, 2005. – 510 с.
80. Цветков, Э.И. Основы теории статистических измерений / Э.И. Цветков. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1986. – 256 с.: ил.

81. Цветков, Э.И. Применение имитационного моделирования в составе метрологического обеспечения / Э.И. Цветков // Измерительная техника. – 1985. – №7. – С. 9-10.
82. Цветков, Э.И. Процессорные измерительные средства / Э.И. Цветков. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1989. – 224 с.
83. Цветков, Э.И. Расчетный метрологический анализ результатов измерений амплитуды локальных сигналов / Э.И. Цветков // Вестник Северо-Западного отделения Метрологической Академии. – 2012. – Вып.28. – С. 5-10.
84. Цветков, Э.И. Типовые процедуры метрологической верификации результатов и средств метрологического анализа, выполняемого с использованием имитационного моделирования и расчетов на аналитической основе /Э.И. Цветков // Вестник Северо-Западного отделения Метрологической Академии. – 2011. – Вып.25 – С. 5-13.
85. Цветков, Э.И. Формализованное описание процессорных измерительных средств, ориентированное на автоматизацию их метрологического анализа / Э.И. Цветков, В.С. Соболев, М.М. Лубочкин // Измерительная техника. – 1988. – №2. – С. 11-13.
86. Цифровое моделирование систем стационарных случайных процессов /Е.Г. Гридина [и др.]. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ие, 1991. – 144 с.:ил.
87. Шахов, В.В. Обзор и сравнительный анализ библиотек генераторов псевдослучайных чисел / В.В. Шахов // Проблемы информатики. – 2010. – № 2. – С. 66-74.
88. Шеннон, Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука / Р. Шеннон; пер. с англ. под. ред. Е. К. Масловского. – М.: Мир, 1978. – 418 с.
89. Шрайбер Т. Дж. Моделирование на GPSS / Т. Дж. Шрайбер. – М.: Машиностроение, – 1980. – 593 с.

90. Luc Devroye. Algorithms for generating discrete random variables with a given generating function or a given moment sequence. / Luc Devroye // Journal on Scientific and Statistical Computing. – 1991. – V. 12. – Issue 1 – P. 107 – 126.
91. Luc Devroye. Non-Uniform Random Variate Generation / Luc Devroye. – New York: Springer-Verlag, 1986. – 817 p.
92. MacLaren, M.D. A Fast Procedure for Generating Exponential Random Variables / M.D. MacLaren, G. Marsaglia, T.A. Bray // Communications of the ACM. – 1964. – V.7. – №5.
93. Saucier, Richard. Computer generation of statistical distributions / Richard Saucier // Army research laboratory, Stroming Media. – 2000. – 105 p.
94. Suloeva E.S. Decisions Based on the Results of Comparisons of Standards / E.S. Suloeva, E.I. Tsvetkov, M.T. Rzieva // Measurement Techniques, 2014. – October. – P. 733-739.
95. Tsvetkov E. Simulation and modelling in measurement / E. Tsvetkov // Measurement, 1983. – V.1. – N.3. – P. 129-132.
96. Walck Ch. Random Number Generation / Ch. Walck // Univ. of Stockholm, Institute of Physics, 1987. –Dec. – 88 pp.

