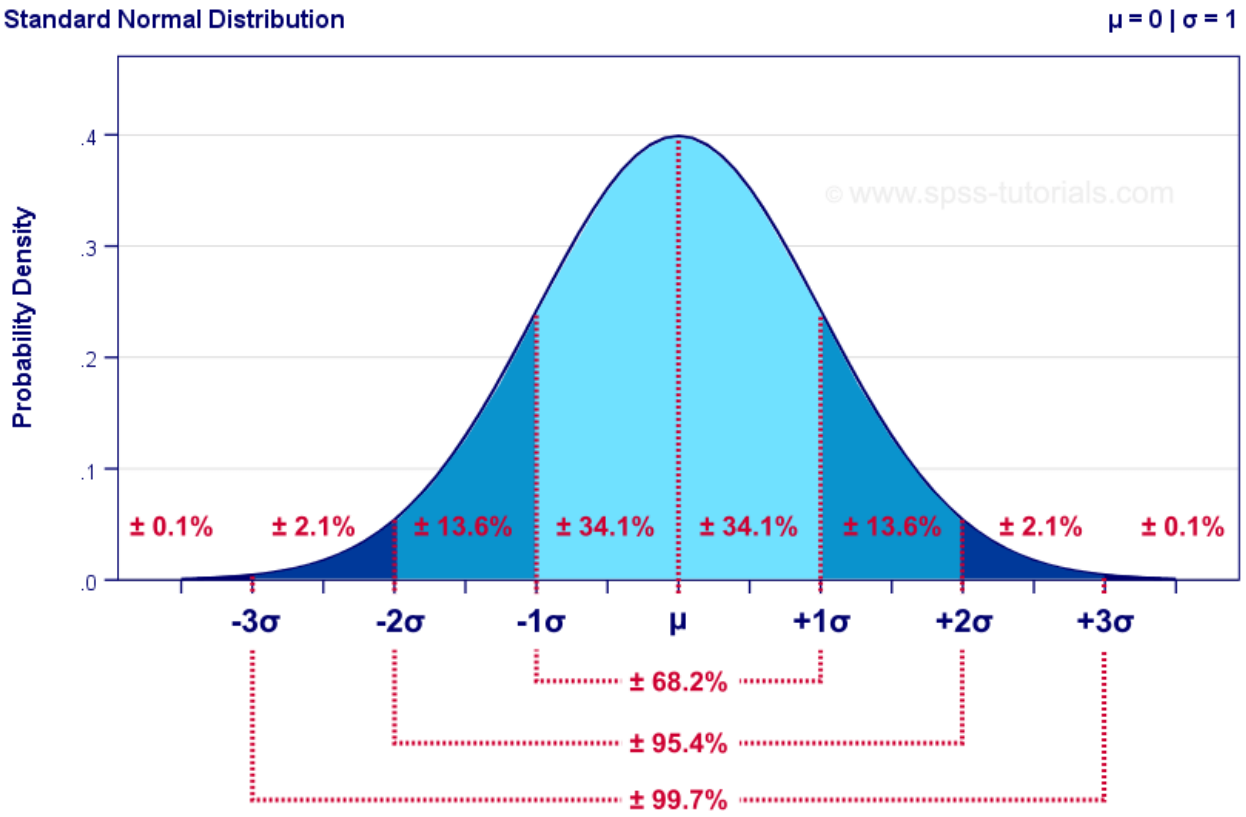
ПЛАН

- Простые (одномерные) подходы
- Статистические подходы
- Машинное обучение

Z-SCORE

Если данные распределены нормально, то большинство измерений находится в диапазоне $(m - 3\sigma; m + 3\sigma)$.

Точки, не попавшие в этот диапазон, можно считать выбросами.

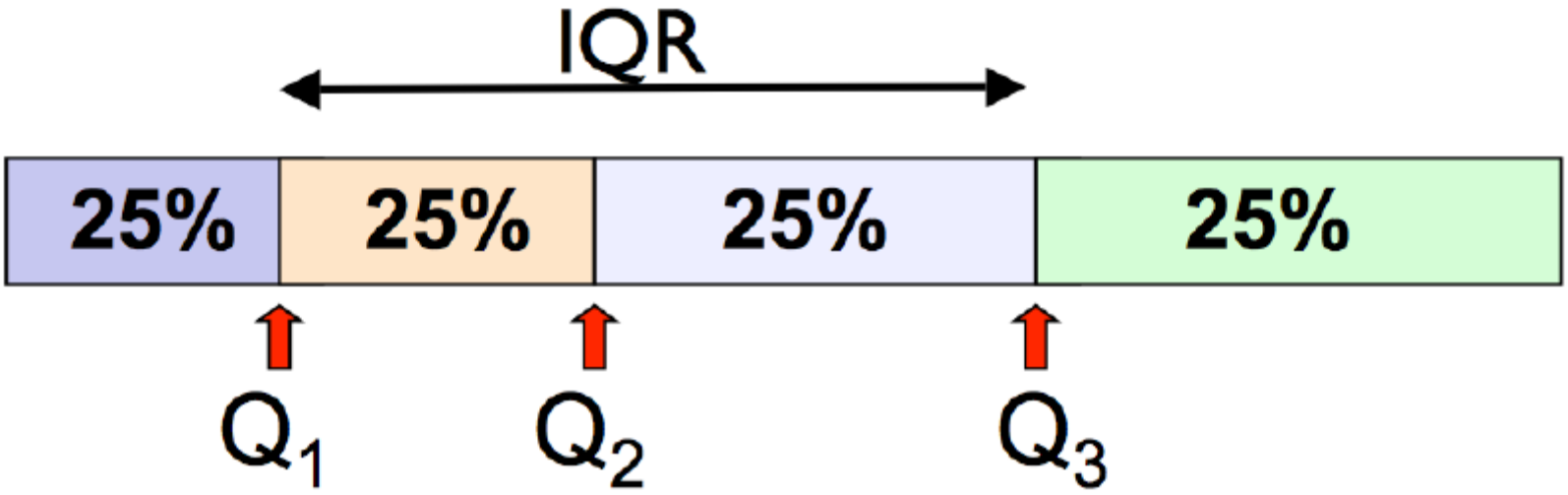


НАХОЖДЕНИЕ ВЫБРОСОВ В ДАННЫХ

Пусть Q1 – первая (25%) квартиль распределения,

Q3 – третья (75%) квартиль распределения.

