Отчёт по лабораторной работе

Лабораторная работа №4

Подлесный Иван Сергеевич

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

При помощи Julia построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев.

2 Задание

Вариант №32

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы:
$$\ddot{x} + 5.2x = 0$$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы:
$$\ddot{x} + 14\dot{x} + 0.5x = 0$$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы:
$$\ddot{x} + 13\dot{x} + 0.3x = 0.8\sin(9t)$$
На интервале $t \in [0; 59]$ с шагом 0.05 и начальными условиями:$x_0 = 0.5, y_0 = -1.5$

`В общем виде наши уравнения это однородные ОДУ 2-го порядка (линейные):`

$$\ddot{x}(t) + a\dot{x}(t) + bx(t) = F(t) \tag{2.1}$$

где $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ - производная по времени.

Если $F(t) = 0$ и $b \neq 0$, значит есть трение и система затухнет. Если $F(t) = 0$ и $b = 0$, то трения нет.Если $F(t) \neq 0$, то система никогда не затухнет.

Можно сделать систему ОДУ:

$y = \frac{dx}{dt} = \dot{x}(t)$ -> $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dy}{dt}$ -> $\frac{dy}{dt} + ay(t) + bx(t) = 0$

Тогда система для решения:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = F(t) - ay - bx \end{cases} \tag{2.2}$$

4. Разберем три случая в нашем задании.

   В первом случае мы работаем с колебаниями гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 7x = 0$. Тогда, по общему виду **??** видим, что $a = 0$, $F(x) = 0$, $b = 7$. Подставляем значения в систему для решения 2.2 и получаем систему для решения первого случая

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -7x \end{cases} \tag{2.3}$$

   Во втором случае мы работаем с колебаниями гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 9\dot{x} + 3x = 0$. Тогда по общему виду **??** видим, что $a = 9$, $F(x) = 0$, $b = 3$. Подставляем значения в систему для решения 2.2 и получаем систему для решения второго случая

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -9y - 3x \end{cases} \tag{2.4}$$

   В третьем случае мы работаем с колебаниями гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 4\dot{x} + x = \cos(2t)$. Тогда по общему виду **??** видим, что $a = 4$, $F(x) = \cos(2t)$, $b = 1$. Подставляем значения в систему для решения 2.2 и получаем систему для решения третьего случая

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = \cos(2t) - 4y - x \end{cases} \tag{2.5}$$

3 Теоретическое введение

В лабораторной работе исследуется уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора, которое имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

где x – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), γ – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), ω_0 – собственная частота колебаний, t – время.

$$\ddot{x} = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}, \dot{x} = \frac{\partial x}{\partial t}$$

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Выполнение в Julia

4.1.1 Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

На языке Julia я описал систему дифференциальных уравнений, по которой затем построил график решений и график фазового портрета для каждого из трёх случаев.

```
using Plots
using DifferentialEquations

const x0 = 0.5
const y0 = -1.5

u0 = [x0, y0]
time = [0.0, 59.0]

a = 0
b = 5.2
```

```
function F(du, u, p, t)
    du[1]=u[2]
    du[2]= -a*u[2]-b*u[1]
end

problem = ODEProblem(F, u0, time)
solution = solve(problem, saveat=0.05)

const X = Float64[]
const Y = Float64[]

for u in solution.u
    x,y = u
    push!(X,x)
    push!(Y,y)
end


plt1 = plot(
    dpi = 300,
    size = (800, 600),
    title = "case 1 without outside forces impact and attenuation"
        )

plot!(
    plt1,
    solution.t,
    X,
    color=:green,
```

```
    label = "x"
)

plot!(
    plt1,
    solution.t,
    Y,
    color=:yellow,
    label = "y"
)

savefig(plt1,"plot-1.png")



plt2 = plot(
    dpi = 300,
    size = (800, 600),
    title = "case 1 without outside forces impact and attenuation"
        )

plot!(
    plt2,
    X,
    Y,
    color=:red,
    label = "phasal portrait"
)

savefig(plt2,"plot-2.png")
```

4.1.2 Полученные графики

В результате работы программы получились следующие графики. По фазовому портрету можно заметить, что система не теряет энергию

(рис. fig. 4.2).