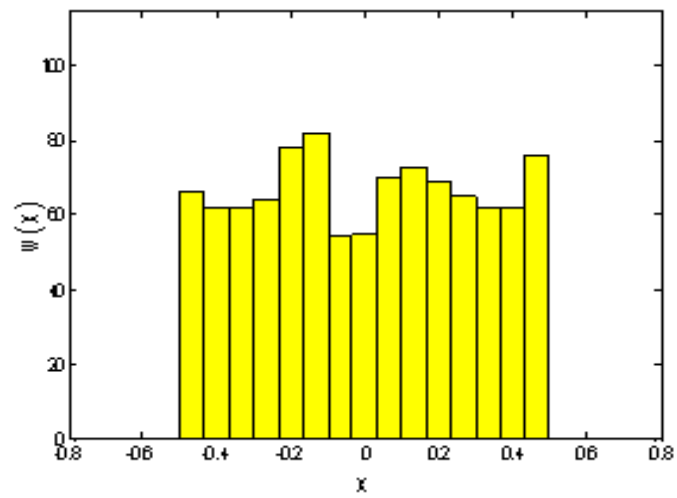


Рисунок А.1 – Гистограмма равномерного распределения при $N=1000$

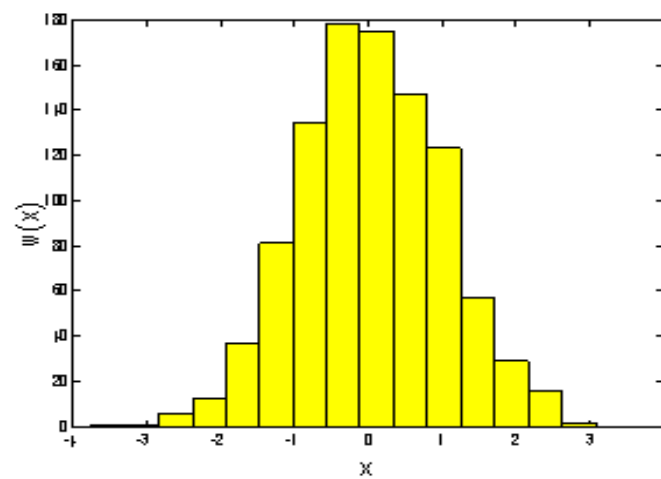


Рисунок А.2 – Гистограмма нормального распределения при $N=1000$

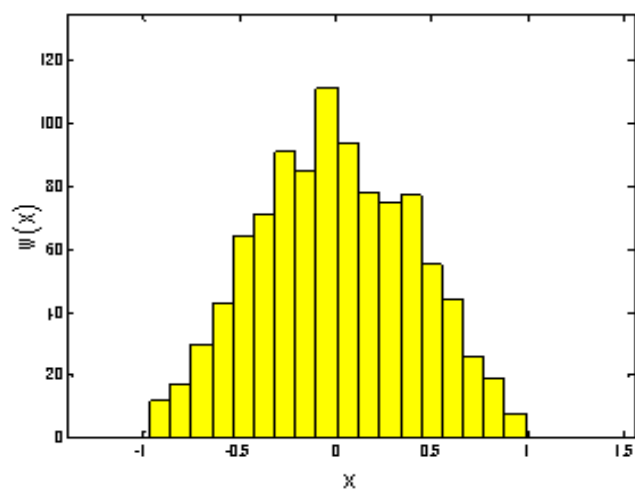


Рисунок А.3 – Гистограмма распределения Симпсона при $N=1000$

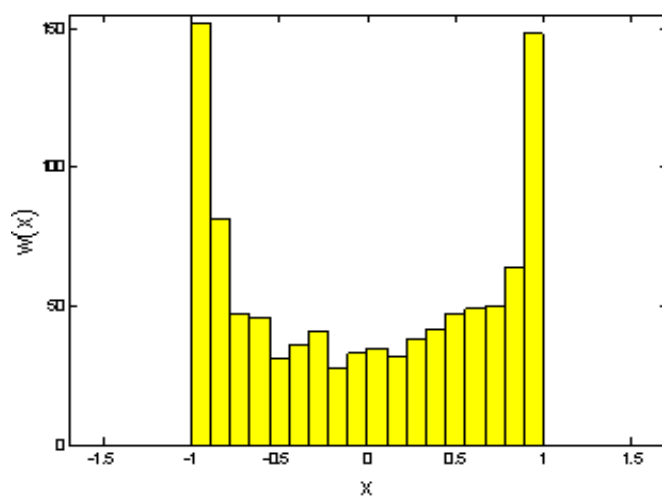


Рисунок А.4 – Гистограмма арксинусоидального распределения при $N=1000$

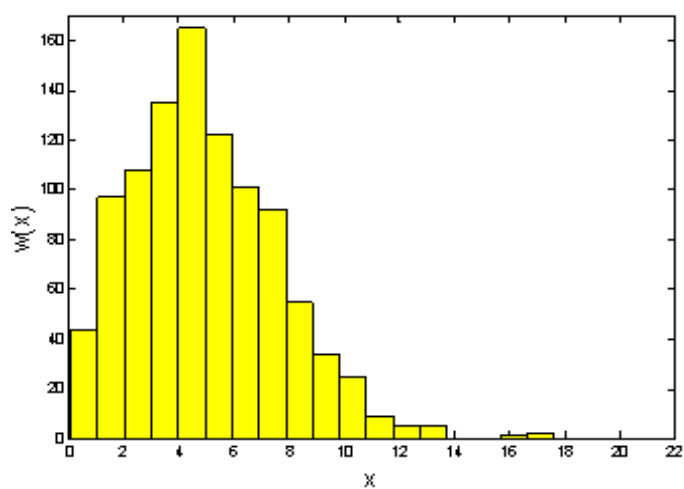


Рисунок А.5 – Гистограмма распределения Релея при $N=1000$

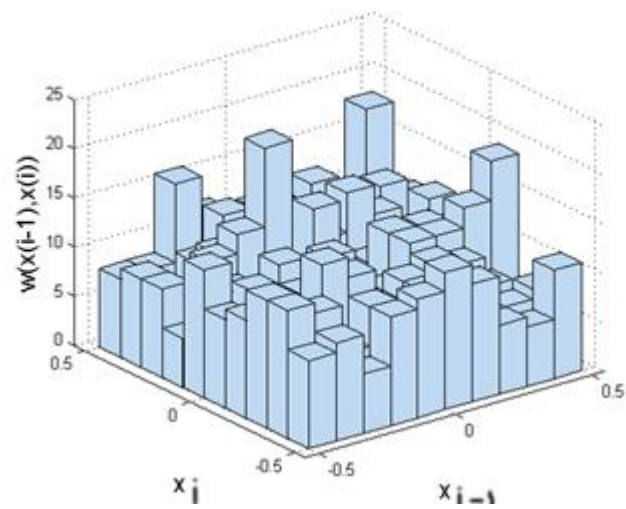