- Величина IQR = Q3 – Q1 называется ***интерквартильным размахом***.



НАХОЖДЕНИЕ ВЫБРОСОВ В ДАННЫХ

- **Слабые выбросы** – это значения, которые меньше 25%-квартили минус 1,5*IQR или больше 75%-квартили плюс 1,5*IQR:

$$x < Q1 - 1{,}5 \cdot IQR \text{ или } x > Q3 + 1{,}5 \cdot IQR$$

- **Сильные выбросы** – это значения, которые меньше 25%-квартили минус 3*IQR или больше 75%-квартили плюс 3*IQR:

$$x < Q1 - 3 \cdot IQR \text{ или } x > Q3 + 3 \cdot IQR$$

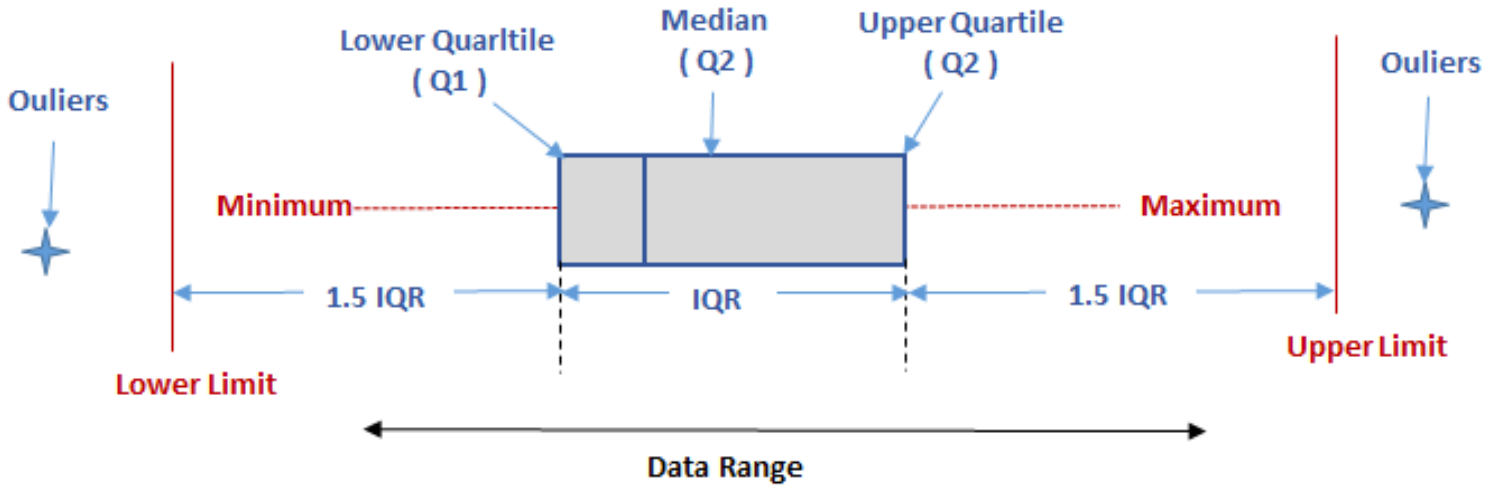


ДИАГРАММА ЯЩИК УСАМИ (BOX-AND-WHISKER PLOT)

- Ящик с усами – это диаграмма, визуализирующая основные характеристики данных.

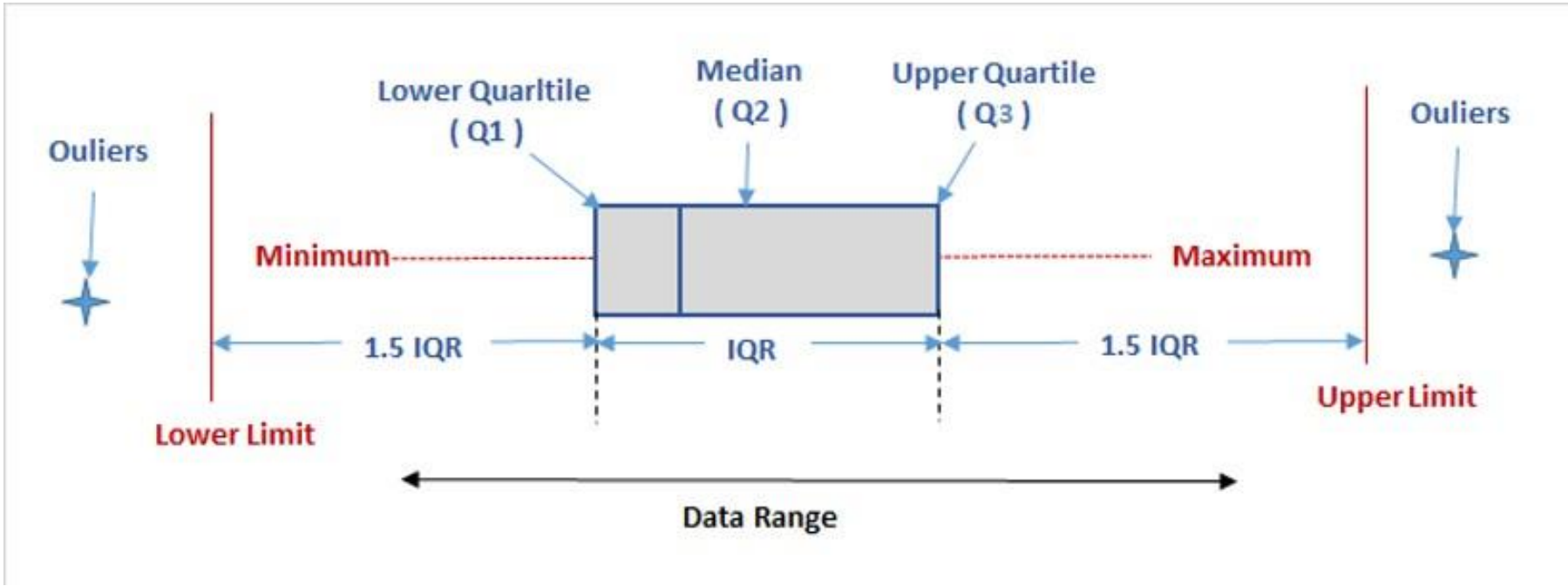
ДИАГРАММА ЯЩИК С УСАМИ (BOX-AND-WHISKER PLOT)

Ящик с усами – это диаграмма, визуализирующая основные характеристики данных.

