



1º SIMULADO - 1ª OSMM NÍVEL 3 – ENSINO MÉDIO

Esse simulado apresenta para vocês um estilo de como será a OSMM – OLIMPÍADA SUL MINEIRA DE MATEMÁTICA, primeira olimpíada regional que atenderá mais de 160 municípios.

A prova deverá ser feita na **Plataforma Papert** entre 30 de agosto e 19 de setembro. Até lá teremos um 2º Simulado.

Esse simulado não tem nenhum valor para fins de pontuação e as respostas não devem ser enviadas para nós. Esse simulado serve para conhecer a OSMM e seu estilo.

Alguns assuntos podem parecer estranhos para alguns professores, porém, selecionamos cuidadosamente os conteúdos, com base na BNCC e com temas recorrentes em olimpíadas de Matemática. Queremos que sirva de inspiração para introdução de novos assuntos na matemática escolar.

Abordamos assuntos que são tradicionalmente estudados na escola como números e operações, álgebra, geometria e medidas, mas apresentamos também nos diferentes níveis temas de Estatística (como quartis, box-plots, correlação, diagramas de dispersão, diagramas de radar, etc), de Combinatória (como combinações, permutações com elementos repetidos, permutações circulares, combinações completas, princípio da casa dos pombos), de Lógica Matemática (como proposições, conectivos, tabela verdade, leis de De Morgan), de Raciocínio Lógico-Matemático (como diagramas de Venn e Carroll, diagramas de Correlação Lógica, puzzles japoneses) e de Matemática Financeira (como juros compostos, equivalência de capitais e sistemas de amortização).

Se sinta a vontade para conectar o PODEMOS para dúvidas. A prova pode conter erros e incoerências, problemas de redação ou até mesmo erros de português. Por favor, não tenham receio de nos contactar para avisar.





1ª OLIMPIÁDA SUL MINEIRA DE MATEMÁTICA - 2021

2

PODEMOS

GABARITO A SER DIVULGADO DIA 24 DE JULHO

Questão 1 – Os filhos de Gengis Khan

Gengis Khan teve muitos filhos, com diversas mulheres. Ele teve mais de 39 filhos. Todos os filhos de Gengis Khan eram gêmeos menos 39, todos eram trigêmeos menos 39, todos eram quadrigêmeos menos 39. Quantos filhos teve Gengis Khân?

- a)48
- b)51
- c)75
- d)78
- e)111

Questão 2 – Os Artistas Leonardo e Pabline

Considere falsa a afirmação “Leonardo é cantor e Pabline é pintora” e verdadeira a afirmação “Se Leonardo é cantor, então Pabline é pintora”. Nessas condições, é necessariamente verdade que

- a) Leonardo não é cantor.
- b) Leonardo é cantor ou Pabline não é pintora.
- c) Pabline não é pintora.
- d) Leonardo é cantor.
- e) Pabline é pintora.

Questão 3 – O Novo Vingador

Foi feita uma enquete sobre a preferência das pessoas sobre personagens de “Os Vingadores”. “Qual dos personagens você gostaria que tivesse um filme novo especial?” a resposta foi a seguinte:

Dr. Estranho	20
Homem Formiga	25
Gavião Arqueiro	20
Dr. Estranho e Homem Formiga	9
Dr. Estranho e Gavião Arqueiro	3
Homem Formiga e Gavião Arqueiro	10
Os Três	3
Nenhum deles	5

Quantas pessoas escolheram apenas um único personagem?

- a)28
- b)37
- c)46
- d)65
- e)Nenhuma das anteriores



PODEMOS – Programa Orientador do Desenvolvimento da Matemática Olímpica e Seriada
Um programa do **CLUBE DE CIÊNCIAS ONZE DE AGOSTO** fundado em 11.8.1995



1ª OLIMPIÁDA SUL MINEIRA DE MATEMÁTICA - 2021

3

PODEMOS

Questão 4 – Trapézio Isósceles e sua Diagonal

Considere os pontos A, B, C e D. Eles são os vértices de um trapézio isósceles. Os ângulos internos nos vértices A e B são agudos e possuem a metade da medida dos outros dois ângulos internos. A diagonal AC é perpendicular ao lado BC. Sabendo que a base maior mede 20 cm, determine o perímetro desse trapézio em centímetros.

