

**WOJSKOWA AKADEMIA TECHNICZNA**  
**ĆWICZENIA LABORATORYJNE Z FIZYKI 1**

prowadząc(a/y) .....

grupa ..... podgrupa ..... zespół ..... semestr letni roku akademickiego 202...../202.....

student(ka) .....

**SPRAWOZDANIE Z PRACY LABORATORYJNEJ nr 8**  
**WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA LEPKOŚCI CIECZY METODĄ STOKESA**

pomiary wykonano dnia ..... jako ćwiczenie ..... z obowiązujących 5.....

<b>OCENA ZA TEORIĘ</b>				
<i>data</i>				
<b>Podejście</b> (ostateczny termin)	<b>1</b> (zasadnicze, przed następnymi zajęciami)	<b>2</b> (poprawa, tydzień przed sesją zasad.)	<b>3</b> (poprawa, tydzień przed końcem sesji zas.)	<b>4</b> (poprawa, tydzień przed końcem sesji popr.)
<b>OCENA KOŃCOWA</b>				
<i>data</i>				

Po wykonaniu sprawozdania wypełnij poniższy **Arkusz Samokontroli** sprawdzając czy wszystkie wymagane czynności zostały wykonane wpisując znak **x** w odpowiednie kwadraty.

<b>1. Dane informacyjne</b> <input type="checkbox"/> czy na karcie tytułowej znajdują się: a. dane wykonawcy, b. numer grupy, c. tytuł ćwiczenia laboratoryjnego, d. data wykonania sprawozdania, e. oraz czy wszystkie strony są ponumerowane.	<b>2. Kompletność sprawozdania</b> <input type="checkbox"/> czy sprawozdanie zawiera: a. wstęp teoretyczny z celem ćwiczenia i krótkim opisem zagadnienia fizycznego, którego dotyczy ćwiczenie, b. kartę pomiarową z podpisem prowadzącego, c. obliczenia opatrzone wyjaśniającym opisem, d. komplet ponumerowanych i opatrzonych pełnym tytułem wykresów i tabel, e. wyniki wszystkich poleceń wymienionych w pkt. 4 instrukcji do ćwiczenia (Opracowanie wyników pomiarów).  <b>3. Poprawność obliczeń</b> <input type="checkbox"/> czy w sprawozdaniu: a. podano przykłady obliczeń wraz z rachunkiem jednostek, b. wstawione do wzoru liczby sprowadzono do tych samych jednostek (np. m, s, itp.), c. określono wszystkie wymagane niepewności pomiarowe, d. wyznaczono niepewności obliczonych wielkości, w tym składowe niepewności złożonych, e. podano wynik i jego niepewności dbając o właściwą liczbę cyfr znaczących.	<b>4. Poprawność wykresów</b> <input type="checkbox"/> czy wykresy: a. wykonano na papierze milimetrowym, b. skale osi dobrano tak, aby wykres wypełniał większość obszaru arkusza, c. opisano osie wraz z jednostkami np. okres $T$ [s], długość wahadła $L$ [cm], d. naniesiono punkty pomiarowe i ich niepewności jeśli są widoczne w skali rysunku, e. dokonano aproksymacji wyników krzywą (ale nie linią łamaną), dla prostej podano jej równanie. <b>5. Poprawność tabel</b> <input type="checkbox"/> czy w tabelach: a. dane pomiarowe opatrzone są mianem (jednostką) – w nagłówkach kolumn, b. właściwie określono liczbę cyfr znaczących dla danych zawartych w tabelach. <b>6. Podsumowanie</b> <input type="checkbox"/> czy w podsumowaniu i wnioskach: a. podano wynik końcowy wraz z jego niepewnością z właściwą liczbą cyfr znaczących i jednostką, b. oceniono wpływ rodzaju błędów pomiarowych na wynik końcowy, c. zawarto wnioski dotyczące przebiegu i oceny pomiarów (np. porównanie z literaturą).
---	---	---

	<b>Gliceryna</b>	<b>Olej rzepakowy</b>
L.p.	Czas opadania t [...]	Czas opadania t [...]
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
	Wysokość opadania L [...]	Wysokość opadania L [...]
Lew.		
Środ.		
Praw.		

Niepewność maks. pomiaru czasu t	Niepewność maks. pomiaru wysokości L	Temperatura	Niepewność maks. pomiaru temperatury
	<b>Rura z pleksi</b>	<b>Kulka stalowa</b>	Kulka stalowa pomiar
średnica	<b>44,0 mm</b>	<b>4,00 mm</b>	
niepewność maks. pomiaru	<b>0,5 mm</b>	<b>0,02 mm</b>	

Data i podpis osoby prowadzącej .....

## WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA LEPKOŚCI CIECZY METODĄ STOKESA

### 1. Opis teoretyczny do ćwiczenia

został podzielony na:

I. Lepkość cieczy i gazów

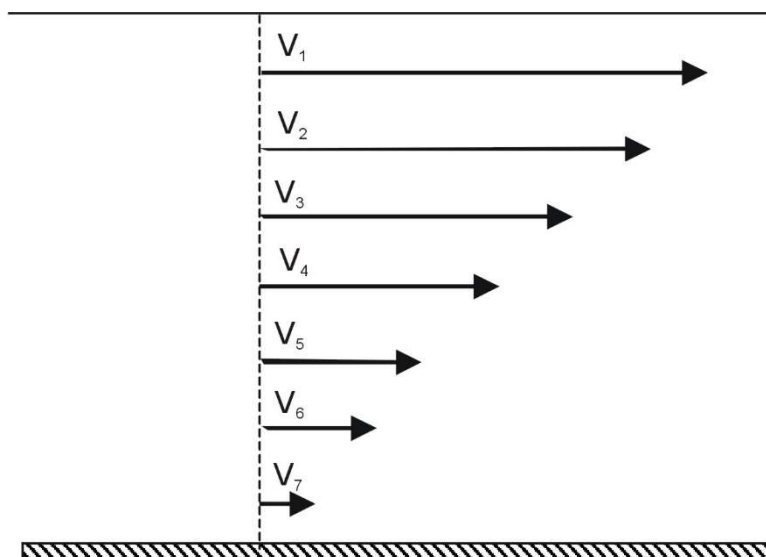
II. Lepkości cieczy podczas ruchu względem  
nieruchomych ścianek naczynia

III. Lepkość podczas ruchu ciała względem  
nieruchomej cieczy



## I. Lepkość cieczy i gazów

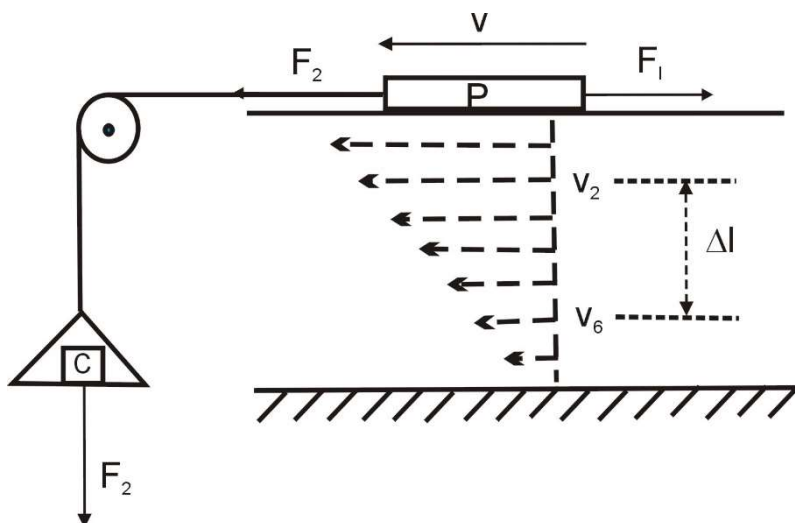
Przepływ cieczy rzeczywistej charakteryzuje zawsze pewien poślizg jej warstewek. Gdy na przykład ciecz spływa po nachylonej gładkiej powierzchni, to jej warstewki znajdujące się blisko dna płyną wolniej niż warstewki znajdujące się bliżej jej powierzchni (rys. I.1). Najszybciej porusza się warstwa powierzchniowa cieczy, natomiast warstwa przylegająca bezpośrednio do dna nie porusza się wcale.



Rys. I.1. Poślizg powierzchni wewnętrznych cieczy przy jej przepływie.

Ponieważ w cieczach rzeczywistych istnieją siły międzycząsteczkowe (siły van der Waalsa), takim poślizgom towarzyszy opór poślizgu zwany tarcie wewnętrzne lub oporem lepkości. Lepkość jest to właściwość cieczy i gazów polegająca na powstawaniu w nich naprężeń stycznych zależnych od prędkości przesuwania się warstw cieczy.

Zasadę pomiaru oporu lepkości cieczy przedstawia rys. I.2. Na płycie D została rozlana warstwa cieczy, na której spoczywa płytka P. Płytkę wykonana jest z materiału, który badana ciecz zwilża tzn. płytkę pokrywa przylegająca warstewka cieczy. Szalka z ciężarkiem C wprawia płytkę w ruch (działa siła  $\vec{F}_2$ ). Siła  $\vec{F}_2$  przeciwstawia się siła tarcia wewnętrznego cieczy  $\vec{F}_1$ , gdyż płytka pociąga za sobą najbliższą przylegającą warstewkę cieczy, a ta z kolei pociąga z nią sąsiadującą położoną pod nią itd. (dzieje się tak, gdyż działają przyciągające siły cząsteczkowe między cząsteczkami cieczy, jak i między cząsteczkami cieczy i cząsteczkami płytki i podłoża). W ten sposób warstewki górne poruszają się szybciej niż warstewki dolne. Między warstewkami cieczy występuje zatem tarcie. Mówimy tu o tarcu wewnętrznym cieczy oraz współczynniku tarcia wewnętrznego cieczy zwanego współczynnikiem lepkości cieczy, który ilościowo opisuje powyższe zjawisko. Zjawisku towarzyszy określony gradient prędkości  $dv/dl$ , co widać na rysunku I.2.



Rys. I.2. Zasada pomiaru współczynnika lepkości cieczy.