Она состоит из:

1) **Медианы** (“центрального” значения распределения)
2) **Первой и третьей квартилей**: Q1 и Q3.
3) **Минимума и максимума**
4) **Левой и правой границ, выйдя за которые точки считаются выбросами**.

Диаграмма ящик с усами (Box-and-Whisker plot)



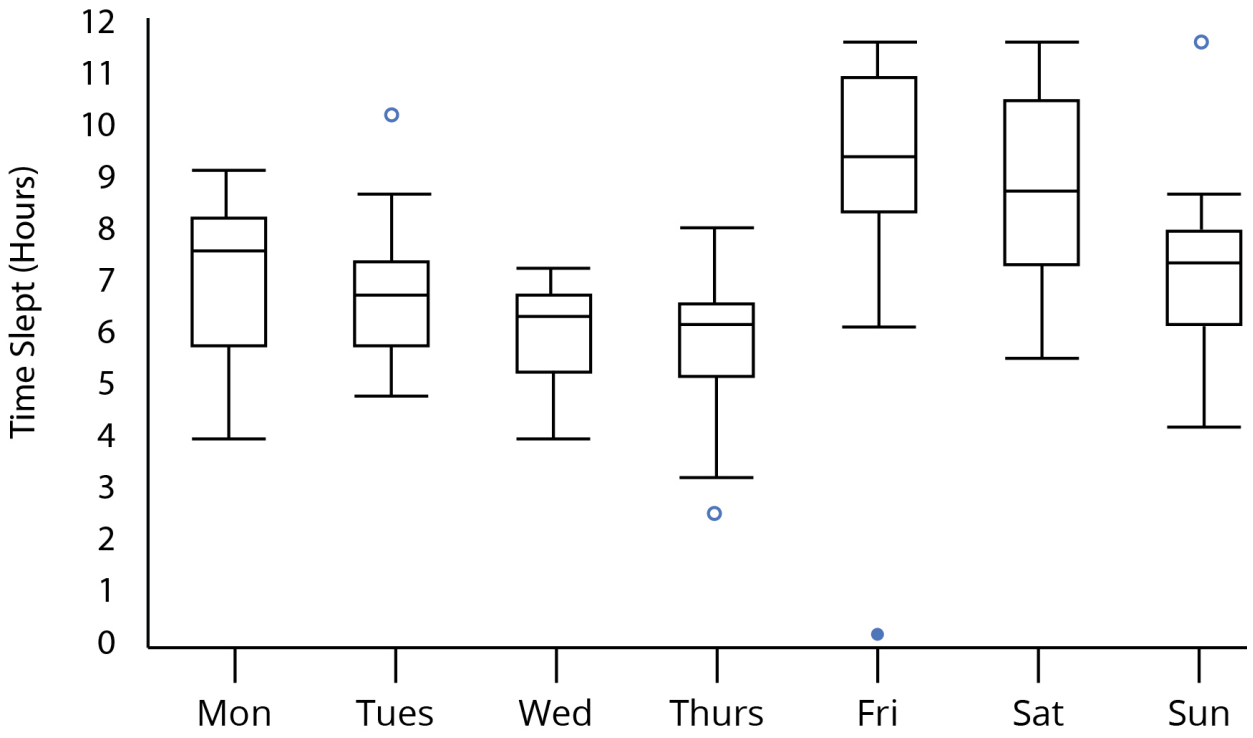
http://www.whatissixsigma.net/box-plot-diagram-to-identify-outliers/

7

ПРИМЕР: ДИАГРАММА ЯЩИК С УСАМИ

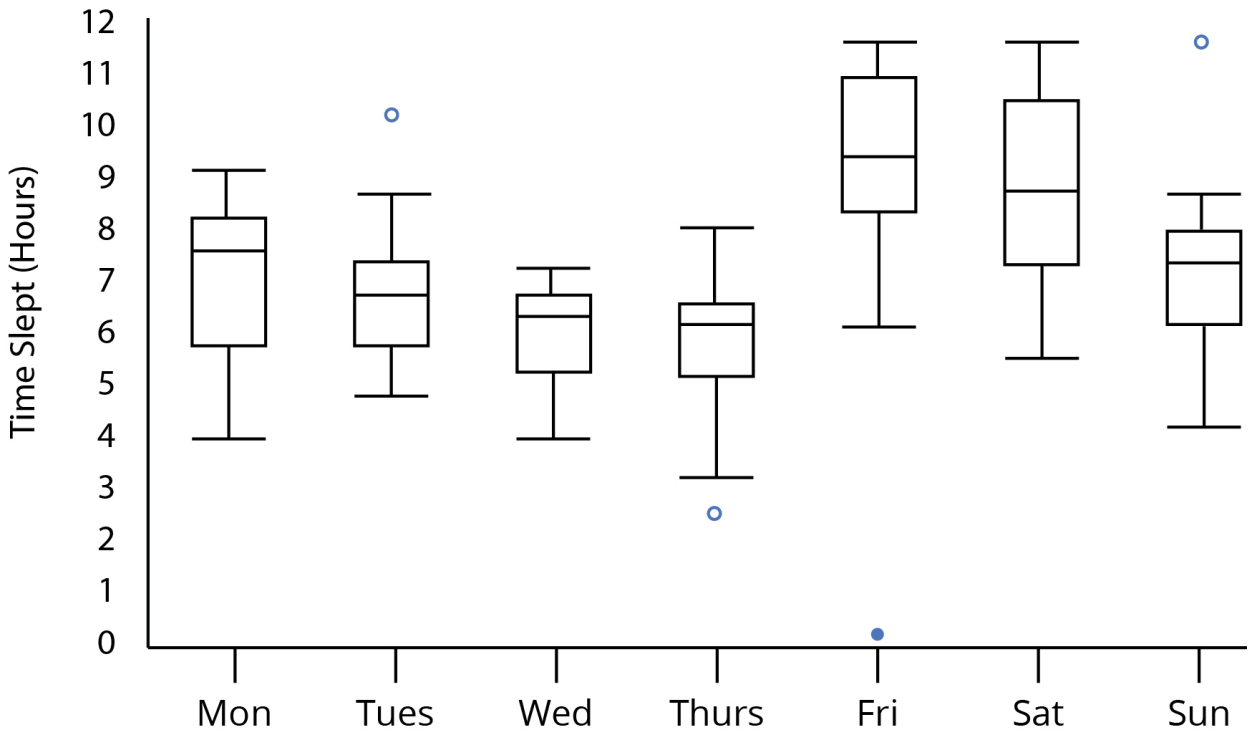
Очень легко видеть, как распределяется продолжительность сна в зависимости от дня недели.