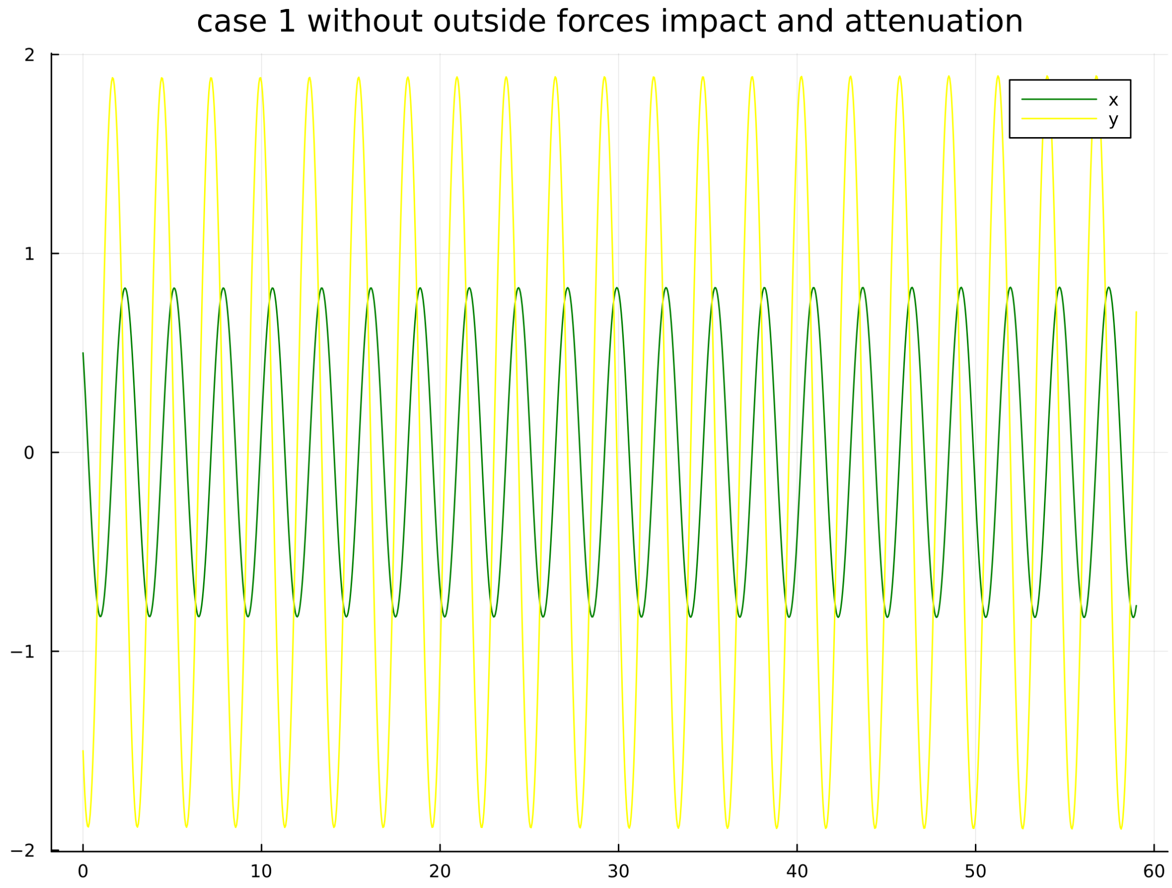

Рис. 4.1: График

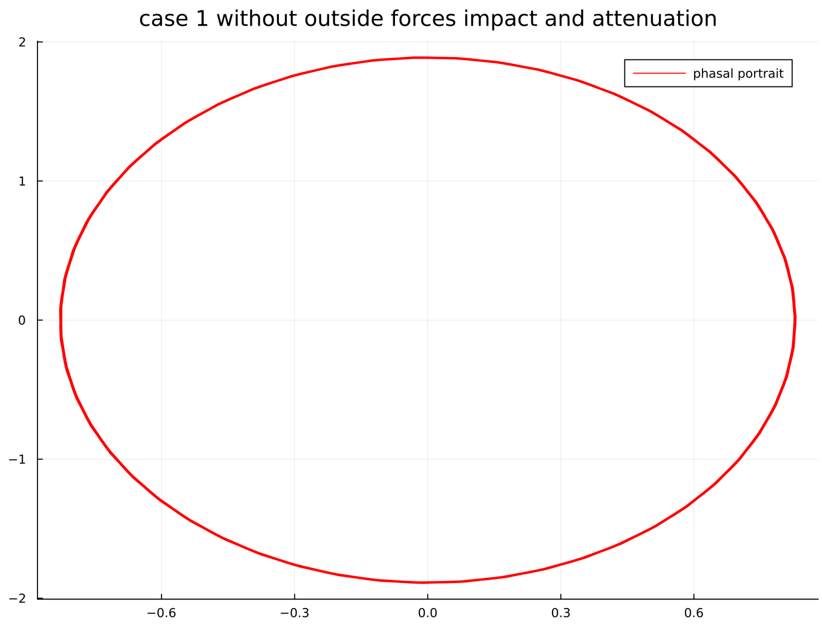

Рис. 4.2: Фазовый портрет

4.1.3 Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

Для создания этой модели, изменим систему уравнений

```
a = 14
b = 0.5

function F(du, u, p, t)
    du[1]=u[2]
    du[2]= -a*u[2]-b*u[1]
end
```

4.1.4 Полученный графики

В результате получаем два графика (рис. fig. 4.4).