Eksperymentalnie możemy tak dobrać ciężarek C, aby płytka P poruszała się ruchem jednostajnym i wówczas zachodzi warunek  $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$ . W ten sam sposób można wyznaczyć wielkość siły  $\vec{F}_1$ . Na bazie takich doświadczeń ustalono, że siła  $\vec{F}_1$  jest proporcjonalna do powierzchni  $S$  płytki oraz do gradientu prędkości  $dv/dl$ . Wyraża to wzór:

$$F_1 = \eta S \frac{dv}{dl} \quad (\text{I.1})$$

gdzie  $\eta$  jest współczynnikiem lepkości (zwanym również lepkością dynamiczną), charakteryzującym ilościowo wielkość wzajemnego oddziaływania cząsteczek w danej cieczy.

Jednostką współczynnika lepkości w układzie SI jest  $\frac{N}{m^2} s$ , czyli paskalosekunda (Pa·s). Stosuje się też zwyczajowo jednostkę zwaną puaz (skrót P) od nazwiska francuskiego badacza Poiseuille'a. Pomiedzy tymi jednostkami zachodzi związek  $1 \text{ Pa} \cdot \text{s} = 10 \text{ P}$ . Współczynnik lepkości zależy nie tylko od rodzaju cieczy, ale również od temperatury. Lepkość dynamiczna wody w temperaturze  $20^\circ\text{C}$  jest bardzo bliska wartości 1 centypuaza ( $1 \text{ cP} = 1 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ ). Ze wzrostem ruchu termicznego cząsteczek siły międzycząsteczkowe słabną, a więc również maleje  $\eta$ . Zależność  $\eta = f(T)$  jest zależnością wykładniczą, co można zapisać:

$$\eta = A e^{BT} \quad (\text{I.2})$$

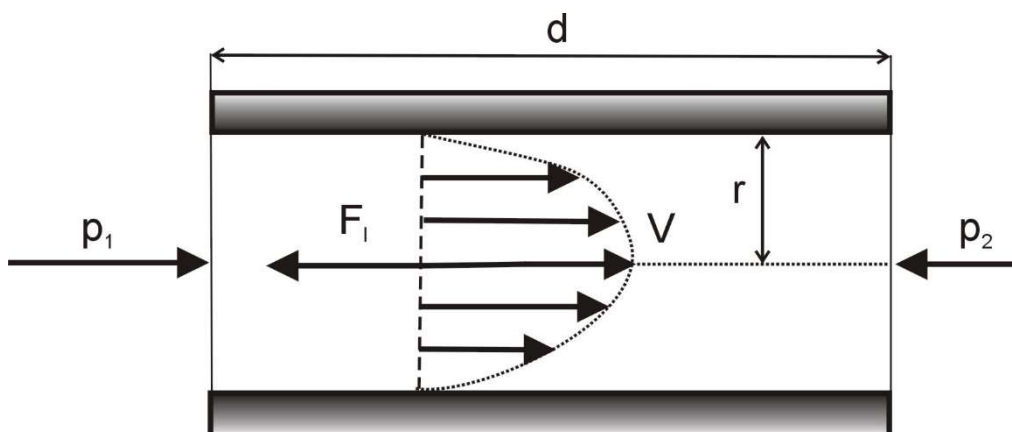
gdzie:  $A$  i  $B$  – stałe charakteryzujące daną ciecz są wyznaczone eksperymentalnie,

$T$  – temperatura [K].

Zjawisko tarcia wewnętrznego cieczy występuje w dwóch przypadkach:

- podczas ruchu cieczy względem nieruchomych ścianek naczynia,
- podczas ruchu ciała względem nieruchomej cieczy.

## II. Lepkości cieczy podczas ruchu względem nieruchomych ścianek naczynia



Rys. II.1. Rozkład prędkości laminarnego przepływu cieczy w rurce.

Rysunek II.1 przedstawia rozkład prędkości przy laminarnym przepływie cieczy przez rurkę. W przepływie laminarnym (czyli warstwowym) cieczy, poszczególne jej warstewki charakteryzujące się stałymi prędkościami ruchu trą o siebie, ale nie zaburzają wzajemnie swojego ruchu. Nie ma wymiany cząsteczek między warstwami.

Chcąc pokonać opór lepkości cieczy  $\vec{F}_1$  należy zastosować różnicę ciśnień  $\Delta p = p_1 - p_2$  między jednym końcem rurki a drugim i tylko wówczas możemy obserwować wypływ cieczy z cienkiej rurki. Objętość  $V$  cieczy wypływającej z cienkiej rurki w czasie  $t$  można znaleźć stosując zasadnicze równanie lepkości:

$$F_1 = \eta S \frac{dv}{dr} \quad (\text{II.1})$$

gdzie  $\eta$  - współczynnik lepkości,

$S$  - powierzchnia ścianek

$dv/dr$  - gradient prędkości.

oraz znany w tym wypadku paraboliczny rozkład prędkości (rys. II.1).

$$V = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta d} t \quad (\text{II.2})$$

gdzie:  $d$  – długość rurki (kapilary),

$r$  – promień rurki.