Хорошо видны выбросы и общие тенденции.



ВОПРОС

Почему усы у каждого ящика разной длины?



СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ: НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Будем восстанавливать плотность по выборке.

Аномалии здесь – объекты в области низкой плотности.

Запишем определение плотности:

$$p(x) = \lim_{h \to 0} \frac{1}{2h} \mathbb{P}(\xi \in [x - h, x + h])$$

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ: НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Будем восстанавливать плотность по выборке.

Аномалии здесь – объекты в области низкой плотности.

Запишем определение плотности:

$$p(x) = \lim_{h \to 0} \frac{1}{2h} \mathbb{P}(\xi \in [x-h, x+h])$$

Пользуясь тем, что *P(X)=EI[X]*, а также *ЗБЧ*(сумма н.о.р.с.в. стремится к математическому ожиданию одной из этих с.в.), получаем:

$$\hat{p}(x) = \frac{1}{2h} \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} [|x - x_i| < h] = \frac{1}{\ell h} \sum_{i=1}^{\ell} \frac{1}{2} \left[\frac{|x - x_i|}{h} < 1 \right]$$

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ: НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Вместо индикатора используем некоторую гладкую функцию K (ядро):

$$\hat{p}(x) = \frac{1}{\ell h} \sum_{i=1}^{\ell} K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)$$

Ядро должно удовлетворять свойствам:

- чётность: $K(-z) = K(z)$;
- нормированность: $\int K(z)dz = 1$;
- неотрицательность: $K(z) \geqslant 0$;

Примером может быть Гауссово ядро:

$$K(z) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-0.5z^2)$$

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ: ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Параметрический подход состоит в том, что мы задаем некоторое распределение (фиксируем формулу плотности), и подбираем параметры этого распределения по выборке.

Для подбора используется метод максимума правдоподобия (ММП):

$$\sum_{i=1}^{\ell} \log p(x_i \mid \theta) \to \max_{\theta}$$

ПОИСК АНОМАЛИЙ С ПОМОЩЬЮ ML-МОДЕЛЕЙ

Идея: можно настроить модель машинного обучения так, чтобы на нормальных объектах она принимала значения, близкие к нулю (или, например, положительные значения). Тогда если прогноз на объекте сильно отличается от прогноза на обучающей выборке, то такой объект можно считать аномальным.

