Презентация по лабораторной работе №2

НКНбд-01-21

Подлесный Иван Сергеевич

Задание

Ход Работы

Вариант №32

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы:

$$\ddot{x} + 5.2x = 0$$

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы:

$$\ddot{x} + 14\dot{x} + 0.5x = 0$$

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы:

$$\ddot{x} + 13\dot{x} + 0.3x = 0.8\sin(9t)$$

В общем виде наши уравнения это однородные ОДУ 2-го порядка (

$$\ddot{x}(t) + a\dot{x}(t) + bx(t) = F(t) \tag{1}$$

где $\dot{x}=rac{dx}{dt}$ - производная по времени.

Если F(t)=0 и $b \neq 0$, значит есть трение и система затухнет. Если F(t)=0 и b=0, то трения нет.Если $F(t) \neq 0$, то система никогда не затухнет.

Можно сделать систему ОДУ:

$$y = \frac{dx}{dt} = \dot{x}(t) \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dy}{dt} \rightarrow \frac{dy}{dt} + ay(t) + bx(t) = 0$$

Теория для решения

Тогда система для решения:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y\\ \frac{dy}{dt} = F(t) - ay - bx \end{cases} \tag{2}$$

Разберем три случая в нашем задании.

В первом случае мы работаем с колебаниями гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x}+7x=0$. Тогда, по общему виду $\ref{eq:constraint}$ видим, что a=0, F(x)=0, b=7. Подставляем значения в систему для решения 2 и получаем систему для решения первого случая

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -7x \end{cases} \tag{3}$$

Теория для решения

Во втором случае мы работаем с колебаниями гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x}+9\dot{x}+3x=0.$ Тогда по общему виду $\ref{eq:constraint}$ видим, что a=9, F(x)=0, b=3. Подставляем значения в систему для решения 2 и получаем систему для решения второго случая

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -9y - 3x \end{cases} \tag{4}$$

Теория для решения

В третьем случае мы работаем с колебаниями гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x}+4\dot{x}+x=\cos(2t).$ Тогда по общему виду $\ref{eq:cos}$ видим, что a=4, $F(x)=\cos(2t)$, b=1. Подставляем значения в систему для решения

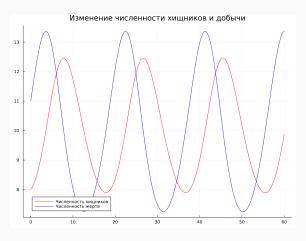


Figure 1: График 1

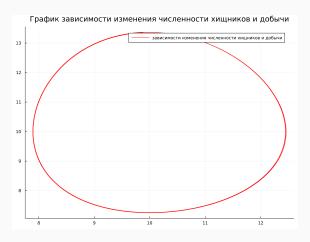


Figure 2: Фазовый портрет

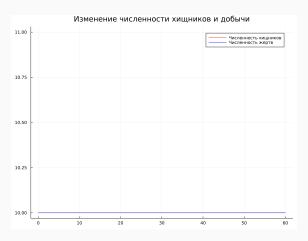


Figure 3: График

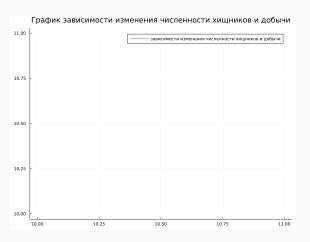


Figure 4: Фазовый портрет

Результат

Результат

Мы Построили фазовый портрет гармонического осциллятора и нашли решение уравнения гармонического осциллятора для заданных случаев