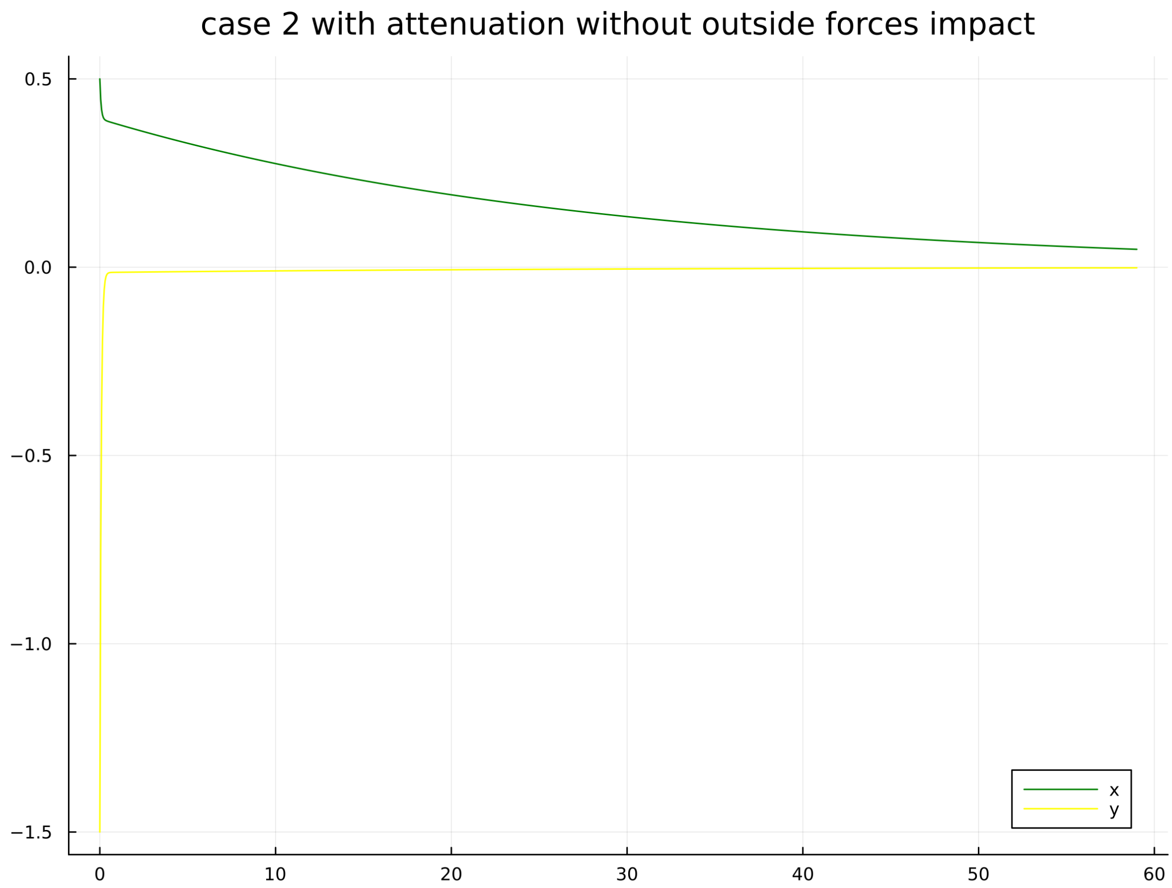

Рис. 4.3: График

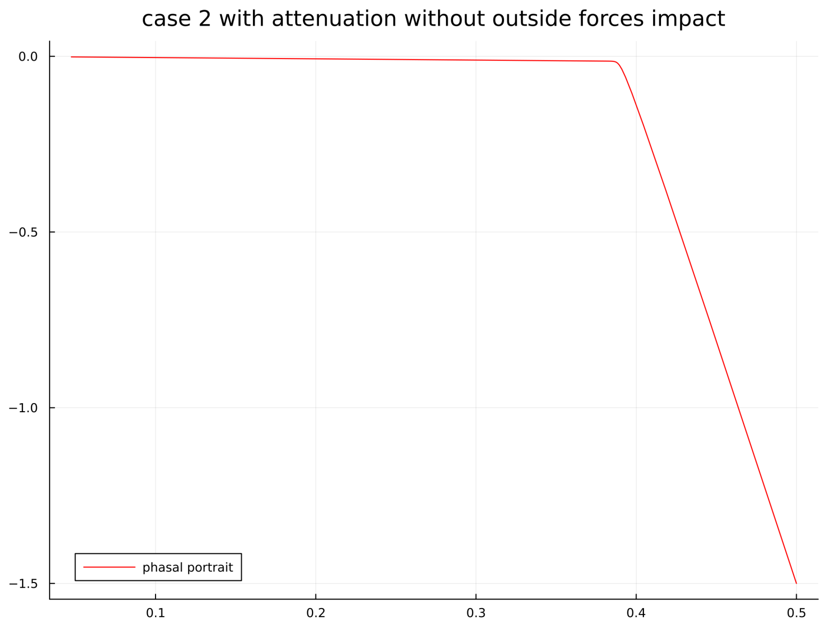

Рис. 4.4: Фазовый портрет

4.1.5 Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

Для создания этой модели, изменим систему уравнений

```
function F!(du, u, p, t)
function F(du, u, p, t)
    du[1]=u[2]
    du[2]= 0.8*sin(9*t)-a*u[2]-b*u[1]
end
```

4.1.6 Полученный графики

В результате получаем два графика (рис. fig. 4.6).

