DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INFORMÁTICA
UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

Laboratorio 2

PROCESAMIENTO DE SEÑALES E IMÁGENES

Profesores:

- Violeta Chang C.
- Leonel E. Medina

Ayudante: Luis Corral

Alumno: John Serrano C

Ejercicio

Realice la transformada de Fourier para la señal:

$x(t) = sin(2\pi t) + cos(4\pi t)$.

Genere un gráfico y haga un pequeño análisis de sus resultados. Se evalúa los conceptos en formato de texto, los comentarios dentro del código, la exactitud del cálculo y la calidad de los gráficos generados. Muestre solo los valores más importantes.

Desarrollo

Transformada de Fourier

Primero, sabemos de la teoría y del libro guía del curso que las Transformadas de Fourier se $sin(\omega_0 t)$ y $cos(\omega_0 t)$ son conocidas.

Estas son:

$$\mathscr{F}(sin(\omega_0 t)) = \frac{\pi}{j}(\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0))$$

$$\mathscr{F}(cos(\omega_0 t)) = \pi(\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0))$$

Por lo tanto, considerando el enunciado del problema y de las transformadas anteriores, podemos reemplazar ω_0 y obtener la Transformada de Fourier de $sin(2\pi t)$ y $cos(4\pi t)$, por lo que nos queda lo siguiente:

$$\mathscr{F}(sin(2\pi t)) = \frac{\pi}{j}(\delta(\omega - 2\pi) - \delta(\omega + 2\pi))$$

$$\mathscr{F}(cos(4\pi t)) = \pi(\delta(\omega - 4\pi) + \delta(\omega + 4\pi))$$

Considerando que se nos pide la Transformada de Fourier de la suma de $sin(2\pi t) + cos(4\pi t)$, podemos aplicar la **Propiedad de Linealidad** la cual nos dice que **la Transformada de una suma de funciones es igual a la suma de las transformadas**. En otras palabras:

$$\mathscr{F}(sin(2\pi t) + cos(4\pi t)) = \mathscr{F}(sin(2\pi t)) + \mathscr{F}(cos(4\pi t))$$

Es así, que considerando todo lo anterior, la expresión a calcular es:

$$\mathscr{F}(x(t)) = \mathscr{F}(sin(2\pi t)) + \mathscr{F}(cos(4\pi t)) = \frac{\pi}{j}(\delta(\omega - 2\pi) - \delta(\omega + 2\pi) + \pi(\delta(\omega - 4\pi) + \delta(\omega + 4\pi))$$

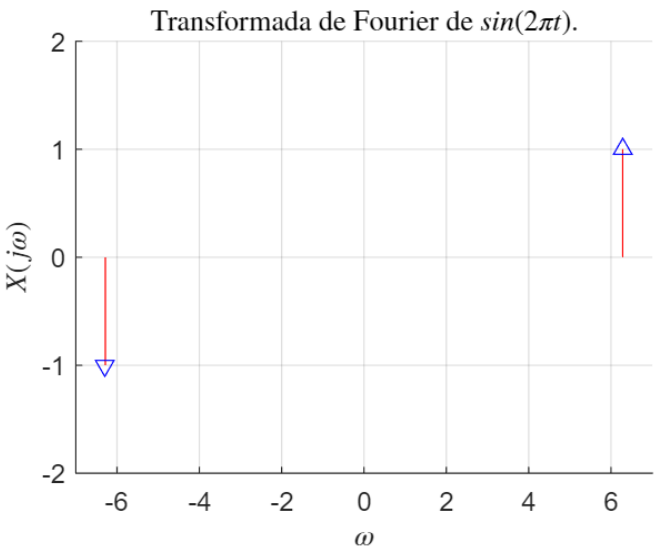
Con esto en mente, debemos tener en consideración que, al cumplirse la Propiedad de Linealidad, eso también implica que la gráfica de la suma de las Transformada de Fourier es en palabras simples, ambos gráficos juntos.