- a) 42
- b) 44
- c) 46
- d) 48
- e) 50

Questão 5 – Cones e Cilindros em Ordem

Considere as figuras:

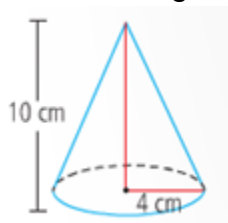


Figura 1

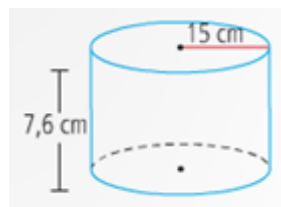


Figura 2

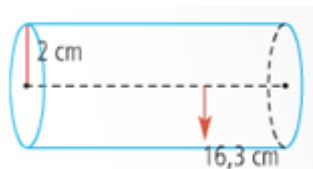


Figura 3

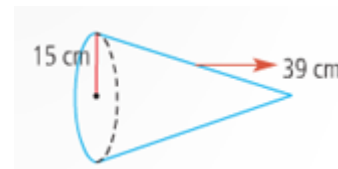


Figura 4

Coloque os volumes das figuras em ordem crescente:

- a) Figura 1 > Figura 3 > Figura 2 > Figura 4
- b) Figura 1 > Figura 3 > Figura 4 > Figura 2
- c) Figura 3 > Figura 1 > Figura 2 > Figura 4
- d) Figura 3 > Figura 1 > Figura 4 > Figura 2
- e) Nenhuma das anteriores

Questão 6 – Picolitros

Podemos afirmar que 1 Tm^3 (Terâmetro cúbico) equivale a quantos pL (picolitros)?

- a) 10^{12}
- b) 10^{27}
- c) 10^{39}
- d) 10^{47}
- e) Nenhuma das anteriores





1ª OLIMPÍADA SUL MINEIRA DE MATEMÁTICA - 2021

4

PODEMOS

Questão 7 – Zeros em 1000!

Quantos zeros possui 1000!?

- a)200
- b)240
- c)248
- d)500
- e)Nenhuma das anteriores

Questão 8 – Potência Doida

Determine o valor de

$$64^{0,8333...}$$

Esse número equivale a:

- a)16
- b)32
- c)53
- d)77
- e)Nenhuma das anteriores





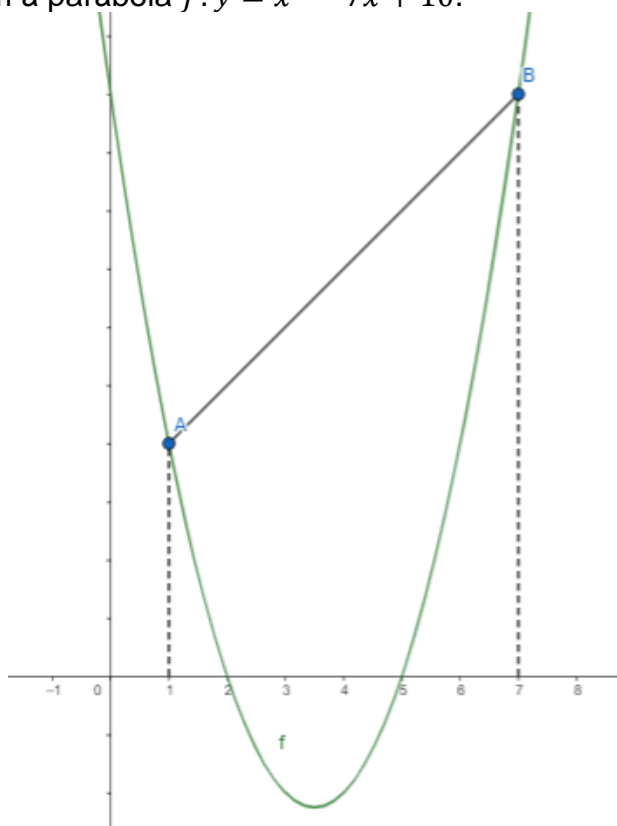
1ª OLIMPIÁDA SUL MINEIRA DE MATEMÁTICA - 2021

5

PODEMOS

Questão 9 – Reta na Parábola

Os pontos A e B pertencem à parábola $f: y = x^2 - 7x + 10$.



Determine a reta suporte do segmento \overline{AB} .