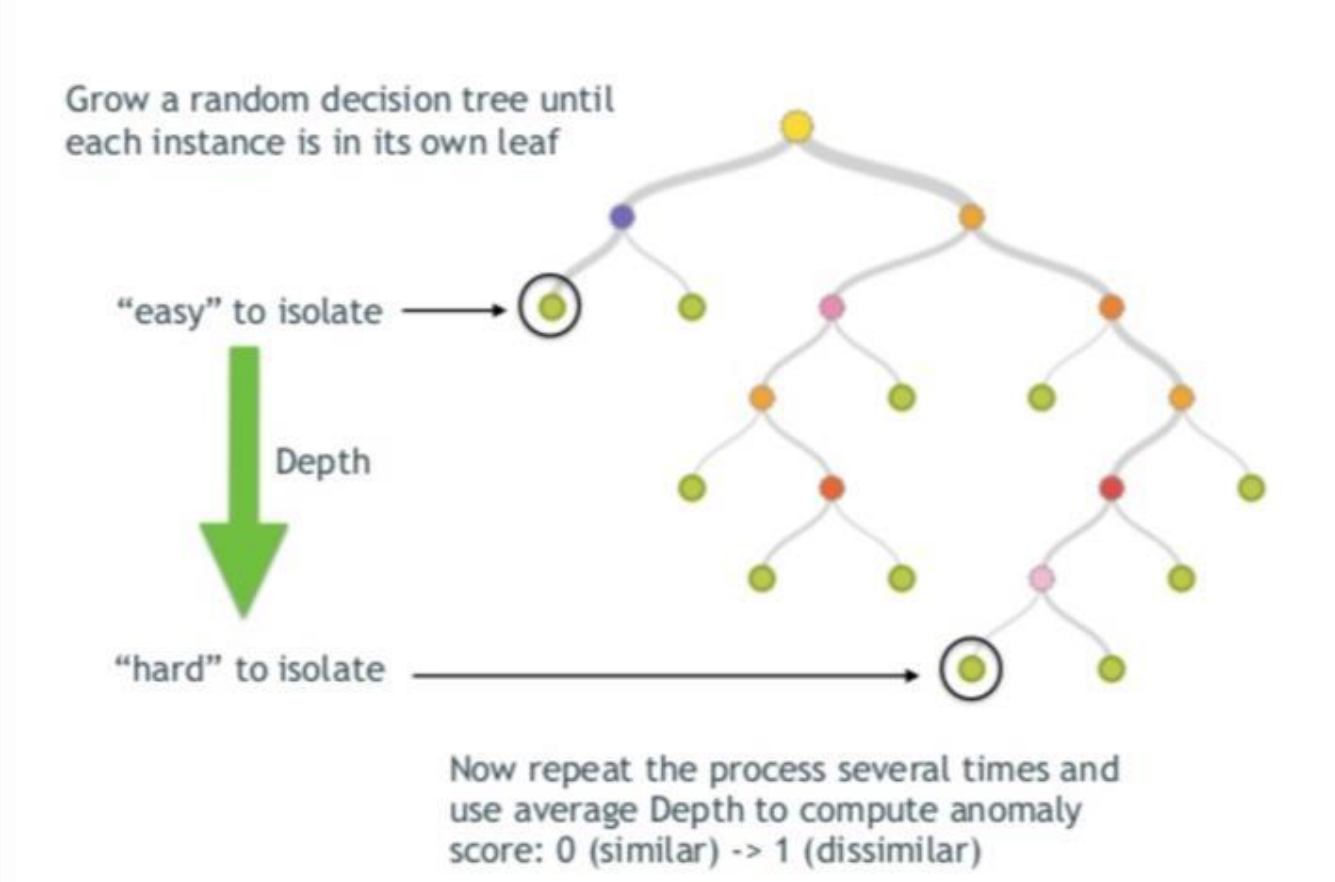
ISOLATION FOREST

- Строим лес, состоящий из N деревьев. Каждый признак и порог выбираем случайно. Останавливаемся, когда в вершине 1 объект или когда построили дерево максимальной глубины.

Идея: чем сильнее объект отличается от большинства, тем раньше он будет отделен от основной выборки случайными разбиениями => выбросы – объекты, которые оказались на небольшой глубине.

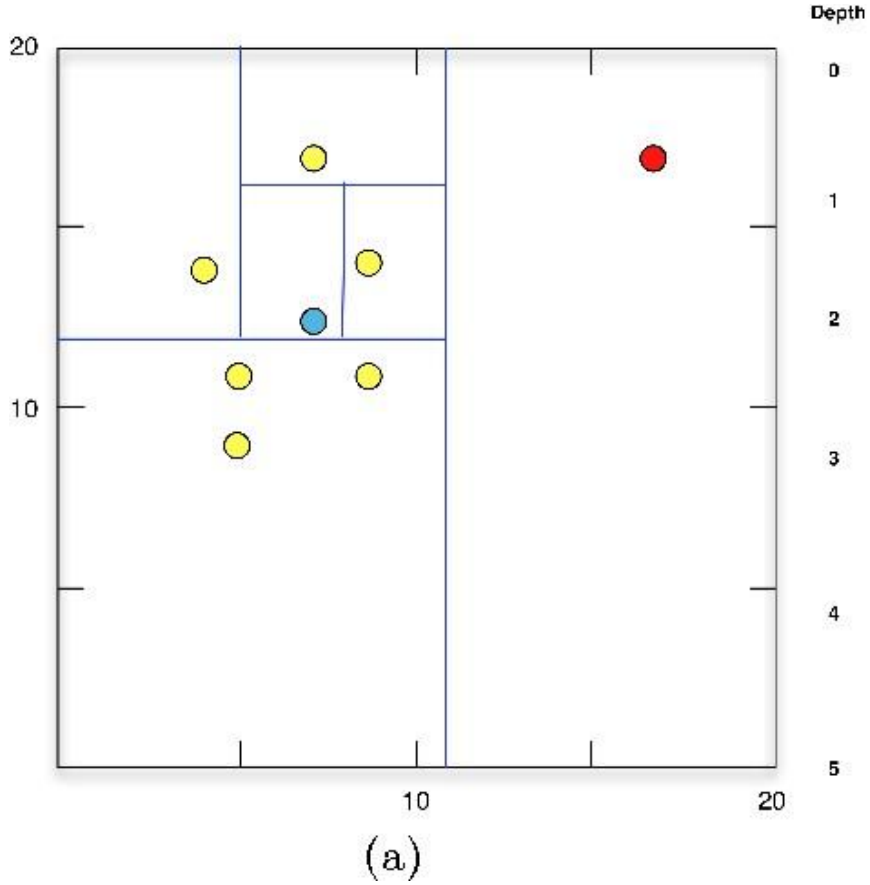
ISOLATION FOREST

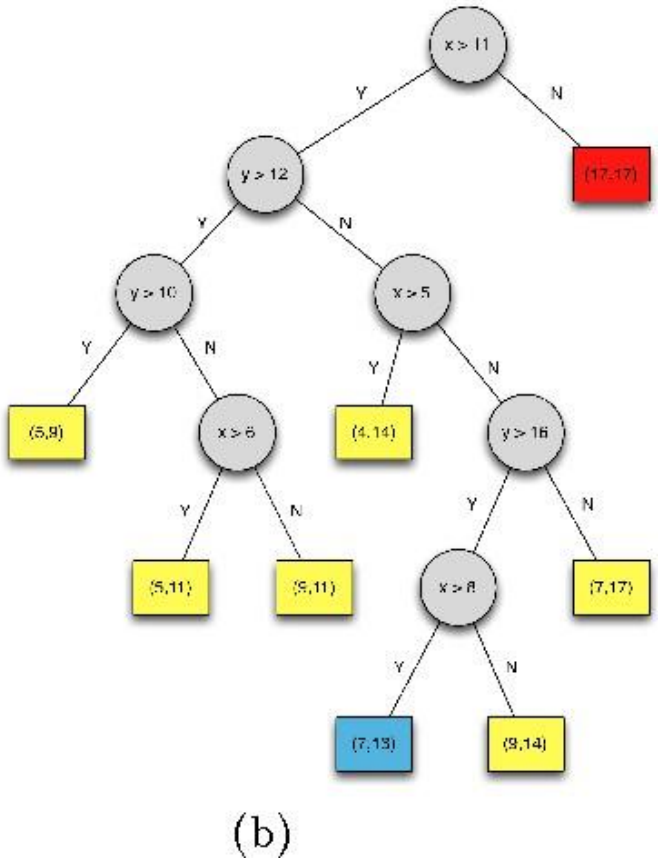
Идея: чем сильнее объект отличается от большинства, тем раньше он будет отделен от основной выборки случайными разбиениями => выбросы – объекты, которые оказались на небольшой глубине.