Wzór ten wyraża prawo Poiseuille'a opisujące laminarny przepływ cieczy przez cienkie rurki. Prawo to często przedstawia się w powiązaniu ze średnią prędkością wypływu cieczy z rurki. Stosując tę wielkość można objętość cieczy wypływającej z rurki

(o przekroju poprzecznym  $\pi r^2$ ) w ciągu jednej sekundy wyrazić wzorem:

$$\frac{V}{t} = \pi r^2 \bar{v} \quad (\text{II.3})$$

gdzie:  $\bar{v}$  jest średnią prędkością laminarnego przepływu cieczy.

Korzystając z zależności (II.3) i ze wzoru (II.2) otrzymujemy wyrażenie na średnią prędkość przepływu cieczy

$$\bar{v} = \frac{r^2 \Delta p}{8 \eta d} \quad (\text{II.4})$$

Średnia prędkość przepływu cieczy przez ciekłą rurkę jest wprost proporcjonalna do różnicy ciśnień i kwadratu promienia rurki, a odwrotnie proporcjonalna do jej długości i lepkości dynamicznej cieczy.

Powyższe wzory są słuszne jedynie dla przepływu laminarnego. Dlatego też ważne jest kryterium przepływu laminarnego cieczy. Jest nim wartość liczby Reynoldsa zdefiniowana wyrażeniem:

$$Re = \frac{2 r \bar{v} \rho}{\eta} \quad (II.5)$$

gdzie  $\rho$  oznacza gęstość cieczy.

Jeżeli wartość  $Re$  jest mniejsza od pewnej wartości krytycznej ( $Re < Re_{kr}$ ), to mamy do czynienia z przepływem warstwowym, w przeciwnym razie z przepływem burzliwym. Dla przepływu cieczy przez rurkę  $Re_{kr} = 2300$ .

Przeprowadzając pomiar współczynnika lepkości metodą porównawczą porównujemy ciecz o nieznanym  $\eta$  z cieczą wzorcową o znanym  $\eta = \eta_o$  (zazwyczaj wodą destylowaną). W tym celu wystarczy zmierzyć czas przepływu równych objętości obu cieczy przez taką samą rurkę (kapilarę) w jednakowych warunkach. Porównując wzór Poiseuille'a (II.2) dla cieczy wzorcowej:

$$V = \frac{\pi r^4 \Delta p_o}{8 \eta_o d} t_o \quad (II.6)$$

ze wzorem dla cieczy badanej

$$V = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta d} t \quad (II.7)$$

otrzymujemy:

$$\eta = \eta_o \frac{\Delta p t}{\Delta p_o t_o} \quad (II.8)$$

Jeżeli przepływ cieczy w rurce zachodzi pod wpływem własnego ciężaru (jak w wiskozymetrze Ostwalda), to różnice ciśnień wynoszą odpowiednio:

$$\Delta p_o = \rho_o \cdot g \cdot h_{sr} \quad \text{ i } \quad \Delta p = \rho \cdot g \cdot h_{sr} \quad (II.9)$$

gdzie:  $\rho$  – gęstość cieczy badanej

$\rho_o$  – gęstości cieczy wzorcowej,

$h_{sr}$  – średnia wysokość słupa cieczy podczas pomiaru, taka sama dla obu cieczy.

Stąd:

$$\eta = \eta_o \frac{\rho t}{\rho_o t_o} \quad (II.10)$$

### III. Lepkość podczas ruchu ciała względem nieruchomej cieczy

Każde ciało poruszające się w cieczy pociąga za sobą, dzięki istnieniu sił międzycząsteczkowych, sąsiadujące z nim warstewki. Zobrazować to można na przykładzie kulki poruszającej się w cieczy. Kulka unosi ze sobą warstwę przylegającego płynu, a ten na skutek zjawiska tarcia wewnętrznego wprawia w ruch następne warstwy. Im dalej położona jest warstewka, tym uzyskuje mniejszą prędkość. W ogólnym przypadku siła oporu  $F_T$ , jaką płyn stawia poruszającemu się ciału jest proporcjonalna do wielkości ciała i zależy od jego kształtu, prędkości ruchu kulki  $v$  oraz od współczynnika  $\eta$  określającego lepkość ośrodka, w którym odbywa się ruch, co można wyrazić wzorem:

$$\vec{F}_T = -k \cdot a \cdot \eta \cdot \vec{v} \quad (\text{III.1})$$

gdzie:  $k$  – współczynnik proporcjonalności zależny od kształtu ciała,  
 $a$  – wielkość charakteryzująca wymiary ciała.

We wzorze pojawia się minus, gdyż siła oporu skierowana jest przeciwnie niż wektor prędkości ciała. W przypadku ciała o kształcie kuli o promieniu  $r$  powyższy wzór przyjmuje postać:

$$\vec{F}_T = -6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot \vec{v} \quad (\text{III.2})$$

Zależności wyrażone równaniami (III.1) i (III.2) noszą nazwę prawa Stokesa. Zasadniczą cechą tego prawa to proporcjonalność oporu lepkości do prędkości ruchu  $\vec{v}$ .