Рисунок Б.1 – Гистограмма двумерного равномерного распределения

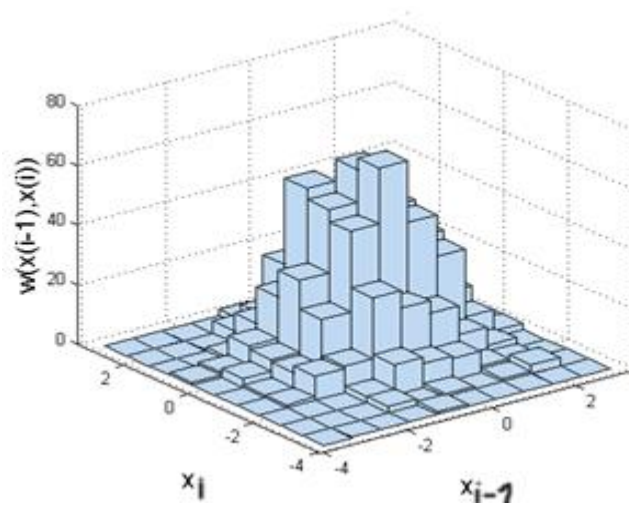


Рисунок Б.2 – Гистограмма двумерного нормального распределения

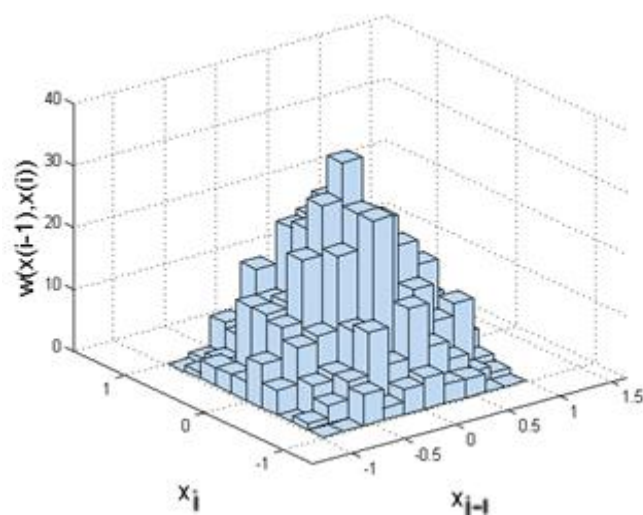


Рисунок Б.3 – Гистограмма двумерного треугольного распределения

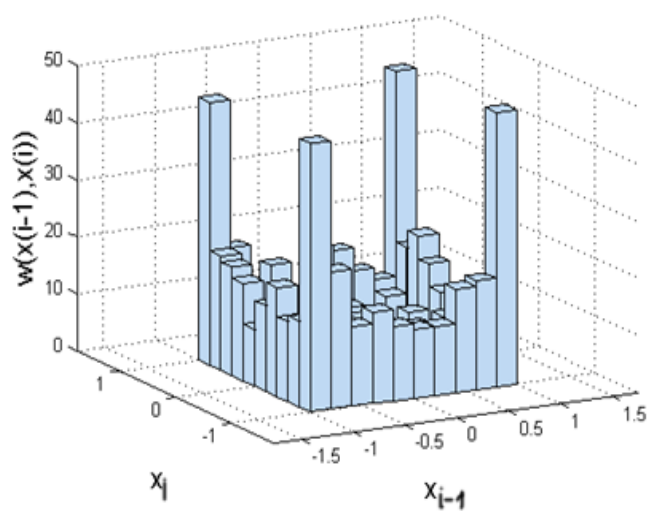


Рисунок Б.4 – Гистограмма двумерного арксинусоидального распределения

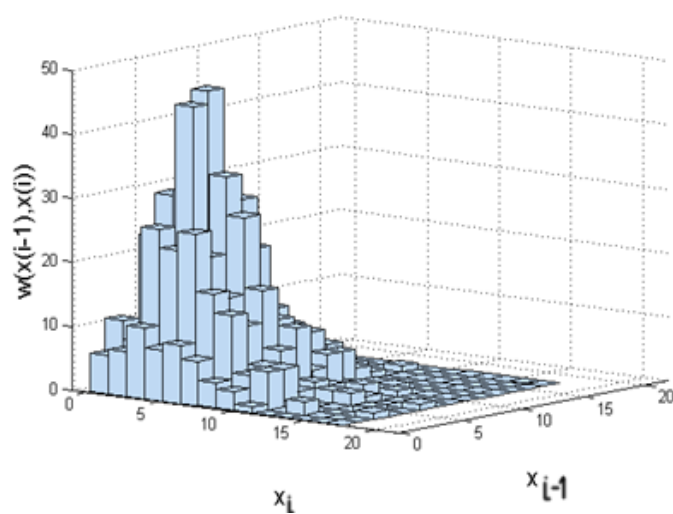


Рисунок Б.5 – Гистограмма двумерного Релеевского распределения

Приложение В

Таблица В.1 – Оценка точности воспроизведения системы MatLAB

α	β	P^*	P
$-\infty$	-3,34	0,0003	0,00042
-3,34	-2,95	0,0015	0,00117
-2,95	-2,56	0,0042	0,00364
-2,56	-2,16	0,0088	0,01016
-2,16	-1,77	0,0229	0,00229
-1,77	-1,38	0,0407	0,04543
-1,38	-0,88	0,0764	0,07975
-0,988	-0,596	0,1125	0,11406
-0,596	-0,204	0,1439	0,14314
-0,204	0,189	0,1616	0,15068
0,189	0,581	0,1499	0,14762
0,581	0,973	0,1185	0,11494
0,973	1,37	0,0776	0,08068
1,37	1,76	0,0440	0,04614
1,76	2,15	0,0220	0,02342
2,15	2,54	0,0102	0,01024
2,54	2,93	0,0038	0,03850
2,93	3,33	0,0007	0,00126
3,33	3,72	0,0003	0,00033
3,72	$+\infty$	0,0002	0,0001