- a) $y = x + 3$
- b) $y = 2x + 1$
- c) $y = 2x + 3$
- d) $y = 3x + 1$
- e) Nenhuma das anteriores

Questão 10 – Uma Inequação Quociente

Qual é a solução da inequação a seguir?

$$\frac{5x - 2}{x - 2} \leq 1$$

- a) $[0, 2]$
- b) $[0, 2[$
- c) $[0, +\infty[$
- d) $]-\infty, 0] \cup]2, +\infty]$
- e) $]-\infty, 0] \cup [2, +\infty]$





1ª OLIMPÍADA SUL MINEIRA DE MATEMÁTICA - 2021

6

PODEMOS

Questão 11 – Aniversariantes de Muzambinho

Muzambinho, segundo o IBGE tem 20.545. "Podemos garantir que há pelo menos um dia do ano que há k muzambinhenses que fazem aniversário". Qual é o maior valor possível de k ?

- a) 56
- b) 57
- c) 20179
- d) 20546
- e) Nenhuma das anteriores

Questão 12 – Viajando Apertado

Eu preciso levar 15 pessoas para uma viagem em três veículos. O primeiro tem 6 lugares, o segundo tem 5 lugares, e o terceiro tem 4 lugares. De quantas maneiras essas pessoas podem ser transportadas? É indiferente onde as pessoas sentam em cada veículo.

- a) $C_{15,6} \cdot C_{15,5} \cdot C_{15,4}$
- b) $P_6 \cdot P_5 \cdot P_4$
- c) $A_{15,6} \cdot A_{15,5} \cdot A_{15,4}$
- d) $\frac{P_{15}}{P_6 + P_5 + P_4}$
- e) $C_{15,6} \cdot C_{9,5} \cdot C_{4,4}$

Questão 13 – Las Mulheres De Papel

Qual é a negação da proposição a seguir:

Tokio é inteligente ou Nairóbi não é louca

- a) Tóquio não é inteligente e Nairóbi é louca
- b) Tóquio não é inteligente ou Nairóbi é louca
- c) Tóquio não é inteligente e Nairóbi não é louca
- d) Tóquio é inteligente e Nairóbi não é louca
- e) Nenhuma das anteriores

Questão 14 – Equivalência de Capitais de Fevereiro

Se R\$ 1.000 em 5 abril equivale a R\$ 1.210 em 5 de junho, hoje, 5 de fevereiro, esse dinheiro vale quanto?

Dados: $\frac{1000}{1,1} = 909,09$, $\frac{1000}{1,21} = 826,45$, $\frac{1000}{1,331} = 751,31$, $\frac{1000}{1,4641} = 683,01$, $\frac{1000}{1,1^8} = 466,51$

- a) R\$ 466,51
- b) R\$ 683,01



PODEMOS – Programa Orientador do Desenvolvimento da Matemática Olímpica e Seriada
Um programa do **CLUBE DE CIÊNCIAS ONZE DE AGOSTO** fundado em 11.8.1995