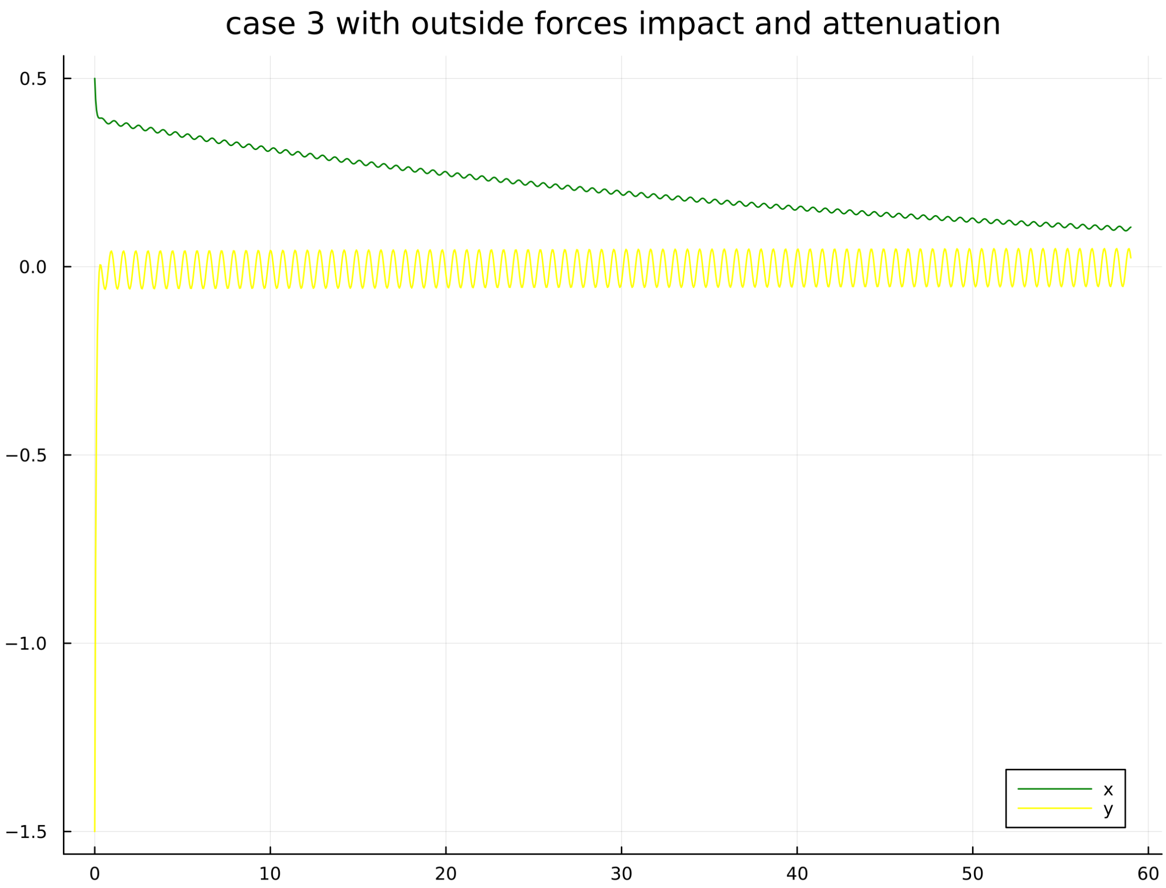

Рис. 4.5: График

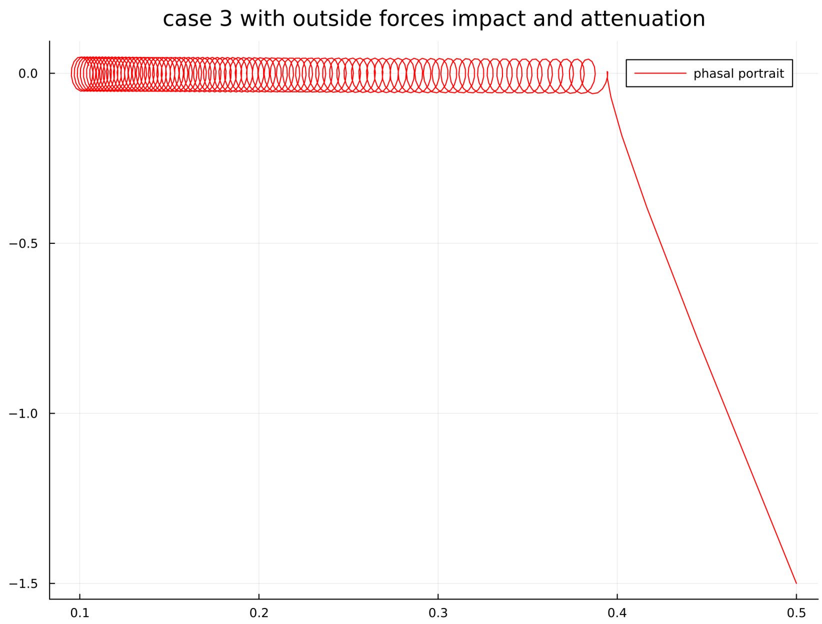

Рис. 4.6: Фазовый портрет

5 Выводы

В результате работы мне удалось построить графики решений и фазовых портретов для всех трёх случаев в обоих средах.

Список литературы