Таблица В.2 – Оценка точности воспроизведения системы MathCAD

α	β	P^*	P
$-\infty$	-3,762	0,0002	0,00008
-3,762	-3,371	0,0006	0,00372

Продолжение таблицы В.2

-3,371	-2,98	0,0018	0,00106
-2,98	-2,59	0,0063	0,00336
-2,59	-2,199	0,0157	0,00946
-2,199	-1,808	0,0312	0,02167
-1,808	-1,417	0,0562	0,04334
-1,417	-1,026	0,0892	0,07459
-1,026	-0,635	0,1216	0,11049
-0,635	-0,244	0,1528	0,14082
-0,244	0,147	0,1553	0,1505
0,147	0,538	0,1341	0,14627
0,538	0,929	0,1049	0,11927
0,929	1,319	0,0639	0,08369
1,319	1,71	0,0369	0,05147
1,71	2,101	0,0183	0,02577
2,101	2,492	0,0072	0,01147
2,492	2,883	0,0027	0,0044
2,883	3,274	0,0008	0,00145
3,274	3,665	0,0003	0,00041
3,665	$+\infty$	0,0001	0,00015

Таблица В.3 – Оценка точности воспроизведения системы LabVIEW

α	β	P^*	P
$-\infty$	-3,09	0,0006	0,00100
-3,09	-2,72	0,0017	0,00226
-2,72	-2,35	0,0083	0,00612
-2,35	-1,99	0,0110	0,01400
-1,99	-1,62	0,0286	0,02900

Продолжение таблицы В.3

-1,62	-1,25	0,0458	0,05300
-1,25	-0,878	0,0953	0,08400
-0,878	-0,509	0,1093	0,01150
-0,509	-0,139	0,1376	0,13974
-0,139	0,23	0,1509	0,14600
0,23	0,599	0,1331	0,13145
0,599	0,968	0,1104	0,10907
0,968	1,34	0,0773	0,07841
1,34	1,71	0,0492	0,04649
1,71	2,08	0,0231	0,02487
2,08	2,44	0,0116	0,01142
2,44	2,81	0,0034	0,00486
2,81	3,18	0,0020	0,00174
3,18	3,55	0,0003	0,00055
3,55	$+\infty$	0,0005	0,00019

Таблица Г.1 – Оценка погрешности измерения длительности для треугольного импульса на фоне стационарной помехи

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$P_{\Delta T_{лсj}^*}^*[\Delta_H; \Delta_B]$
1/1	-40	0	0
3/1	-34,04	5,47	0
5/1	-23,00	3,75	0
10/1	-13,08	2,14	0

Таблица Г.2 – Оценка погрешности измерения длительности для треугольного импульса на фоне нестационарной помехи при $a_n=1$ с неадаптивным пороговым уровнем

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$P_{\Delta T_{лсj}^*}^*[\Delta_H; \Delta_B]$
1/0,7	-40	0	0
3/0,7	-35,44	5,42	0
5/0,7	-23,18	3,63	0
10/0,7	-13,02	1,69	0

Таблица Г.3 – Оценка погрешности измерения длительности для треугольного импульса на фоне нестационарной помехи при $a_n=2$ с неадаптивным пороговым уровнем

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$P_{\Delta T_{лсj}^*}^*[\Delta_H; \Delta_B]$
1/3,5	-40	0	0
5/3,5	-38,39	3,57	0
10/3,5	-23,94	3,64	0
12/3,5	-20,32	2,98	0

Таблица Г.4 – Оценка погрешности измерения длительности для треугольного импульса на фоне нестационарной помехи при $a_n = 1$ с адаптивным пороговым уровнем

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$P_{\Delta T_{лсj}^*}^*[\Delta_H; \Delta_B]$
1/0,7	-35,51	8,20	0
3/0,7	-22,83	9,61	0
5/0,7	-15,07	6,51	0
10/0,7	-8,70	3,71	0,047

Таблица Г.5 – Оценка погрешности измерения длительности для треугольного импульса на фоне нестационарной помехи при $a_n = 2$ с адаптивным пороговым уровнем

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$P_{\Delta T_{лсj}^*}^*[\Delta_H; \Delta_B]$
1/1,4	-37,69	5,47	0
5/1,4	-25,40	10,97	0
10/1,4	-15,03	6,70	0,001
12/1,4	-13,59	5,59	0,003

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2014619580

Воспроизведение входных воздействий с требуемыми характеристиками

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В.И. Ульянова (Ленина)» (СПбГЭТУ) (RU)*

Автор: *Рзиева Манижук Тлеккабыловна (RU)*

Заявка № 2014617208

Дата поступления 22 июля 2014 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 18 сентября 2014 г.



Врио руководителя Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Л.Л. Кирий