ISOLATION FOREST

Идея: *чем сильнее объект отличается от большинства, тем раньше он будет отделен от основной выборки случайными разбиениями => выбросы – объекты, которые оказались на небольшой глубине.*





ONE-CLASS SVM

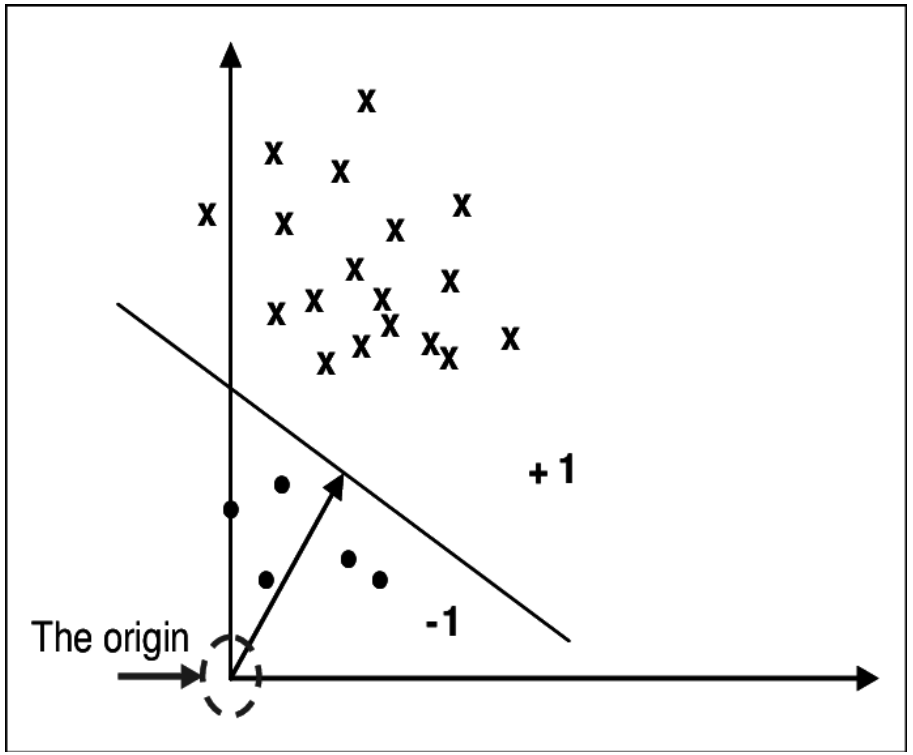
Метод строит линейную функцию $a(x) = sign(w, x)$ так, чтобы она отделяла выборку от начала координат с максимальным отступом, а именно:

- $a(x)$ отделяет как можно больше объектов выборки от нуля
- имеет большой отступ