1ª OLIMPIÁDA SUL MINEIRA DE MATEMÁTICA - 2021

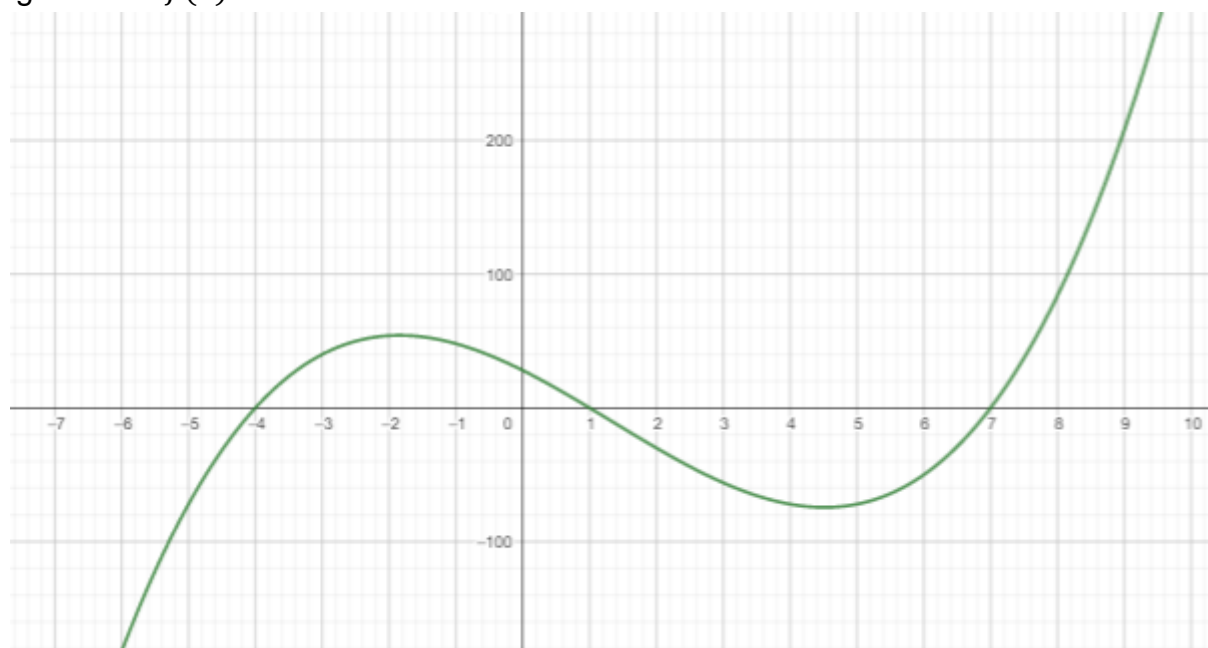
7

PODEMOS

- c) R\$ 751,31
- d) R\$ 826,45
- e) R\$ 909,09

Questão 15 – Dominação de Termos

Seja o gráfico de $f(x)$:



Considerando que o coeficiente do termo dominante é 1, determine o coeficiente do termo do 2º grau.

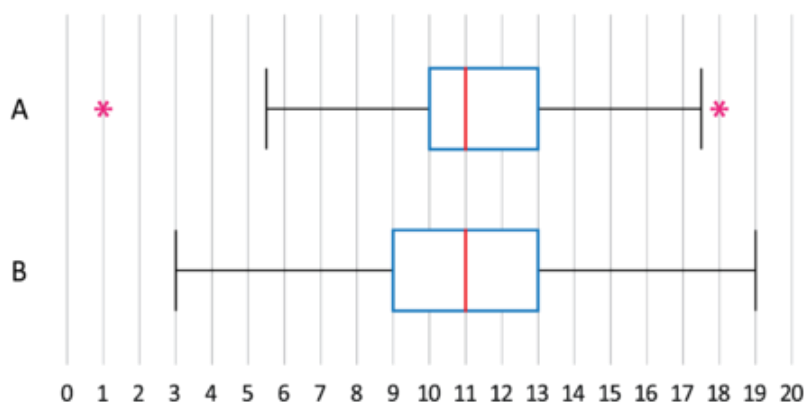
- a) 4
- b) -4
- c) -25
- d) 28
- e) Nenhuma das anteriores



PODEMOS – Programa Orientador do Desenvolvimento da Matemática Olímpica e Seriada
Um programa do **CLUBE DE CIÊNCIAS ONZE DE AGOSTO** fundado em 11.8.1995

Questão 16 – Diferença da Amplitude Interquartil

Considere os box-plots a seguir:



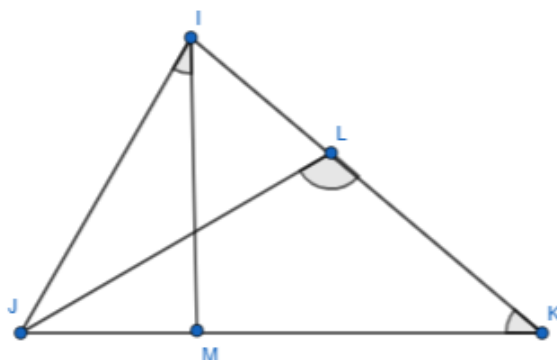
Fonte: Wikipédia

Qual é a diferença entre a amplitude interquartil de ambos os gráficos?

- a) 0
- b) 2
- c) 4
- d) 10
- e) Nenhuma das anteriores

Questão 17 – Perpendiculares e Bissetrizes

Considere a seguinte figura:



Dados:

- IM é altura do triângulo ABC
- JL é bissetriz do triângulo ABC.
- $\hat{J}IM = 30^\circ$
- $\hat{K}JL = 40^\circ$





1ª OLIMPIÁDA SUL MINEIRA DE MATEMÁTICA - 2021

9

PODEMOS

Determine o valor de \hat{JLK} .

