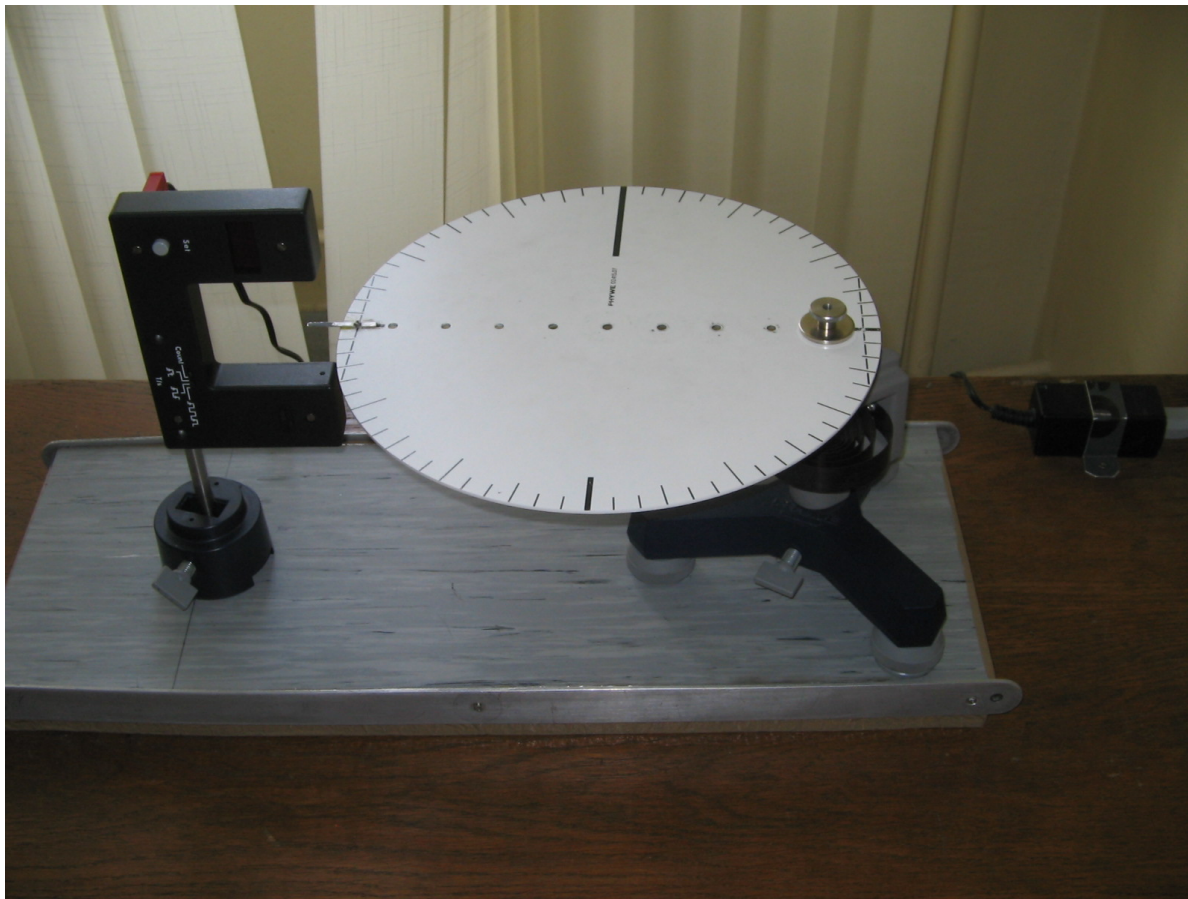


## WYZNACZANIE MOMENTU BEZWŁADNOŚCI BRYŁY SZTYWNEJ WZGLĘDEM DOWOLNEJ OSI OBROTU Z WYKORZYSTANIEM TWIERDZENIA STEINERA



### 1. Opis teoretyczny do ćwiczenia

zamieszczony jest na stronie [www.wtc.wat.edu.pl](http://www.wtc.wat.edu.pl) w dziale  
DYDAKTYKA – FIZYKA – ĆWICZENIA LABORATORYJNE.

