WOJSKOWA AKADEMIA TECHNICZNA ĆWICZENIA LABORATORYJNE Z FIZYKI 1

		prowadząc(a/y)					
grupa	podgrupa	zespół semestr letni	roku akademickiego 202.	/202			
student(ka)							
. ,		E Z PRACY LABORA					
PRAWA KIRCHHOFFA I PRAWO OHMA							
pomiary wykonano dnia		. jako ćwiczenie	. z obowiązujących 5				
OCENA ZA TEORIE							
data							
Podejście (ostateczny termin)	1 (zasadnicze, przed następnymi zajęciami)	2 (poprawa, tydzień przed sesją zasad.)	3 (poprawa, tydzień przed końcem sesji zas.)	4 (poprawa, tydzień przed końcem sesji popr.)			
OCENA KOŃCOWA							
data							
Po wykonaniu sprawozo	dania wypełnij poniższy 🌶	Arkusz Samokontroli					
sprawdzając czy wszys		ci zostały wykonane wpis					
1. Dane informacyjne	2. Kompletność sprav	wozdania	4. Poprawność wykres	sów			
☐ czy na karcie	□ czy sprawozdanie z	awiera:	□ czy wykresy:				
tytułowej znajdują się: a. dane wykonawcy, b. numer grupy, c. tytuł ćwiczenia laboratoryjnego, d. data wykonania sprawozdania, e. oraz czy wszystkie strony są ponumerowane.	 a. wstęp teoretyczny z celem ćwiczenia i krótkim opisem zagadnienia fizycznego, którego dotyczy ćwiczenie, b. kartę pomiarową z podpisem prowadzącego, c. obliczenia opatrzone wyjaśniającym opisem, d. komplet ponumerowanych i opatrzonych pełnym tytułem wykresów i tabel, 		np. okres T [s], długość wahadła L [cm], d. naniesiono punkty pomiarowe i ich niepew- ności jeśli są widoczne w skali rysunku, e. dokonano aproksymacji wyników krzywą (ale nie linią łamaną), dla prostej podano jej równanie. 5. Poprawność tabel				
	z rachunkiem jednostek, b. wstawione do wzoru liczby sprowadzono do tych samych jednostek (np. m, s, itp.), c. określono wszystkie wymagane niepewności pomiarowe, d. wyznaczono niepewności obliczonych wielkości, w tym składowe niepewności złożonych,		 □ czy w tabelach: a. dane pomiarowe opatrzone są mianem (jednostką) – w nagłówkach kolumn, b. właściwie określono liczbę cyfr znaczących dla danych zawartych w tabelach. 6. Podsumowanie □ czy w podsumowaniu i wnioskach: a. podano wynik końcowy wraz z jego niepewnością z właściwą liczbą cyfr znaczących i jednostką, b. oceniono wpływ rodzaju błędów pomiarowych na wynik końcowy, c. zawarto wnioski dotyczące przebiegu i oceny pomiarów (np. porównanie z literatura). 				

Domiory wykona	no przoz					
Pomiary wykona	ne przez				•••••	
Tab.1. Wyniki po	omiarów natęż	enia prądu	u, napięcia i	rezystancj	i dla badanych	rezystorów.
		[.]	U []	$R_{zmierzone} \ []$	
	dla R ₁					
	dla R ₂					
	dla R ₃					
	dla R4					
	dla R _{zs} (,) szeregowo					
	dla R _{zr} (,) równolegle					
Tab. 2. Wyniki j z ogniw		R [kΩ] R ₁ R ₂ R ₃ R ₄	du i napięcia	U []	gowego połącz	enia rezystora
Oszacowanie ni Przyjąć klasę mie i ustawionego na	rnika 0,5 (czyli	0,5%). Nier	pewność mie	rzonej wielk	ości to iloczyn k	lasy miernika
zakres pomiaru	rezystancji			niepewno	ść ΔR =	
zakres pomiaru	natężenia			niepewno	ść ΔI =	
zakres pomiaru	napięcia			niepewno	ść ∆U =	
wartość znamior	nowa SEM bat	erii				

Data i podpis osoby prowadzącej

PRAWA KIRCHHOFFA I PRAWO OHMA

1. Opis teoretyczny

Od roku 1825 Georg Simon Ohm (wówczas nauczyciel matematyki w gimnazjum) badał zależność prądu elektrycznego od wymiarów przewodnika i przyłożonego napięcia. W 1826 Ohm stwierdził, iż prąd płynący w przewodniku jest proporcjonalny do przyłożonego napięcia.