- a) 90°
- b) 100°
- c) 110°
- d) 120°
- e) Nenhuma das anteriores

Questão 18 – Gráficos dos Sistemas de Equações do 2º Grau

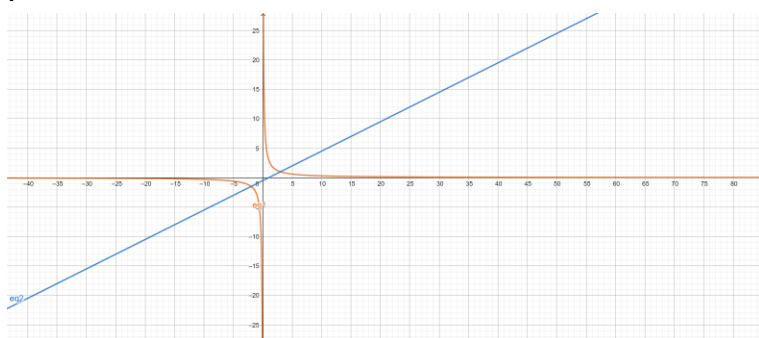
Associe os sistemas com os gráficos respectivos:

A- $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x + y = 1 \end{cases}$

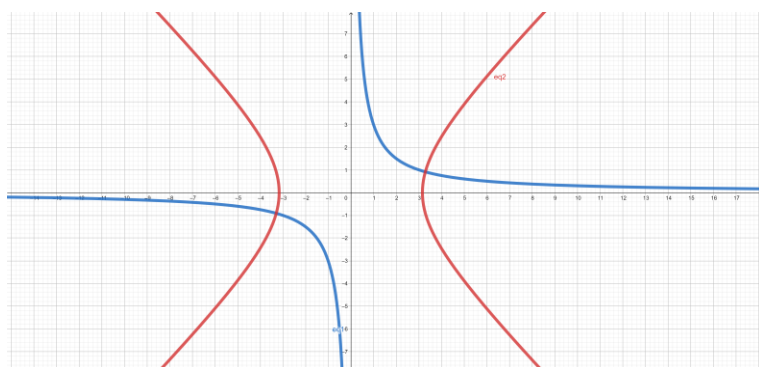
B- $\begin{cases} xy = 3 \\ x^2 - y^2 = 10 \end{cases}$

C- $\begin{cases} xy = 3 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$

I-



II -



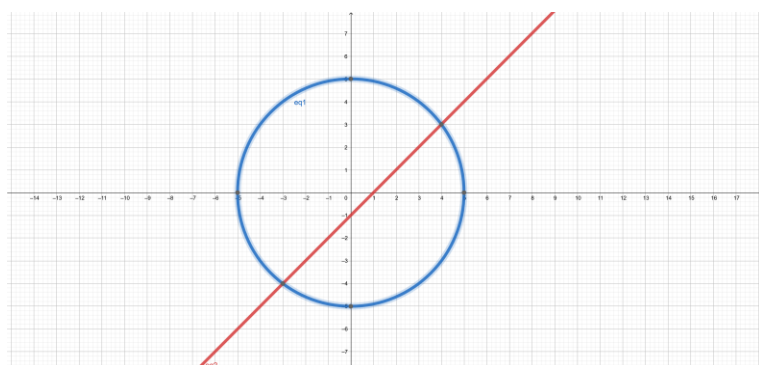


1ª OLIMPIÁDA SUL MINEIRA DE MATEMÁTICA - 2021

10

PODEMOS

III -



- a) I-A, II-B, III-C
- b) I-B, II-A, III-C
- c) I-C, II-B, III-A
- d) I-C, II-A, III-B
- e) Nenhuma das anteriores

Questão 19 – Quem fez corretamente a Equação Irracional

Dois estudantes resolviam a seguinte equação:

$$\sqrt{3}x = x + 1$$

Solução do primeiro estudante:

$$\begin{aligned}\sqrt{3}x &= x + 1 \\ \sqrt{3}x - x &= 1 \\ x &= \frac{1}{\sqrt{3} - 1} \\ x &= \frac{1}{\sqrt{3} - 1} \cdot \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{\sqrt{3} + 1}{3 - 1} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} \\ S &= \left\{ \frac{\sqrt{3} + 1}{2} \right\}\end{aligned}$$