### 2. Opis układu pomiarowego

Układ pomiarowy występuje z dwóch wariantach:

- a) mała tarcza (jak na zdjęciu powyżej): masa  $402 \text{ g} \pm 1 \text{ g}$ , zewnętrzny promień  $R = 15 \text{ cm}$ ,  
odległość między sąsiednimi otworami po  $3 \text{ cm}$ , czyli  $d$  przyjmuje kolejno wartości:  $0, 3, 6, 9, 12$ ,
- b) duża tarcza: masa  $715 \text{ g} \pm 1 \text{ g}$ , zewnętrzny promień  $R = 20 \text{ cm}$ , odległość między otworami po  $4 \text{ cm}$  z tym  
że od otworu środkowego z jednej strony kolejny otwór jest w odległości  $2 \text{ cm}$ , a z drugiej strony w odległości  
 $4 \text{ cm}$ , czyli  $d$  przyjmuje kolejno wartości:  $4, 8, 12, 16 \text{ cm}$  albo  $2, 6, 10 \text{ cm}$

### 3. Przeprowadzenie pomiarów

1. Zapoznać się z budową zestawu pomiarowego.
2. Ustawić stolik z tarczą tak, aby wystający metalowy element znalazł się idealnie pod fotokomórką.

- W laboratorium znajdują się dwa rodzaje stanowisk. Na pierwszym otwory umieszczone są co 3 cm symetrycznie po obu stronach tarczy, czyli w odległościach 3, 6, 9, 12 cm od środka masy. Natomiast na drugim co 4 cm, niesymetrycznie, z jednej strony zaczynają się 4 cm, a z drugiej 2 cm od środka tarczy i są rozmieszczone odpowiednio w odległościach 4, 8, 12, 16 cm oraz 2, 6, 10 cm od środka masy.
- Umocować tarczę na centralnym otworze i włączyć fotokomórkę.
- Obrócić tarczę o wybrany kąt (np. 90°), nacisnąć na fotokomórce przycisk SET (na wyświetlaczu pojawi się znak „...”) i puścić tarczę. Po wykonaniu przez układ pełnego drgania, odczytać na wyświetlaczu czas płowy okresu drgań  $t = T/2$ . Czynność powtórzyć minimum dziesięciokrotnie, obracając tarczę po minimum 5 razy w prawą i lewą stronę.
- Zmienić położenie osi obrotu tarczy mocując tarczę na kolejnych otworach odległych od środka masy o 3, 6, 9, 12 cm lub 4, 8, 12, 16 cm / 2, 6, 10 cm (w zależności od stanowiska) i powtórzyć czynności z punkt 3, aby zmierzyć okresy drgań dla kolejnych położań osi.

#### 4. Opracowanie wyników pomiarów

- Obliczyć dla każdego położenia osi obrotu okres drgań jako średnią arytmetyczną wielkości zmierzonych

$$\bar{T}_d = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n t_i \text{ oraz jego niepewność standardową } u(\bar{T}_d) = \sigma_{\bar{T}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (2t_i - \bar{T}_d)^2}{n(n-1)}}.$$

- Na podstawie zależności  $J = \frac{D \cdot T^2}{4\pi^2}$ , gdzie  $D$  to stała zwana modulem skręcenia lub momentem kierującym zależna od budowy mechanizmu torsyjnego (dla badanego układu  $D = 0,0255 \text{ Nm}$ ) obliczyć dla każdego położenia osi momenty bezwładności  $J_d$  wraz z niepewnościami  $u(J_d) = \left| \frac{2D \cdot \bar{T}_d}{4\pi^2} u(\bar{T}_d) \right|$ .

- Wyznaczyć niepewność względną momentu bezwładności przy obrocie wokół osi przechodzącej przez środek ciężkości  $u_r(J_d) = \frac{u(J_d)}{J_d}$  oraz niepewność poszerzoną  $U(J_d) = k \cdot u(J_d)$ , gdzie współczynnik poszerzenia  $k = 2$  dla wszystkich osi zamocowania Wyciągnąć wnioski.