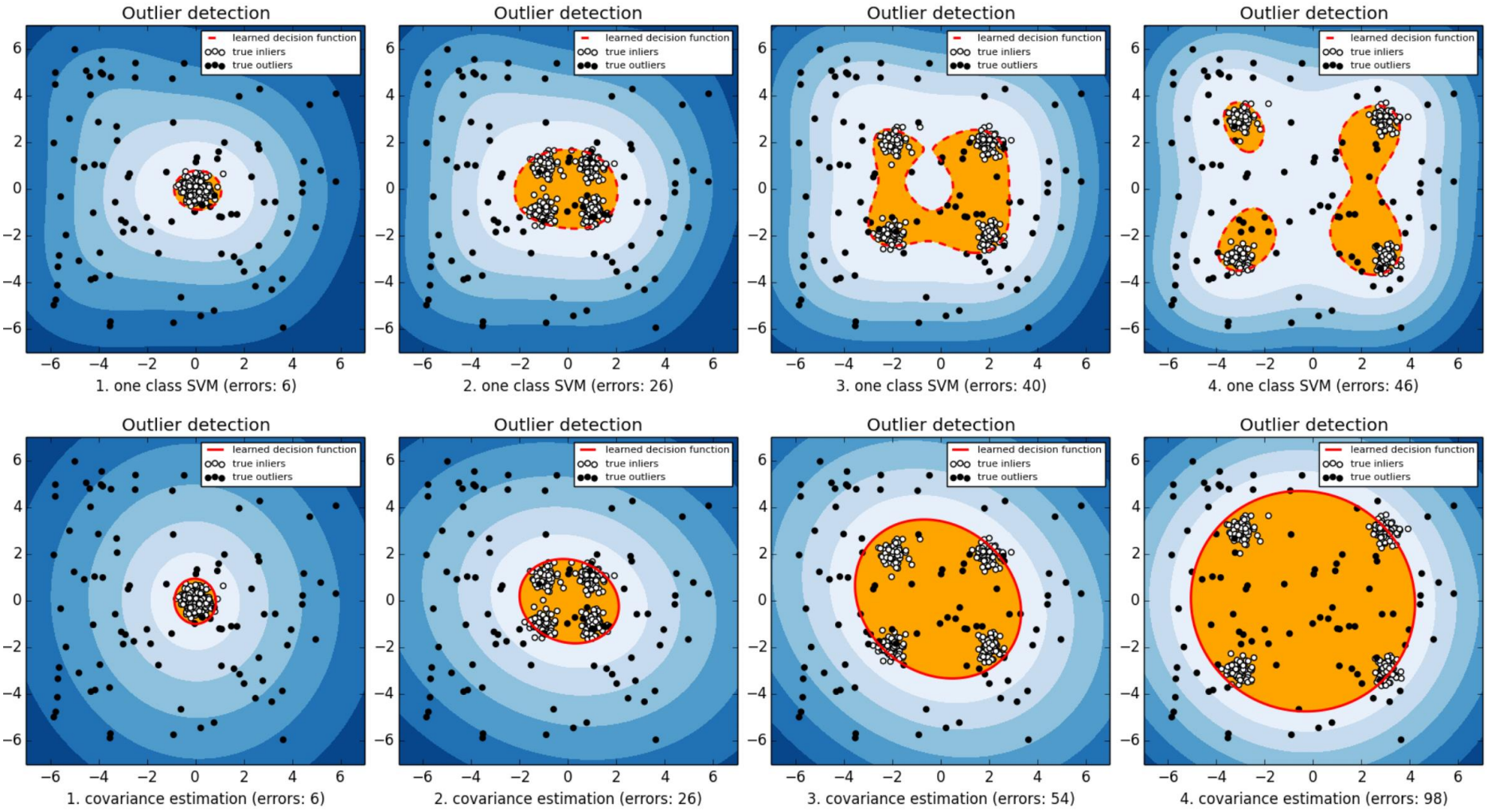
Тогда объекты с $a(x) = -1$

– это аномалии.

Начало координат здесь играет роль “другого” класса.

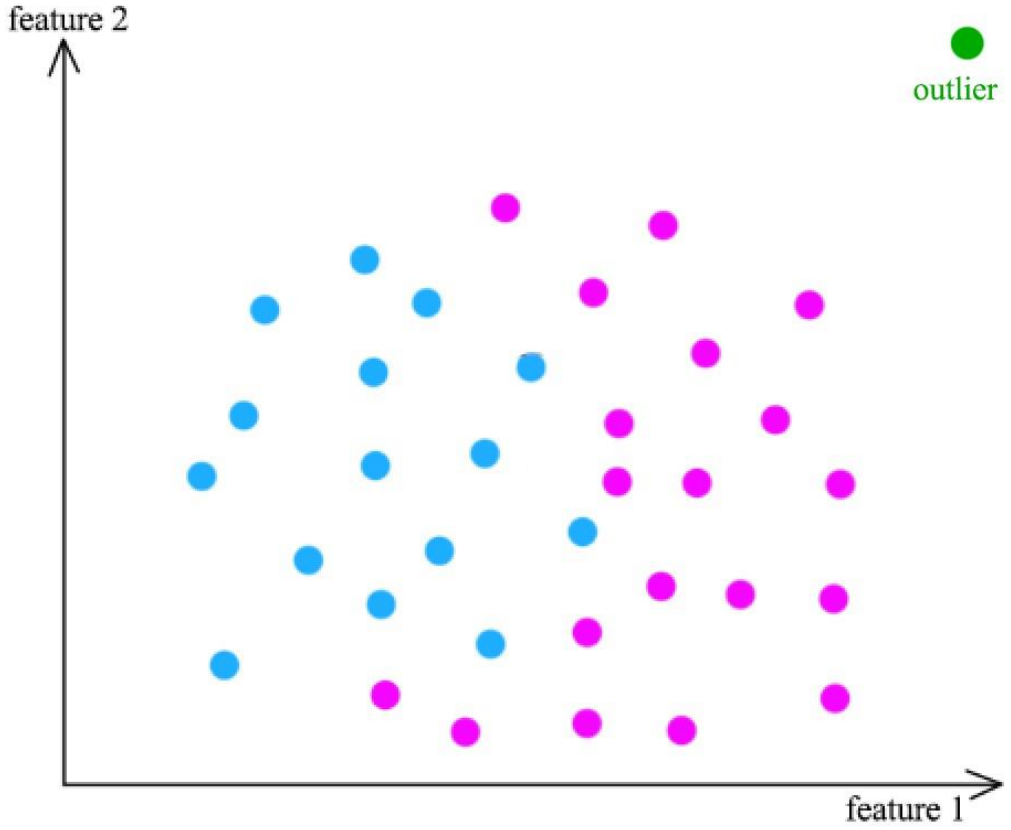


ONE-CLASS SVM с RBF-ЯДРОМ



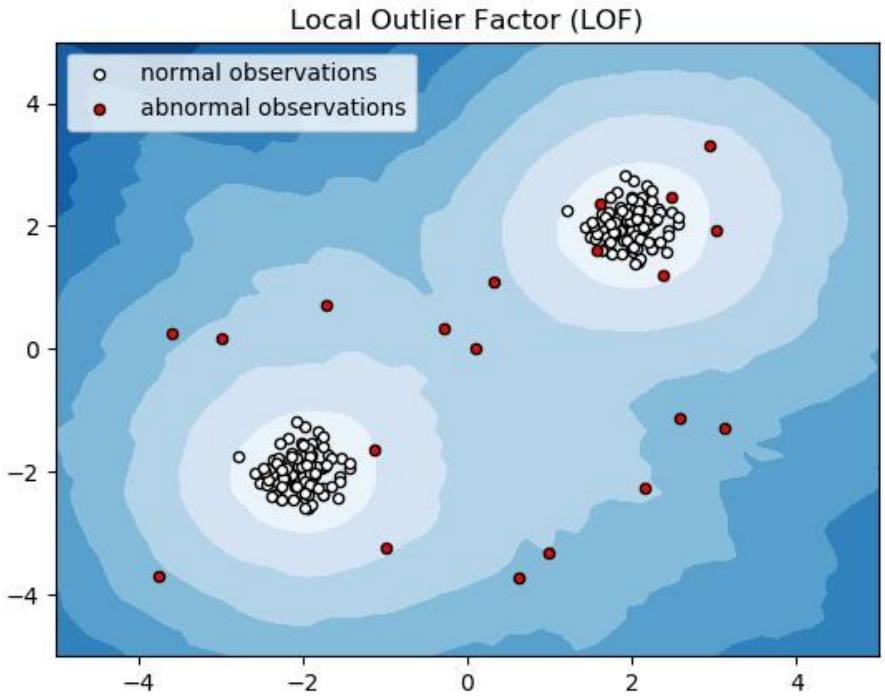
ПОИСК ВЫБРОСОВ С ПОМОЩЬЮ KNN

- Вычисляем среднее расстояние от каждой точки до её ближайших k соседей
- Точки с наибольшим средним расстоянием – выбросы



LOCAL OUTLIER FACTOR (LOF)

- Задаем плотность распределения в точке, используя k ближайших соседей
- Точки, плотность распределения в которых значительно меньше, чем у соседей – выбросы.