Wzór (III.2) jest słuszny, gdy kulka porusza się w nieograniczonej objętości cieczy. W przypadku, gdy ruch kulki odbywa się wzdłuż osi cylindra o wewnętrznym promieniu  $R$ , pojawia się dodatkowe hamowanie ruchu kulki na wskutek zachodzenia dodatkowego tarcia poruszających się warstw cieczy (pociąganych przez kulkę) o nie poruszającą się warstwę cieczy zwilżającą cylinder. Im ścianka cylindra znajduje się bliżej poruszającej się kulki, tym efekt ten jest silniejszy. Zależy on od stosunku promieni  $r/R$ . Po uwzględnieniu tej poprawki wzór (III.2) przyjmuje postać:

$$\vec{F}_T = -6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot \vec{v} \cdot \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right) \quad (\text{III.3})$$

Ponieważ gęstość materiału kulki  $\rho_K$  jest większa od gęstości cieczy  $\rho_C$ , obserwujemy opadanie kulki zanurzonej w cieczy w polu grawitacyjnym Ziemi.

Na kulkę podczas jej ruchu działają trzy siły:

1. siła ciężkości kulki skierowana w dół

$$\vec{F}_G = \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_K\right) g \quad (\text{III.4})$$

2. siła wyporu cieczy skierowana do góry

$$\vec{F}_W = \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_C\right) g \quad (\text{III.5})$$

3. siła Stokesa wyrażona wzorem (III.3) i skierowana przeciwnie do ruchu kulki, a więc ku górze.

Siła wypadkowa działająca na kulkę jest sumą powyższych sił:

$$\vec{F} = \vec{F}_G + \vec{F}_W + \vec{F}_T \quad (\text{III.6})$$

Uwzględniając wyrażenia (III.3), (III.4) i (III.5) oraz kierunki działania sił można zapisać wzór na wartość bezwzględnej siły wypadkowej w postaci:

$$F = \frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho_K - \rho_C) - 6 \pi r \eta v \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right) \quad (\text{III.7})$$



Dla prędkości  $v = 0$  jest ona największa. Pod jej działaniem kulka będzie opadać coraz szybciej. Ale ponieważ w miarę wzrostu prędkości siła  $F$  maleje, w pewnej chwili osiągnie ona wartość zero i od tej chwili kulka porusza się już ruchem jednostajnym (ze stałą prędkością zwaną dalej graniczną  $v_{gr}$ ). Kładąc we wzorze (III.7)  $F = 0$  po przekształceniach otrzymujemy wzór na współczynnik lepkości cieczy:

$$\eta = \frac{2 r^2 g (\rho_K - \rho_C)}{9 \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right) v_{gr}} \quad (\text{III.8})$$

Prędkość  $v_{gr}$  można łatwo wyznaczyć przez pomiar czasu opadania kulki  $t$  na określonej drodze  $L$  w czasie jej ruchu jednostajnego:  $v_{gr} = \frac{L}{t}$ , co daje ostatecznie wyrażenie:

$$\eta = \frac{2 r^2 t g (\rho_K - \rho_C)}{9 L \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right)} \quad (\text{III.9})$$

Wyznaczanie współczynnika lepkości metodą Stokesa polega na bezpośrednim pomiarze wszystkich wielkości występujących po prawej stronie powyższego wzoru.

## 2. Opis układu pomiarowego

Przyrząd do pomiaru współczynnika lepkości cieczy  $\eta$  składa się z cylindra z plexi napelnionego badaną cieczą, na którym znajdują się dwa poziome paski (uchwyty) położone w odległości  $L$  jeden od drugiego. Górny pasek musi być umieszczony w wystarczająco dużej odległości od powierzchni cieczy, aby zagwarantować jednostajny ruch kulki. Odległość między paskami mierzy się przymiarem metrowym.

W ćwiczeniu używamy kulek stalowych, których średnicę  $2r$  mierzy się śrubą mikrometryczną lub suwmiarką. Kulkę należy wrzucić do cylindra o średnicy wewnętrznej  $2R$  w celu wykonania pomiaru czasu opadania  $t$ . Czas opadania kulki mierzymy stoperem ręcznym lub stoperem ze smartfonu. Średnica wewnętrzna rury z plexi wynosi  $(44,0 \pm 0,5)$  mm, a średnica kulek stalowych  $(4,00 \pm 0,02)$  mm.

W przypadku pomiarów odległości, a szczególnie przy użyciu śruby mikrometrycznej, należy zastanowić się, czy uzyskanych wartości nie należy skorygować o pewną stałą wynikającą z kalibracji urządzenia.

Zestawienie wartości teoretycznych wielkości wyznaczanych:

olej rzepakowy (świeży, niespolimeryzowany):

- w 20°C gęstość  $0,886 \text{ g/cm}^3$ , lepkość dynamiczna  $66 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ ;
- w 40°C gęstość  $0,884 \text{ g/cm}^3$ , lepkość dynamiczna  $54 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ ;

Po polimeryzacji pod wpływem światła olej rzepakowy wykazuje większą lepkość. W przypadku pomiaru w innej temperaturze niż podane powyżej lepkość należy wyznaczyć z proporcji.