- W eksperymencie  $d$  przyjmuje kolejno wartości: 0, 3, 6, 9, 12 cm lub 4, 8, 12, 16 cm / 2, 6, 10 cm (w zależności od stanowiska). Wykonać Wykres-1  $J = f(d^2)$  i nanieść punkty pomiarowe wraz z niepewnościami. Zastosować metodę najmniejszych kwadratów Gaussa i przez punkty pomiarowe przeprowadzić prostą  $y = \bar{a}x + \bar{b}$ , gdzie  $x = d^2$ ,  $y = J$ , parametry prostej oraz ich niepewności wyznaczamy z

$$\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i - n \sum_{i=1}^n (x_i y_i)}{\left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 - n \sum_{i=1}^n x_i^2} \quad u(\bar{a}) = \sigma_{\bar{a}} = \sqrt{\frac{n}{n-2} \frac{\left( \sum_{i=1}^n y_i^2 - \bar{a} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{b} \sum_{i=1}^n y_i \right)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}}$$

$$\bar{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i^2}{\left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 - n \sum_{i=1}^n x_i^2} \quad u(\bar{b}) = \sigma_{\bar{b}} = \sigma_{\bar{a}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}}$$

a także wyznaczyć współczynnik korelacji ( $0 < R^2 < 1$ ), którego wartość bliska 1 świadczy o zgodności

rozkładów punktów eksperymentalnych z wyznaczoną prostą 
$$R^2 = \frac{\left[ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \right]^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}.$$

5. Prosta aproksymowana na Wykresie-1 reprezentuje twierdzenie Steinera  $J_d = J_0 + M d^2$ , gdzie  $M$  to masa krążka,  $J_0 = \frac{1}{2} MR^2$  to moment bezwładności względem środka ciężkości,  $R$  to zewnętrzny promień krążka. Wyciągnąć wnioski na temat przebiegu prostej.

## 5. Podsumowanie

Stwierdzić czy cele ćwiczenia:

- wyznaczenie momentu bezwładności tarczy względem osi przechodzącej przez środek ciężkości;
- potwierdzenie stosowności twierdzenia Steinera; zostały osiągnięte.

Zestawić wyniki, przeanalizować uzyskane rezultaty (w tym Wykres-1), wyciągnąć wnioski.

## 6. Przykładowe pytania

1. Omówić I. zasadę Newtona dla bryły sztywnej w ruchu obrotowym.
2. Omówić II. zasadę Newtona dla bryły sztywnej w ruchu obrotowym.
3. Omówić III. zasadę Newtona dla bryły sztywnej w ruchu obrotowym.
4. Omówić metody wyznaczania moment bezwładności ciała sztywnego.
5. Omówić zasadę zachowania energii.
6. Omówić zasadę zachowania momentu pędu.
7. Omówić zasadę zachowania pędu.
8. Zdefiniować pojęcia: prędkość kątowna, przyspieszenie kątowe.
9. Zdefiniować pojęcie moment bezwładności.
10. Zdefiniować pojęcie moment siły.
11. Zdefiniować pojęcie środka ciężkości bryły sztywnej, podać sposób wyznaczania dla kartki papieru.
12. Omówić ruchu harmonicznego tłumionym.
13. Zdefiniować i podać przykłady inercjalnego i nieinercjalnego układu odniesienia.
14. Omówić twierdzenie Steinera.
15. Wykazać, czy na podstawie przeprowadzonych pomiarów można wyznaczyć masę tarczy?
16. Podać definicję przyspieszenia odśrodkowego.
17. Ile wynosi teoretyczny moment bezwładności tarczy o masie  $M$  i promieniu  $R$ ?
18. Czy można uzyskać wynik obarczony mniejszą niepewnością jeżeli wszystkie pomiary wykonamy wychylając tarczę na jedną stronę o jeden, ustalony kąt?

sprawiła mgr inż. Monika Żuchowska, 27.09.2022

Zespół w składzie

.....  
1. Wartości teoretyczne wielkości wyznaczanych lub określanych.

2. Parametry stanowiska (wartości i niepewności).

3. Pomiary i uwagi do ich wykonania.

**Stanowisko I**

Odległość od środka tarczy [cm]	Czas wychylenia w lewo					Czas wychylenia w prawo				
	t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	t <sub>3</sub>	t <sub>4</sub>	t <sub>5</sub>	t <sub>6</sub>	t <sub>7</sub>	t <sub>8</sub>	t <sub>9</sub>	t <sub>10</sub>

Niepewność pomiaru czasu .....

Data i podpis osoby prowadzącej.....