Solução do segundo estudante

$$\begin{aligned}\sqrt{3}x &= x + 1 \\ (\sqrt{3}x)^2 &= (x + 1)^2 \\ 3x^2 &= x^2 + 2x + 1 \\ 2x^2 - 2x - 1 &= 0 \\ x &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2} \\ x &= \frac{2 \pm \sqrt{4 + 8}}{4}\end{aligned}$$





1ª OLIMPIÁDA SUL MINEIRA DE MATEMÁTICA - 2021

11

PODEMOS

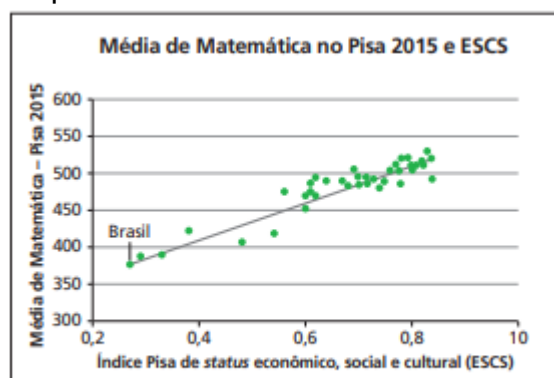
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{4} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{2(1 \pm \sqrt{3})}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$
$$S = \left\{ \frac{1 + \sqrt{3}}{2}, \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \right\}$$

Sobre as resoluções, podemos afirmar que:

- a) O primeiro estudante fez de maneira incorreta.
- b) Os dois estudantes fizeram corretamente.
- c) Os dois estudantes fizeram corretamente, mas o segundo estudante esqueceu de verificar as condições de existência sob o radicando errando ao apresentar a solução.
- d) Os dois estudantes fizeram corretamente, mas o primeiro estudante esqueceu de checar se as raízes eram realmente soluções da equação
- e) O segundo estudante fez de maneira incorreta.

Questão 20 – Pearson no Pisa

Veja o seguinte diagrama de dispersão:



Disponível em: <https://www.todospelaeducacao.org.br/_uploads/_posts/302.pdf>. Acesso em: 27 abr. 2020.

O coeficiente de correlação de Pearson nesse gráfico é um valor em qual intervalo?

- a) $r < -1$
- b) $r = -1$
- c) $-1 < r < 0$
- d) $r = 0$
- e) $0 < r < 1$





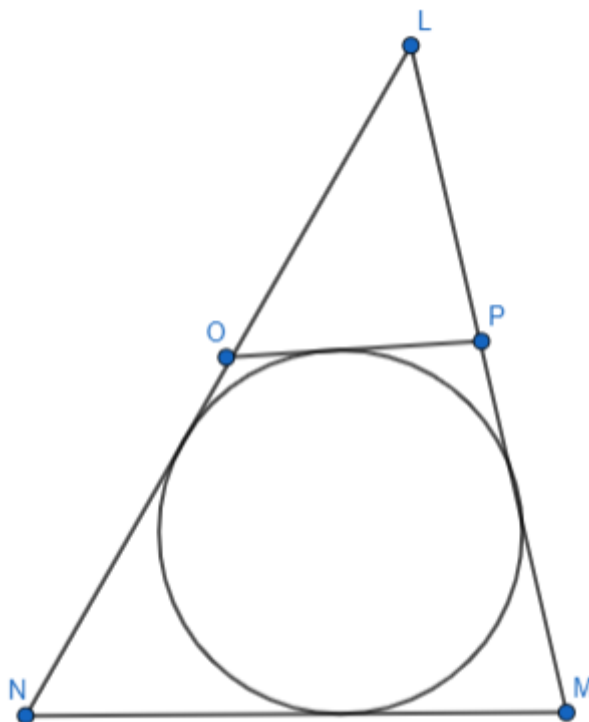
1ª OLIMPIÁDA SUL MINEIRA DE MATEMÁTICA - 2021

12

PODEMOS

Questão 21- Triângulo LOP

O triângulo LMN tem perímetro igual a 20 cm. A base MN possui 8 cm. O círculo está inscrito no quadrilátero MNOP. Determine o perímetro do triângulo LOP. (Figura fora de escala).