Zestawienie wartości teoretycznych wielkości stosowanych :

- gęstość w warunkach normalnych (bez niepewności): ołowiu  $11,350 \text{ g/cm}^3$ ;
- gęstość w warunkach normalnych (bez niepewności): stali  $7,875 \text{ g/cm}^3$ ;
- przyspieszenie grawitacyjne (bez niepewności): standardowe  $9,8066 \text{ ms}^{-2}$ , Gdańsk  $9,8145 \text{ ms}^{-2}$ , Kraków  $9,8105 \text{ ms}^{-2}$ , Poznań  $9,8133 \text{ ms}^{-2}$ , Warszawa  $9,8123 \text{ ms}^{-2}$ , ...

Źródło tabeli: Ch. D. Hodgman, *Handbook of Chemistry and Physics*, 40th edition, Chemical Rubber Publishing Co., Cleveland, Ohio 1959.

Lepkość, gęstość i stężenie wodnego roztworu gliceryny

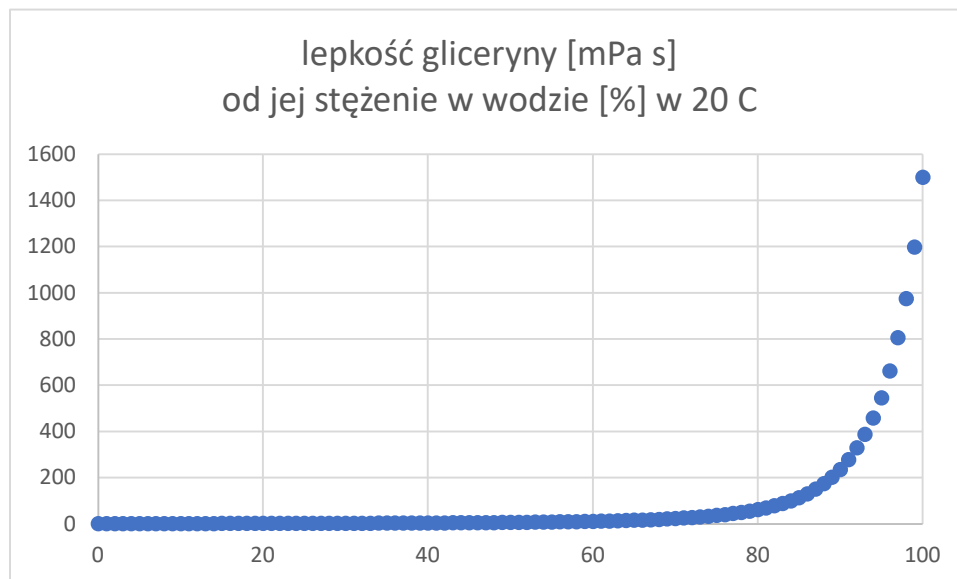
Gęstość [g/cm <sup>3</sup> ]	Stężenie gliceryny [%]	Lepkość roztworu [mPa s]			Gęstość [g/cm <sup>3</sup> ]	Stężenie gliceryny [%]	Lepkość roztworu [mPa s]		
		20 °C	25 °C	30 °C			20 °C	25 °C	30 °C
<b>1,00000</b>	<b>0</b>	<b>1,005</b>	<b>0,893</b>	<b>0,800</b>	1,12995	51	6,396	5,319	4,467
1,00235	1	1,029	0,912	0,817	1,13265	52	6,764	5,597	4,709
1,00475	2	1,055	0,935	0,836	1,13540	53	7,158	5,910	4,957
1,00710	3	1,083	0,959	0,856	1,13815	54	7,562	6,230	5,210
1,00950	4	1,112	0,984	0,877	1,14090	55	7,997	6,582	5,494
1,01185	5	1,143	1,010	0,900	1,14365	56	8,482	6,963	5,816
1,01425	6	1,175	1,037	0,924	1,14640	57	9,018	7,394	6,148
1,01660	7	1,207	1,064	0,948	1,14915	58	9,586	7,830	6,495
1,01900	8	1,239	1,092	0,972	1,15185	59	10,25	8,312	6,870
1,02135	9	1,274	1,121	0,997	1,15460	60	10,96	8,823	7,312
1,02370	10	1,311	1,153	1,024	1,15735	61	11,71	9,428	7,740
1,02620	11	1,350	1,186	1,052	1,16010	62	12,52	10,11	8,260
1,02865	12	1,390	1,221	1,082	1,16285	63	13,43	10,83	8,812
1,03110	13	1,431	1,256	1,112	1,16560	64	14,42	11,57	9,386