Алгоритм работы local-outlier factor

1️⃣ Находим k ближайших соседей

- Для каждой точки p ищем k **ближайших соседей** (обычно по евклидову расстоянию).
- k — гиперпараметр (обычно $k = 20$).

2️⃣ Вычисляем расстояние до ближайших соседей (reachability distance)

Для каждого соседа o точки p вычисляем **дистанцию достижимости**:

$$\text{reach-dist}_k(p, o) = \max(\text{k-distance}(o), \text{dist}(p, o))$$

Где:

- $\text{k-distance}(o)$ — расстояние до k-го соседа точки o.
- $\text{dist}(p, o)$ — обычное расстояние между точками.
- **Почему берём максимум?** → Чтобы избежать ситуации, когда сосед слишком близко (учёт плотности региона).

3️⃣ Считаем локальную плотность (local reachability density, LRD)

Локальная плотность точки p определяется как:

$$LRD(p) = \frac{k}{\sum_{o \in kNN(p)} \text{reach-dist}_k(p, o)}$$

Где:

- Чем **больше LRD**, тем плотнее окружение точки.
- Чем **меньше LRD**, тем больше точка выделяется из окружения (потенциальная аномалия).

4️⃣ Вычисляем Local Outlier Factor (LOF) для точки p

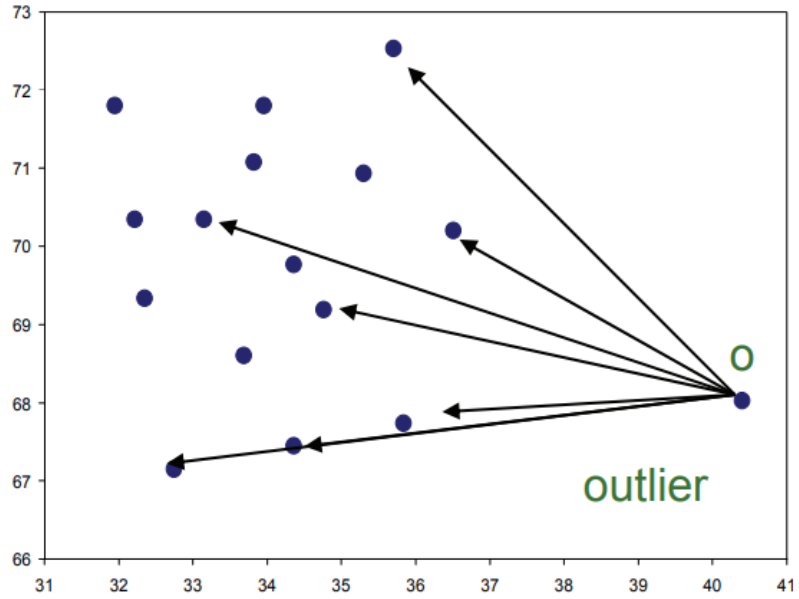
$$LOF(p) = \frac{\sum_{o \in kNN(p)} \frac{LRD(o)}{LRD(p)}}{k}$$

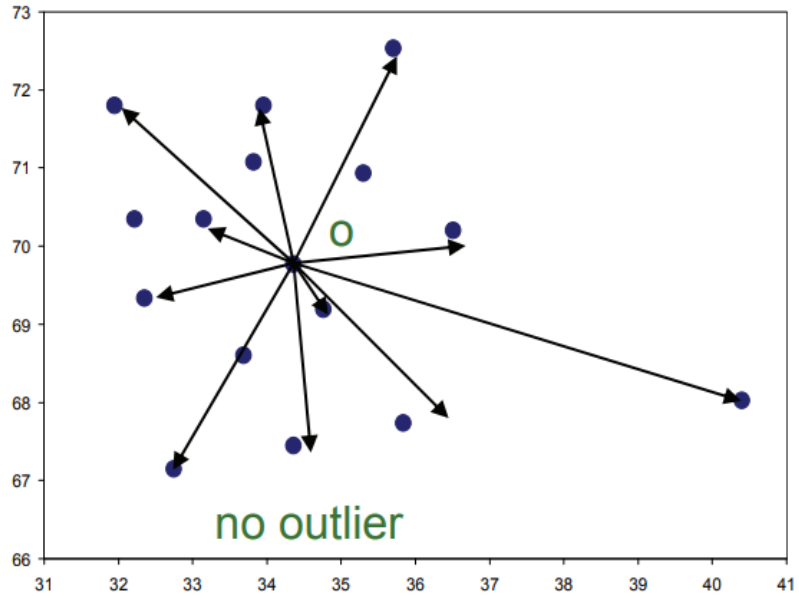
Где:

- **Если LOF ≈ 1** → точка нормально вписывается в локальную плотность.
- **Если LOF ≫ 1** → точка значительно реже встречается в локальном пространстве (аномалия!).

ABOD (Angle-Based Outlier Detection)

ABOD – это алгоритм обнаружения аномалий, который анализирует углы между векторами точек в многомерном пространстве. В отличие от других методов (например, LOF, основанного на плотности), ABOD эффективен при высоких размерностях данных, так как не требует вычисления плотности вокруг точки.





ABOD (Angle-Based Outlier Detection)

Как работает ABOD?

1. Рассчитывает углы между векторами точек
   - Для каждой точки p рассматриваются векторы, соединяющие её с другими точками в наборе
   - Углы между этими векторами используются для анализа расположения точки в пространстве
2. Оценивает дисперсию углов
   - Если точка окружена равномерно распределёнными соседями, её углы имеют низкую дисперсию → точка считается нормальной
   - Если точка находится вдалеке от большинства данных (аномалия), углы её векторов становятся более хаотичными → дисперсия углов высокая
3. Присваивает объекту anomaly score
   - Чем выше дисперсия углов, тем более вероятно, что точка является выбросом

- https://scikit-learn.org/stable/modules/outlier_detection.html
- https://github.com/yzhao062/pyod