

Отчёт по лабораторной работе №6

НКНбд-01-21

Подлесный Иван Сергеевич

Содержание

1	Теоретическое введение	3
1.1	Задача об эпидемии (SIR модель)	3
1.2	Задание	4
1.2.1	Вариант 32	4
2	Ход работы	5
2.1	Решение и листинг программы №1	5
2.2	Решение и листинг программы №2	7
2.3	Результаты работы	10
3	Вывод	12

1 Теоретическое введение

1.1 Задача об эпидемии (SIR модель)

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначаемая через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & : I(t) > I^* \\ 0 & : I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & : I(t) > I^* \\ -\beta I & : I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие

иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности, α и β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$, $I(0) > I^*$

1.2 Задание

1.2.1 Вариант 32

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N=11\ 900$) в момент начала эпидемии ($t=0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0)=290$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0)=52$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0)=N-I(0)-R(0)$.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1) $I(0) \leq I^*$

2) $I(0) > I^*$

2 Ход работы

2.1 Решение и листинг программы №1

```
using Plots
using DifferentialEquations
```

```
N = 11900
I0 = 290
R0 = 52
S0 = N - I0 - R0
a = 0.01
b = 0.02
```

```
u0 = [S0, I0, R0]
time = [0.0, 100]
```

```
function F(du, u, p, t)
    du[1] = 0
    du[2] = -b * u[2]
    du[3] = -b * u[3]
end
```

```

problem = ODEProblem(F, u0, time)
const solution = solve(problem , saveat = 0.1 )

const S = Float64[]
const I = Float64[]
const R = Float64[]

for u in solution.u
    s, i, r = u
    push!(S, s)
    push!(I, i)
    push!(R, r)
end

plt1 = plot(
    dpi = 300,
    size = (800,600),
    title = "Динамика изменений в каждой группе сл-1"
)

plot!(
    plt1,
    solution.t,
    I,
    color =:red,
    label = "Инфицированные"

```

```

)

plot!(
    plt1,
    solution.t,
    S,
    color =:blue,
    label = "Восприимчивые"
)

plot!(
    plt1,
    solution.t,
    R,
    color =:red,
    label = "Имунные"
)

savefig(plt1, "first.png")

```

2.2 Решение и листинг программы №2

```

using Plots
using DifferentialEquations

N = 11900

```

```

I0 = 290
R0 = 52
S0 = N - I0 - R0
a = 0.01
b = 0.02

u0 = [S0, I0, R0]
time = [0.0 , 100]

function F(du, u, p, t)
    du[1] = -a*u[1]
    du[2] = a*u[1] - b * u[2]
    du[3] = -b * u[3]
end

problem = ODEProblem(F, u0, time)
const solution = solve(problem , saveat = 0.1 )

const S = Float64[]
const I = Float64[]
const R = Float64[]

for u in solution.u
    s, i, r = u
    push!(S, s)
    push!(I, i)
    push!(R, r)
end

```



```
plt1 = plot(  
    dpi = 300,  
    size = (800,600),  
    title = "Динамика изменений в каждой группе сл-1"  
)
```

```
plot!(  
    plt1,  
    solution.t,  
    I,  
    color =:red,  
    label = "Инфицированные"  
)
```

```
plot!(  
    plt1,  
    solution.t,  
    S,  
    color =:blue,  
    label = "Восприимчивые"  
)
```

```
plot!(  
    plt1,  
    solution.t,
```

```

R,
color =:red,
label = "Имунные"
)

savefig(plt1, "second.png")

```

2.3 Результаты работы



Рис. 2.1: $I(0) \leq I^*$



Рис. 2.2: $I(0) > I^*$

3 Вывод

Во время выполнения лабораторной работы мы познакомились с SIR моделью.