

Презентация по лабораторной работе №2

НКНбд-01-21

Подлесный Иван Сергеевич

Задание

Вариант №32

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы:

$$\ddot{x} + 5.2x = 0$$

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы:

$$\ddot{x} + 14\dot{x} + 0.5x = 0$$

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы:

$$\ddot{x} + 13\dot{x} + 0.3x = 0.8 \sin(9t)$$

В общем виде наши уравнения это однородные ОДУ 2-го порядка (

$$\ddot{x}(t) + a\dot{x}(t) + bx(t) = F(t) \quad (1)$$

где $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ - производная по времени.

Если $F(t) = 0$ и $b \neq 0$, значит есть трение и система затухнет. Если $F(t) = 0$ и $b = 0$, то трения нет. Если $F(t) \neq 0$, то система никогда не затухнет.

Можно сделать систему ОДУ:

$$y = \frac{dx}{dt} = \dot{x}(t) \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dy}{dt} \rightarrow \frac{dy}{dt} + ay(t) + bx(t) = 0$$

Тогда система для решения:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = F(t) - ay - bx \end{cases} \quad (2)$$

Разберем три случая в нашем задании.

В первом случае мы работаем с колебаниями гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 7x = 0$.

Тогда, по общему виду ?? видим, что $a = 0$, $F(x) = 0$, $b = 7$.

Подставляем значения в систему для решения 2 и получаем систему для решения первого случая

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -7x \end{cases} \quad (3) \quad 4/12$$

Во втором случае мы работаем с колебаниями гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$\ddot{x} + 9\dot{x} + 3x = 0$. Тогда по общему виду ?? видим, что $a = 9$, $F(x) = 0$, $b = 3$. Подставляем значения в систему для решения 2 и получаем систему для решения второго случая

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -9y - 3x \end{cases} \quad (4)$$

Теория для решения

В третьем случае мы работаем с колебаниями гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$\ddot{x} + 4\dot{x} + x = \cos(2t)$. Тогда по общему виду ?? видим, что $a = 4$, $F(x) = \cos(2t)$, $b = 1$. Подставляем значения в систему для решения 2 и получаем систему для решения третьего случая

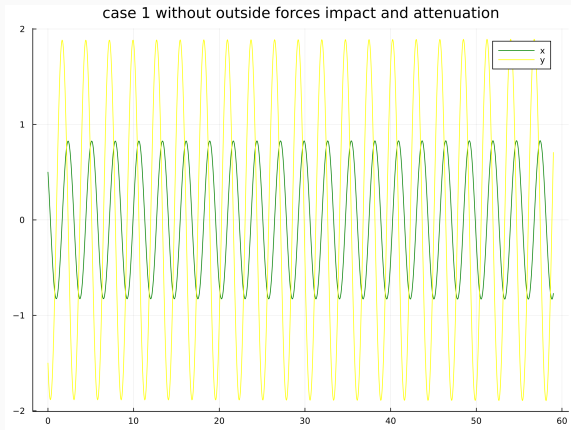


Figure 1: График 1

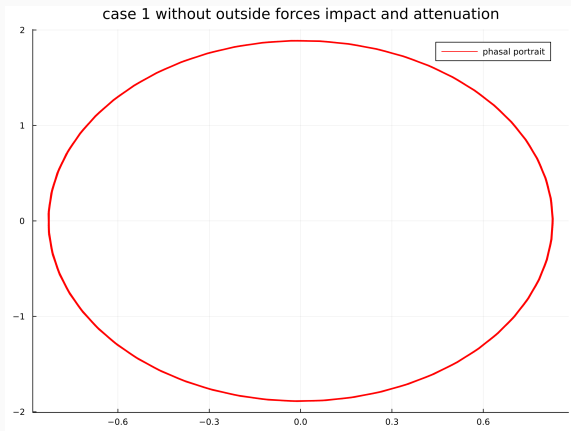


Figure 2: Фазовый портрет

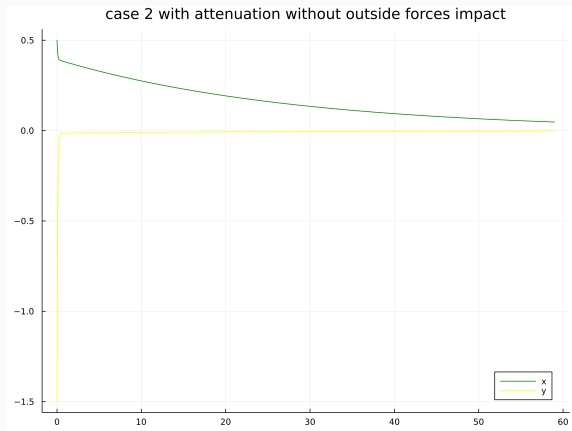


Figure 3: График

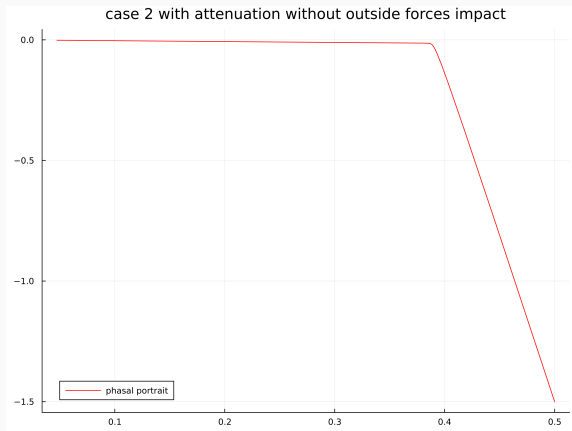


Figure 4: Фазовый портрет

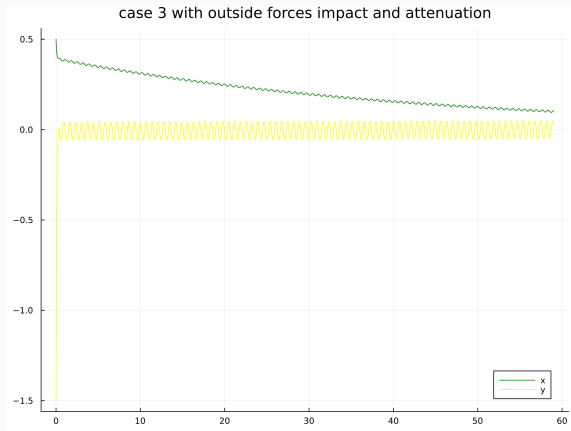


Figure 5: График

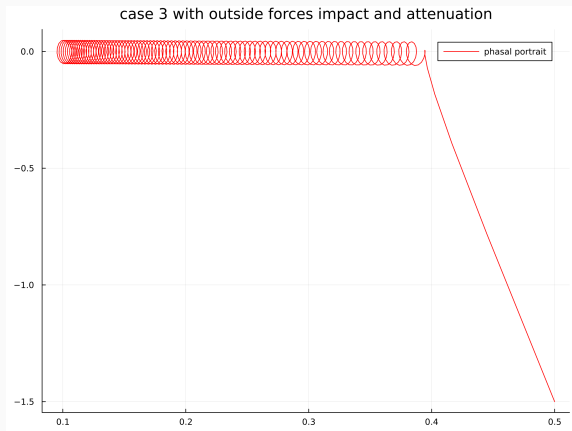


Figure 6: Фазовый портрет

Результат

Мы Построили фазовый портрет гармонического осциллятора и нашли решение уравнения гармонического осциллятора для заданных случаев