1,03360	14	1,473	1,292	1,143	1,16835	65	15,54	12,36	10,02
1,03605	15	1,517	1,331	1,174	1,17110	66	16,73	13,22	10,68
1,03850	16	1,565	1,370	1,207	1,17385	67	17,96	14,18	11,45
1,04100	17	1,614	1,411	1,244	1,17660	68	19,40	15,33	12,33
1,04345	18	1,664	1,453	1,281	1,17935	69	21,07	16,62	13,27
1,04590	19	1,715	1,495	1,320	1,18210	70	22,94	17,96	14,32
1,04840	20	1,769	1,542	1,360	1,18480	71	25,17	19,53	15,56
1,05095	21	1,829	1,592	1,403	1,18755	72	27,56	21,29	16,88
1,05350	22	1,892	1,644	1,447	1,19025	73	30,21	23,28	18,34
1,05605	23	1,957	1,699	1,494	1,19295	74	33,04	25,46	19,93
1,05860	24	2,025	1,754	1,541	1,19565	75	36,46	27,73	21,68
1,06115	25	2,095	1,810	1,590	1,19840	76	40,19	30,56	23,60
1,06370	26	2,167	1,870	1,641	1,20110	77	44,53	33,58	25,90
1,06625	27	2,242	1,934	1,695	1,20380	78	49,57	37,18	28,08
1,06880	28	2,324	2,008	1,752	1,20655	79	55,47	41,16	31,62
1,07135	29	2,410	2,082	1,812	1,20925	80	62,0	45,86	34,92
1,07395	30	2,501	2,157	1,876	1,21190	81	69,3	51,02	38,56
1,07660	31	2,597	2,235	1,942	1,21455	82	77,9	56,90	42,92
1,07925	32	2,700	2,318	2,012	1,21720	83	87,9	64,2	47,90
1,08190	33	2,809	2,407	2,088	1,21990	84	99,6	72,2	53,63
1,08455	34	2,921	2,502	2,167	1,22255	85	112,9	81,5	60,05
1,08715	35	3,040	2,600	2,249	1,22520	86	129,6	92,6	68,1
1,08980	36	3,169	2,706	2,335	1,22790	87	150,4	106,1	77,5
1,09245	37	3,300	2,817	2,427	1,23055	88	174,5	122,6	88,8
1,09510	38	3,440	2,932	2,523	1,23320	89	201,4	141,8	101,1
1,09775	39	3,593	3,052	2,624	1,23585	90	234,6	163,6	115,3
1,10040	40	3,750	3,181	2,731	1,23850	91	278,4	189,3	134,4
1,10310	41	3,917	3,319	2,845	1,24115	92	328,4	221,8	156,5
1,10575	42	4,106	3,466	2,966	1,24380	93	387,7	262,9	182,8
1,10845	43	4,307	3,624	3,094	1,24645	94	457,7	308,7	212,0
1,11115	44	4,509	3,787	3,231	1,24910	95	545	366,0	248,8
1,11380	45	4,715	3,967	3,380	1,25165	96	661	435,0	296,7
1,11650	46	4,952	4,165	3,540	1,25425	97	805	522,9	354,0
1,11915	47	5,206	4,367	3,706	1,25685	98	974	629	424,0
1,12185	48	5,465	4,571	3,873	1,25945	99	1197	775	511,0
1,12450	49	5,730	4,787	4,051	<b>1,26201</b>	<b>100</b>	<b>1499</b>	<b>945</b>	<b>624</b>
<b>1,12720</b>	<b>50</b>	<b>6,050</b>	<b>5,041</b>	<b>4,247</b>	Gęstość [g/cm <sup>3</sup> ]	Stężenie gliceryny [%]	Lepkość roztworu [mPa s]		
							20 °C	25 °C	30 °C

Przy wyznaczaniu lepkości gliceryny należy wybrać jej gęstość, która zależy od procentowego udziału wody w mieszaninie gliceryna-woda. Zgodnie z powyższą tabelą gęstość ta jest związana z lepkością. Należy się zastanowić którą z gęstości podstawić w punkcie 4 Opracowania wyników pomiarów a wybór uzasadnić w Podsumowaniu.

Podstawowe cele ćwiczenia:

1. wyznaczyć lepkość gliceryny i oszacować stężenie % roztworu gliceryny w wodzie ,
2. wyznaczyć lepkość oleju rzepakowego i określić czy uległ polimeryzacji.



Rys. 3. Przykładowa zależność z tabeli lepkości gliceryny przedstawiona na wykresie

### 3. Przeprowadzenie pomiarów

1. Zmierzyć drogę opadania kulki  $L$  pomiędzy znacznikami na cylindrze dla trzech położen (z lewej, na środku i z prawej strony).
2. Śrubą mikrometryczną lub suwmiarką zmierzyć przykładowo średnicę kulki  $2r$  w celu sprawdzenia zgodności wyniku z podaną wartością w instrukcji.
3. Wrzucić kulkę do cylindra z niewielkiej wysokości od powierzchni cieczy tak, aby tor kulki pokrywał się z osią cylindra.
4. Zmierzyć czas  $t_i$  opadania kulki między znacznikami obserwując kulkę prostopadle do cylindra, aby uniknąć błędu paralaksy. Jeżeli jest to możliwe, każda osoba ćwicząca wykonuje pomiary czasu niezależnie. Odrzucać pomiary, podczas których zaobserwowano pęcherzyk powietrza przyklejony do opadającej kulki.
5. Pomiary według punktów 3 ÷ 4 wykonać dla 10 kulek.  
Porównać niezależne pomiary i zapisać spostrzeżenia.
6. Pomiary według punktów 1 ÷ 5 powtórzyć dla drugiej cieczy w drugim cylindrze.
7. Oszacować i zapisać niepewności mierzonych wielkości.