Gráficos y códigos

Primero, podemos comenzar graficando la Transformada de Fourier de $sin(2\pi t)$. Debemos considerar que la señal $sin(2\pi t)$ es una **señal impar.**

```
% Gráfico de Transformada de Fourier de sin(2πt)

% Limpiamos las variables
clearvars

w_sin = 2*pi;          % Definimos w_0, el cual para este caso es 2π
w_1s = -w_sin;         % Definimos w_1s, el cual equivale a -2π
w_2s = w_sin;          % Definimos w_2s el cual equivale a 2π

figure                 % Se inicializa el gráfico
w = [w_1s w_1s];       % Se crea un array para graficar el primer resultado con w_1s
y = [0 -1];            % Se crea otro array con 0 y -1 para el primer resultado
linea_1 = line(w,y);   % Se grafica el primer resultado
linea_1.Color = 'red';     % Se grafica la línea con color rojo
hold on                % Se utiliza hold on para que todo se grafique en un solo gráfico
plot(w_1s, -1, 'bv')   % Se grafica la flecha hacia abajo en el punto (-2π, -1)
```

```
ylim([-2 2])            % Se definen los límites del eje y entre -2 y 2
xlim([-7 7])            % Se definen los límites del eje y entre -7 y 7
hold on                 % Se utiliza hold on para que no se cree un nuevo gráfico
w = [w_2s w_2s];        % Se crea un array para graficar el segundo resultado con w_2s
y = [0 1];              % Se crea otro array entre con 0 y 1 para el segundo resultado
linea_2 = line(w,y);    % Se grafica el segundo resultado
linea_2.Color = 'red';     % Se grafica la línea con color rojo
hold on                 % Se utiliza hold on para que todo se grafique en un solo gráfico
plot(w_2s, 1, 'b^')     % Se grafica la flecha hacia arriba en el punto (2π, 1)

% Configuraciones adicionales del gráfico
title('Transformada de Fourier de $sin(2\pi t)$.', 'interpreter', 'latex')
xlabel('$$\omega$$', 'interpreter', 'latex')
ylabel('$$X(j\omega)$$','interpreter','latex')
grid on
```

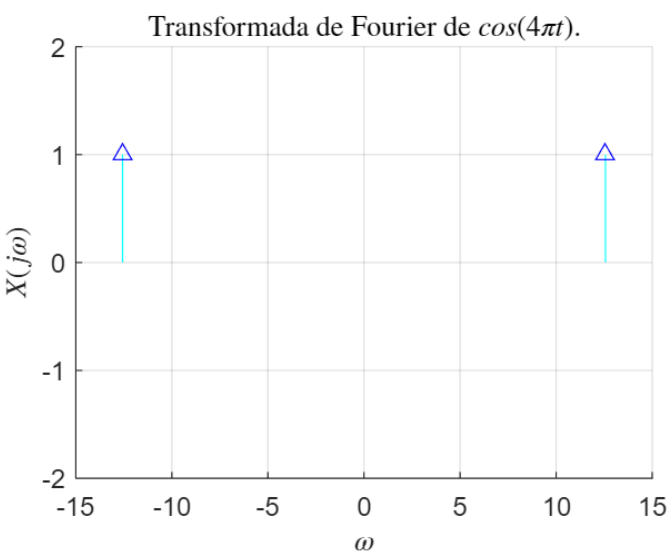


Mediante el gráfico también es posible apreciar el hecho de que la señal es impar, ya que se obtiene el mismo resultado dos veces, pero reflejado inversamente mediante el eje x.

Ahora podemos realizar el mismo procedimiento, pero con la señal $cos(4\pi t)$, teniendo en consideración que esta es una **señal par.**

```
% Gráfico de Transformada de Fourier de cos(4πt)

% Limpiamos las variables
clearvars

w_cos = 4*pi;           % Definimos w_0, el cual para este caso es 4π
w_1c = -w_cos;          % Definimos w_1c, el cual equivale a -4π
w_2c = w_cos;           % Definimos w_2c el cual equivale a 4π

figure                  % Inicializamos el gráfico
w = [w_1c w_1c];        % Se crea un array para graficar el primer resultado con w_1c
y = [0 1];              % Se crea otro array con 0 y 1 para el primer resultado
```

```
linea_1 = line(w,y);  % Se grafica el primer resultado
linea_1.Color = 'cyan';  % Se grafica la línea con color cian
hold on                % Se utiliza hold on para que todo se grafique en un solo gráfico
plot(w_1c, 1, 'b^')    % Se grafica la flecha hacia arriba en el punto (-4π, 1)
ylim([-2 2])           % Se definen los límites del eje y entre -2 y 2
xlim([-15 15])         % Se definen los límites del eje y entre -15 y 15
hold on                % Se utiliza hold on para que no se cree un nuevo gráfico
w = [w_2c w_2c];       % Se crea un array para graficar el segundo resultado con w_2c
y = [0 1];             % Se crea otro array entre con 0 y 1 para el segundo resultado
linea_2 = line(w,y);  % Se grafica el segundo resultado
linea_2.Color = 'cyan';  % Se grafica la línea con color cian
hold on                % Se utiliza hold on para que todo se grafique en un solo gráfico
plot(w_2c, 1, 'b^')    % Se grafica la flecha hacia arriba en el punto (4π, 1)

% Configuraciones adicionales del gráfico
title('Transformada de Fourier de $cos(4\pi t)$.', 'interpreter', 'latex')
xlabel('$$\omega$$', 'interpreter', 'latex')
ylabel('$$X(j\omega)$$','interpreter','latex')
grid on
```

