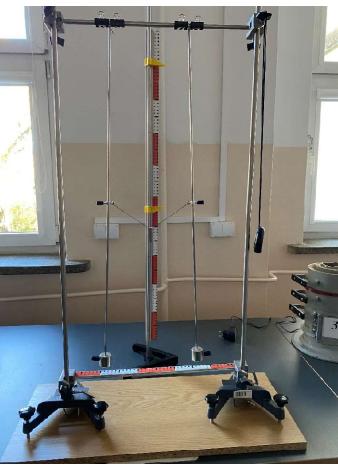
# BADANIE DRGAŃ UKŁADU DWÓCH SPRZĘŻONYCH WAHADEŁ

## 1. Opis teoretyczny do ćwiczenia

zamieszczony jest na stronie <u>www.wtc.wat.edu.pl</u> w dziale DYDAKTYKA – FIZYKA – ĆWICZENIA LABORATORYJNE.





Stanowisko A

Stanowisko B

### 2. Opis układu pomiarowego

W skład układu służącego do badania zjawiska drgań sprzężonych dwóch wahadeł wchodzą:

- dwa wahadła fizyczne, z których
  - na **stanowisku** A każde złożone jest z walca o masie  $m_w = 2,33\pm0,01$  kg i długości  $l_w = 0,11\pm0,01$ m oraz przytwierdzonego do niego i zaopatrzonego w podziałkę milimetrową pręta o masie  $m_p = 0,404\pm0,01$  kg i długości  $l_p = 0,82\pm0,01$ m (w górnej części pręt posiada zawieszenie zrealizowane za pomocą metalowej krawędzi pryzmatycznej).
    - na **stanowisku B** każde złożone jest z walca o masie  $m_w$ =0,17±0,01 kg i długości  $l_w$ =0,30±0,01m oraz przytwierdzonego do niego pręta o masie  $m_p$ =0,101±0,01 kg i długości  $l_p$ =0,82±0,01m (w górnej części pręt posiada zawieszenie).
- sprężyna sprzęgająca wahadła z możliwością zmiany jej punktu zamocowania.
   Na stanowisku B rolę elementu sprzęgającego odgrywa lina z ciężarkiem;
- stoper do pomiaru czasu określonej liczby wahnięć.

#### 3. Przebieg ćwiczenia

- 1. Zmierzyć czas 10 okresów drgań pojedynczego wahadła bez sprzężenia. Pomiarów dokonać dla obu wahadeł.
- 2. **Dokonać sprzeżenia wahadeł** za pomocą sprężyny w odległości np. d = 75 cm od osi obrotu wahadeł.
- 3. Zmierzyć czas *10 okresów drgań jednego z wahadel*, gdy układ wykonuje pierwsze drgania normalne (zgodnie w fazie).
- 4. Zmierzyć czas 10 okresów drgań jednego z wahadeł, gdy układ wykonuje drugie drganie normalne (przeciwnie w fazie).
- 5. Zmierzyć czas *2 okresów dudnień*, gdy układ jest sprzężony jak poprzednio zaś pobudzony do drgań przez wychylenie tylko jednego z wahadeł.
- 6. Pomiary według punktów 3-5 przeprowadzić dla minimum 7 *punktów zamocowań* sprężyny *d* od np. 20 cm do 70 cm co 10 cm.
- 7. Zapisać wartości i niepewności parametrów stanowiska oraz oszacować niepewności narzędzi pomiarowych.

#### 4. Opracowanie wyników pomiarów

#### Wyznaczanie okresów drgań wahadeł

- 1. Obliczyć *T*<sub>0</sub> okres drgań własnych (bez sprzężenia) dla obu wahadeł. Zdecydować czy *do dalszych analiz przyjąć średnią z obu pomiarów, czy jeden z nich odrzucić*. *Decyzję uzasadnić*.
  - Określić niepewność pomiarową czasu  $u(T_o)$ .
- 2. Obliczyć okresy dla pierwszego  $T_{faza}$  i drugiego  $T_{p-faza}$  drgania normalnego oraz okresy dudnień  $T_d$  dla wszystkich stosowanych sprzężeń. Przeliczyć je na częstości  $\omega = 2\pi/T$  i zestawić np. w tabeli o nagłówku:

d	$\omega_{faza}$	$\omega_{p-faza}$	$\omega_d$	$(\omega_{p-faza} - \omega_{faza})/\omega_d$

3. Jako jedną niepewność częstości przyjąć największą z wartości  $u(\omega) = \frac{2\pi}{T^2} \cdot u(T)$ , czyli dla najmniejszej wartości T.

#### Potwierdzenie relacji między rodzajami drgań

- 4. Sprawdzić, czy  $\omega_{faza}$  zależy od miejsca sprzężenia oraz jaka jest jego wartości względem  $\omega_0$ . Wyciągnąć wnioski (1).
- 5. Sprawdzić słuszność relacji teoretycznej  $\omega_d = \omega_{p-faza} \omega_{faza}$ .

  Wyciągnąć wnioski (2).