**4. Opracowanie wyników pomiarów**

Wyznaczenie średniej drogi spadku  
obliczenia wykonać dla obu cieczy

1. Wyznaczyć średnią drogę spadku.

Dla każdej z badanych cieczy obliczyć średnią drogę spadku z pomiarów odległości ze strony lewej, środka i strony prawej cylindra między paskami (uchwyty).

Wyznaczenie średniego współczynnika lepkości cieczy wraz z niepewnościami  
obliczenia wykonać dla obu cieczy

2. Dla każdej z badanych cieczy obliczyć średni czas opadania kulek  $\hat{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i$ .
3. Wyznaczyć średni błąd kwadratowy wartości średniej czasu opadania opisany wzorem

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \hat{t})^2}{(n-1)n}}$$

wynikający z przeprowadzenia n pomiarów.

4. Dla każdej z badanych cieczy obliczyć współczynnik lepkości dla średniego czasu opadania na drodze L

$$\eta = \frac{2 g (\rho_K - \rho_C) r^2 \hat{t}}{9 L \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right)},$$

gdzie:  $\hat{t}$  – średni czas opadania kulki,  $\rho_K$  - gęstość materiału kulki,  $\rho_C$  - gęstość cieczy,

$R$  - promień cylindra,  $r$  - promień kulki.

5. Obliczyć niepewności standardowe przyjętych niepewności maksymalnych:

$$u(r) = \frac{\Delta r}{\sqrt{3}}, \quad u(L) = \frac{\Delta L}{\sqrt{3}}, \quad u(t) = \frac{\Delta t}{\sqrt{3}}$$

6. Wyznaczyć niepewność złożoną względną współczynnika lepkości zaniedbując niepewności gęstości i poprawkę wynikającą ze stosunku  $r/R$  na podstawie wzoru:

$$u_{c,r}(\eta) = \sqrt{\left(\frac{3u_c(r)}{r}\right)^2 + \left(\frac{u_c(L)}{L}\right)^2 + \left(\frac{u_c(\hat{t})}{\hat{t}}\right)^2 + \left(\frac{u_c(R)}{R}\right)^2}$$

7. Wyznaczyć niepewności złożoną bezwzględną  $u_c(\eta) = \eta \cdot u_{c,r}(\eta)$ .

## 5. Podsumowanie

### Zestawienie:

- 1) Zapisać zgodnie z regułami prezentacji wyników wyznaczone wielkości współczynnika lepkości dla obu cieczy: wartość i jej niepewność.

### Analiza:

- 2) Przeprowadzić analizę jakości badanych cieczy.
- 3) Określić dokładność którego pomiaru najsilniej wpływa na niepewność współczynnika lepkości.
- 4) Porównać niepewności obu wyników pomiędzy sobą i wyciągnąć wnioski.

### Synteza:

- 5) Zaproponować działania zmierzające do podniesienia dokładności wykonywanych pomiarów.
- 6) Wyciągnąć wnioski pod kątem występowania błędów grubych, systematycznych i przypadkowych oraz ich prawdopodobnych przyczyn.
- 7) Podać cele ćwiczenia i wyjaśnić czy zostały osiągnięte.

**6. Przykładowe pytania**

1. Zdefiniować lepkość cieczy, podać jej zależność od temperatury.
2. Podać warunki laminarności przepływu cieczy.
3. Podać metody wyznaczania współczynnika lepkości cieczy.
4. Omówić prawo Stokesa – sformułowanie, wzór, warunki stosowania.
5. Zdefiniować gęstość ciała, podać jej zależność od temperatury.
6. Co nazywamy siłami van der Waalsa ?
7. Podać jakie siły działają na kulkę podczas swobodnego przepływu (spadku) w słupie cieczy.  
Narysować te siły
8. Czy siła Stokesa jest proporcjonalna do współczynnika lepkości?
9. Od czego jest zależna siła Stokesa?
10. Czy siła oporu jest proporcjonalna do prędkości ruchu ciała?
11. Jak się zmienia siła oporu lepkości cieczy wraz ze zmianą geometrii naczynia (np. promienia cylindra)?
12. Jak się zmienia siła oporu lepkości cieczy wraz ze zmianą geometrii ciała (np. średnicy) zanurzonego w cieczy?
13. Jak zmienia się współczynnik lepkości cieczy wraz ze zmianą gęstości ciała zanurzonego w niej?
14. Dlaczego nie mierzymy czasu opadania kulki od momentu zderzenia z powierzchnią cieczy?
15. W jaki sposób można wyznaczyć poziom, od którego warto mierzyć czas opadania kulki w cieczy?
16. Jakim ruchem i dlaczego kulki poruszają się w cieczy? Z jakiej zasady to wynika?
17. Podać wzory opisujące siły działające na opadającą kulkę.
18. Przeprowadzić analizę zmian prędkości opadającej kulki (jak zmienia się prędkość i dlaczego).
19. Opis metody pomiarowej, cel, metoda pośrednia czy bezpośrednia wzory opisujące dla metody pośredniej.