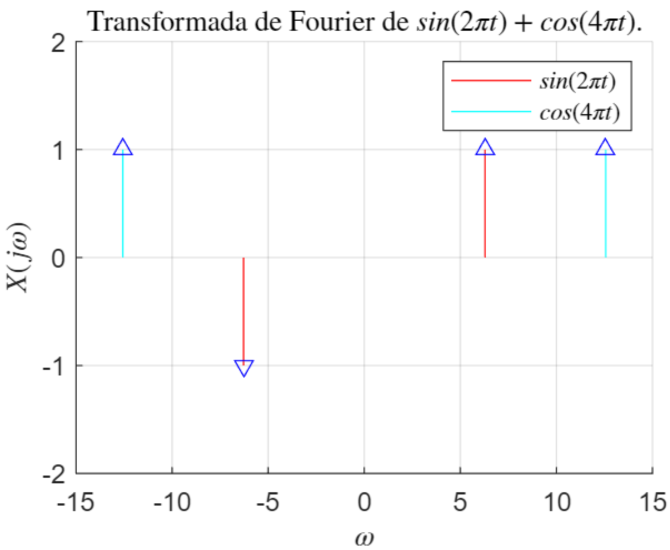


Nuevamente, al igual que con la señal anterior, se puede apreciar como la señal $cos(4\pi t)$ es una señal par, ya que el mismo resultado se refleja mediante el eje y.

Ahora, para obtener el gráfico final de $x(t) = sin(2\pi t) + cos(4\pi t)$, basta con hacer ambos gráficos en un solo gráfico.

```
% Gráfico de Transformada de Fourier de sin(2πt) + cos(4πt)

% Limpiamos las variables
clearvars

w_sin = 2*pi;          % Definimos w_0, el cual para este caso es 2π
w_1s = -w_sin;         % Definimos w_1s, el cual equivale a -2π
w_2s = w_sin;          % Definimos w_2s el cual equivale a 2π
```

```matlab
figure                  % Inicializamos el gráfico
w = [w_1s w_1s];        % Se crea un array para graficar el primer resultado con w_1s
y = [0 -1];             % Se crea otro array con 0 y -1 para el primer resultado
linea_1s = line(w,y);  % Se grafica el primer resultado
linea_1s.Color = 'red';    % Se grafica la línea con color rojo
hold on                 % Se utiliza hold on para que todo se grafique en un solo gráfico
plot(w_1s, -1, 'bv')  % Se grafica la flecha hacia abajo en el punto (-2π, -1)
ylim([-2 2])            % Se definen los límites del eje y entre -2 y 2
xlim([-15 15])          % Se definen los límites del eje y entre -15 y 15
hold on                 % Se utiliza hold on para que no se cree un nuevo gráfico
w = [w_2s w_2s];        % Se crea un array para graficar el segundo resultado con w_2s
y = [0 1];              % Se crea otro array entre con 0 y 1 para el segundo resultado
linea_2s = line(w,y);  % Se grafica el segundo resultado
linea_2s.Color = 'red';    % Se grafica la línea con color rojo
hold on                 % Se utiliza hold on para que todo se grafique en un solo gráfico
plot(w_2s, 1, 'b^')   % Se grafica la flecha hacia arriba en el punto (2π, 1)

w_cos = 4*pi;           % Definimos w_0, el cual para este caso es 4π
w_1c = -w_cos;          % Definimos w_1c, el cual equivale a -4π
w_2c = w_cos;           % Definimos w_2c el cual equivale a 4π

w = [w_1c w_1c];        % Se crea un array para graficar el primer resultado con w_1c
y = [0 1];              % Se crea otro array con 0 y 1 para el primer resultado
linea_1c = line(w,y); % Se grafica el primer resultado
linea_1c.Color = 'cyan';  % Se grafica la línea con color cian
hold on                 % Se utiliza hold on para que todo se grafique en un solo gráfico
plot(w_1c, 1, 'b^')   % Se grafica la flecha hacia arriba en el punto (-4π, 1)
hold on                 % Se utiliza hold on para que no se cree un nuevo gráfico
w = [w_2c w_2c];        % Se crea un array para graficar el segundo resultado con w_2c
y = [0 1];              % Se crea otro array entre con 0 y 1 para el segundo resultado
linea_2c = line(w,y);  % Se grafica el segundo resultado
linea_2c.Color = 'cyan';  % Se grafica la línea con color cian
hold on                 % Se utiliza hold on para que todo se grafique en un solo gráfico
plot(w_2c, 1, 'b^')   % Se grafica la flecha hacia arriba en el punto (4π, 1)

% Configuraciones adicionales del gráfico
title('Transformada de Fourier de $sin(2\pi t) + cos(4\pi t)$.', 'interpreter', 'latex')
xlabel('$$\omega$$', 'interpreter', 'latex')
ylabel('$$X(j\omega)$$','interpreter','latex')
legend('$$sin(2\pi t)$$', '', '', '', '$$cos(4\pi t)$$','', 'interpreter', 'latex')
grid on
```



Por lo que, gracias a la Propiedad de la Linealidad, se obtiene la Transformada de Fourier de la señal $x(t) = sin(2\pi t) + cos(4\pi t)$.