#### Wyznaczenie parametrów wahadła matematycznego i ich niepewności

6. Obliczyć parametry wahadła matematycznego (masę i długość zredukowaną):

$$m = m_p + m_w, l = \frac{0.5 l_p \cdot m_p + 0.5 l_w \cdot m_w + l_p \cdot m_w}{m} = \frac{l_w \cdot m_w - l_p \cdot m_p}{2m} + l_p.$$

7. Obliczyć ich niepewności standardowe złożone:  $u_c(m) = \sqrt{\left(u(m_p)\right)^2 + \left(u(m_w)\right)^2}$ .

$$u_{c}(l) = \sqrt{\left(\frac{-m_{w}(l_{w} + l_{p})}{2m^{2}}u(m_{p})\right)^{2} + \left(\frac{-m_{p}(l_{w} + l_{p})}{2m^{2}}u(m_{w})\right)^{2} + \left(\left(1 - \frac{m_{p}}{2m}\right)u(l_{p})\right)^{2} + \left(\frac{m_{w}}{2m}u(l_{w})\right)^{2}}$$

- 8. Wyznaczyć niepewności złożone względne  $u_{c,r}(y) = \frac{u_c(y)}{y}$  dla wielkości m, l.
- 9. Wyznaczyć niepewności rozszerzone  $U(y) = 2 \cdot u_c(y)$  dla wielkości m, l.

#### Wyznaczenie współczynnika sprężystości sprężyny lub linki sprzegającej

- 10. Wykorzystując uzyskane parametry wyznaczyć stałą sprężyny (linki)  $k = \frac{\omega_{p-faza}^2 \omega_{faza}^2}{2d^2}$  ( $m l^2$ ).
- 11. Wyznaczyć jej niepewność standardową złożoną:

$$u_{c}(k) = \sqrt{\left(\frac{ml^{2}\omega_{faza}}{d^{2}}u(\omega_{faza})\right)^{2} + \left(\frac{ml^{2}\omega_{p-faza}}{d^{2}}u(\omega_{p-faza})\right)^{2} + \left(\frac{l^{2}(\omega_{p-faza}^{2} - \omega_{faza}^{2})}{2d^{2}}u(m)\right)^{2} + \left(\frac{ml(\omega_{p-faza}^{2} - \omega_{faza}^{2})}{d^{2}}u(l)\right)^{2}}$$

- 12. Wyznaczyć niepewność złożoną względną  $u_{c,r}(k) = \frac{u_c(k)}{k}$ .
- 13. Wyznaczyć niepewność rozszerzoną  $U(k) = 2 \cdot u_c(k)$ .

#### 5. Podsumowanie

- 1. Zestawić wyznaczone wielkości  $(\bar{x}, u(\bar{x}), U(\bar{x}), u_{c,r}(\bar{x}))$  wyznaczone z całości pomiarów dla: masy zredukowanej wahadła, długości zredukowanej wahadła, współczynnika sprężystości sprężyny zgodnie z regułami ich prezentacji.
- **2.** *Przeanalizować uzyskane rezultaty*, pod kątem występowania i przyczyn błędów grubych, systematycznych i przypadkowych:
  - a) która z niepewności pomiarowych wnosi największy wkład do niepewności złożonej  $u(\bar{x})$ ;
  - b) czy spełniona jest relacja  $u_{c,r}(\bar{x}) < 0.1$ ;
- **3.** Wyciągnąć wnioski pod kątem występowania błędów grubych, systematycznych i przypadkowych i ich przyczyn. Uwzględnić tu wnioski (1), (2).

Wyjaśnić czy cele ćwiczenia zostały osiągnięte.

#### 6. Przykładowe pytania

www.wtc.wat.edu.pl w dziale DYDAKTYKA -> FIZYKA -> ĆWICZENIA LABORATORYJNE.

- 1. Zdefiniować i podać przykład inercjalnego oraz nieinercjalnego układów odniesienia.
- 2. Zdefiniować rodzaje wahadeł: fizyczne, matematyczne, sprzężone.
- 3. Jakie są rodzaje drgań? Co to są drgania normalne?
- 4. Co nazywamy dudnieniem?
- 5. Co to jest rezonans?

## ĆWICZENIE 5

	Mechanika, Drgania i Fale
Kartę Pomiarów proszę drukować dwustronnie	
Zespół w składzie	
Cele ćwiczenia:	
<ul> <li>wyznaczenie masy zredukowanej wahadła fizycznego;</li> <li>wyznaczenie długości zredukowanej wahadła fizycznego;</li> </ul>	
<ul> <li>wyznaczenie współczynnika sprężystości sprężyny;</li> </ul>	
<ul> <li>potwierdzenie zależności teoretycznych wiążących częstości: pierwszego drugiego drgania normalnego (przeciwfaza) i dudnienia.</li> </ul>	lrgania normalnego (faza),
1. Wartości teoretyczne wielkości wyznaczanych lub określanych:	
relacja $\omega_d$ , $\omega_2$ , $\omega_1$ :	
$m_w = 2{,}33\pm0{,}01~kg;\ l_w = 0{,}114\pm0{,}001~m;\ m_p = 0{,}404\pm0{,}001~kg,\ l_p = 0{,}820\pm0{,}001$ Należy potwierdzić wartości parametrów i ich niepewności na stanowisku!	
3. Pomiary i uwagi do ich wykonania Niepewność pomiaru położenia	
Niepewność pomiaru czasu	

Mechanika,	Drgania	i	Fal	$\epsilon$

Czas wykonania 10..... drgań przez wahadło prawe .....

Czas wykonania 10..... drgań przez wahadło lewe .....

L.p.	Punkt zamocowania sprężyny [ <b>mm</b> ]	Czas wykonania  10 drgań sprzężonych  w fazie []	Czas wykonania  10 drgań sprzężonych  w przeciwfazie  []	Czas wykonania  2 drgań sprzężonych dudniących []
1	750			
2	700			
3	650			
4	600			
5	550			
7	500			
8	450			
9	400			
10	350			
11	300			
12	250			
13	200			

$\Delta t$ , [s] 0,2	0,2	1,0
----------------------	-----	-----

Data i podpis osoby prowadzącej