- a) 4 cm
- b) 8 cm
- c) 12 cm
- d) 16 cm
- e) Nenhuma das anteriores





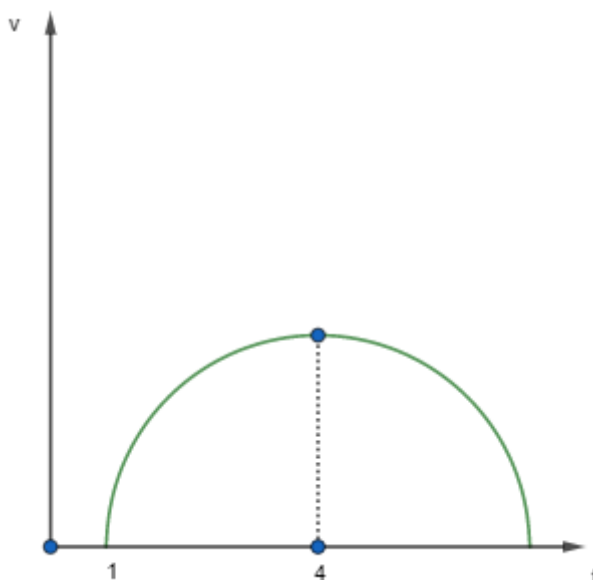
1ª OLIMPIÁDA SUL MINEIRA DE MATEMÁTICA - 2021

13

PODEMOS

Questão 22 – Trajetória em Círculos

O gráfico a seguir descreve a velocidade (em m/s) de um corpo em função do tempo (em s). Esse gráfico tem o formato de uma semicircunferência.



Qual foi a distância percorrida por esse corpo de 1 a 7 segundos?

- a) 3π
- b) $\frac{9}{2}\pi$
- c) 6π
- d) 8π
- e) Nenhuma das anteriores

Questão 23 – As Chaves e as Portas

Num jogo você tem 10 chaves para abrir 10 portas, cada chave abre uma única porta e todas as chaves abrem uma porta. Quantas vezes, no mínimo, você deve testar essas chaves para abrir todas as portas? (Suponha que você não tem nenhuma sorte)

- a) 20
- b) 45
- c) 55
- d) 100
- e) Nenhuma das anteriores





1ª OLIMPÍADA SUL MINEIRA DE MATEMÁTICA - 2021

14

PODEMOS

Questão 24 – Camisetas e Cabides

De quantas maneiras podemos pendurar 6 camisetas diferentes em 4 cabides?

- a) 648
- b) 720
- c) 6480
- d) 60480
- e) Nenhuma das anteriores

Questão 25 – Cosseno Sazonal

Suponha que o preço de terminado produto sazonal seja dado pela seguinte função:

$$P(x) = 8 + 5 \cos\left(\frac{\pi x - \pi}{6}\right)$$

onde x representa o mês do ano, sendo $x = 1$ janeiro, $x = 2$ fevereiro, e assim por diante.

Essa variação se deve ao fato de que quando a produção é maior o preço é menor e vice-versa. Quanto maior a produção, menor o preço; quanto menor a produção, maior o preço.

Em que mês a produção será máxima e em que mês que a produção será mínima?

- a) Produção máxima em agosto e mínima em janeiro.
- b) Produção máxima em janeiro e mínima em agosto.
- c) Produção máxima em janeiro e mínima em julho.
- d) Produção máxima em julho e mínima em janeiro.
- e) Nenhuma das anteriores.





1ª OLIMPIÁDA SUL MINEIRA DE MATEMÁTICA - 2021

15

PODEMOS

VALOR DE CADA QUESTÃO NA PROVA OFICIAL (essa é apenas um simulado):

Questão 1	28,4
Questão 2	28,6
Questão 3	28,9
Questão 4	29,3
Questão 5	29,8
Questão 6	30,4
Questão 7	31,1
Questão 8	31,9
Questão 9	32,8
Questão 10	33,8
Questão 11	34,9
Questão 12	36,1
Questão 13	37,4
Questão 14	38,8
Questão 15	40,3
Questão 16	41,9
Questão 17	43,6
Questão 18	45,4
Questão 19	47,3
Questão 20	49,3
Questão 21	51,4
Questão 22	53,6
Questão 23	55,9
Questão 24	58,3
Questão 25	60,8

As questões possuem valores diferentes para diferenciar o máximo possível as notas.



PODEMOS – Programa Orientador do Desenvolvimento da Matemática Olímpica e Seriada
Um programa do **CLUBE DE CIÊNCIAS ONZE DE AGOSTO** fundado em 11.8.1995