Prawo Ohma

$$R = \frac{U}{I} \tag{1}$$

gdzie R nazywamy rezystancją lub oporem elektrycznym.

Natomiast odwrotność rezystancji G=1/R nazywamy konduktancją

Obecnie wiadomo, że wiele materiałów zachowuje się inaczej i proporcjonalność napięcia i prądu nie jest zachowana (prawo Ohma nie jest spełnione). Nawet w samych rezystorach przepływ prądu powoduje wzrost ich temperatury (ciepło Joule'a-Lenza $Q=U\cdot I\cdot t$), a co za tym idzie i rezystancji. Zmiana ta jednak w praktyce jest na tyle nieistotna, iż zwykle się ją pomija. Gdybyśmy jednak chcieli tę cechę wykorzystać, wówczas szuka się materiałów, gdzie ta zależność jest znacząca. Materiały i elementy elektroniczne, dla których spełnione jest prawo Ohma nazywa się liniowymi (lub omowymi, np. rezystory, przewody metalowe), a dla których nie jest – nieliniowymi (lub nieomowymi, np. diody półprzewodnikowe).

Zależność oporu od rozmiaru przewodnika.

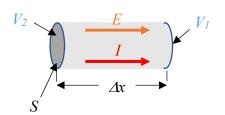
Opór przewodnika o stałym przekroju poprzecznym jest proporcjonalny do jego długości l i odwrotnie proporcjonalny do jego pola przekroju S

$$R = \varrho \frac{l}{S} \tag{2}$$

Zależność ta została określona doświadczalnie przez Davego, a wyjaśniona teoretycznie przez Drudego w oparciu o jego model elektronów swobodnych. Stała ϱ nazywa się rezystywnością lub oporem właściwym (rezystancja materiału o długości 1 m i polu przekroju 1 m²) i jest to wielkość charakterystyczna dla danego materiału. Odwrotność rezystywności nazywa się konduktywnością lub przewodnictwem właściwym i oznaczana się przez:

$$\sigma = \frac{1}{\varrho} \tag{3}$$

Prawo Ohma w postaci różniczkowej



Prawo Ohma dla elementu materiału z rys. obok, można zapisać:

$$R = \frac{\Delta V}{I} \tag{4}$$

gdzie $\Delta V = (V_2 - V_I)$, oznacza zmianę potencjału na końcach elementu czyli napięcie U; $l = \Delta x$; S - powierzchnia; Δx - długość; I – natężenie prądu; E - natężenie pola elektrycznego. Zależność między potencjałem a natężeniem pola elektrycznego wyraża związek:

$$\vec{E} = -\overline{grad}V\tag{5}$$

Natężenie pola elektrycznego jest skierowane w kierunku malejącego potencjału. W prawie Ohma U oznacza moduł dV, dlatego nie będziemy tutaj uwzgędniać znaku "-" (zwrot wektora). Wówczas wartość natężenia pola elektrycznego przyjmie prostą postać:

$$E = \frac{\Delta V}{\Delta x} \tag{6}$$

Korzystając z definicji gęstości prądu j

$$j = \frac{I}{S} \tag{7}$$

wykorzystując równania 4, 6 i 7, otrzymujemy:

$$R = \frac{E \Delta x}{jS}$$

Wstawiając do równania 2 mamy:

$$\varrho \, \frac{\Delta x}{S} = \frac{E \Delta x}{iS}$$

stad

$$\varrho = \frac{E}{j} = \frac{1}{\sigma}$$

Przekształcając to wyrażenie otrzymujemy tzw. *prawo Ohma w postaci różniczkowej*, które w zapisie wektorowej ma postać:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \tag{8}$$

W ogólnym przypadku w kryształach anizotropowych wektory gęstości prądu i natężenia pola elektrycznego nie mają tych samych kierunków, wtedy konduktywność nie może być zapisana jako wielkość skalarna. Jest ona wtedy tzw. tensorem drugiego rzędu o 9 składowych. W naszym przypadku konduktywność jest wielkością skalarną.

<u>I prawo Kirchhoffa:</u>

Suma natężeń prądów wpływających do <u>wezła</u> jest równa sumie natężeń prądów wypływających z tego wezła.

Zakładając, że prądy, które wpływają mają znak "+", a te co wypływają znak "-" możemy zapisać:

$$\sum I_i = 0$$

Jest to łatwe do wytłumaczenia prawo. Ponieważ prąd jest to przepływ ładunku w czasie (I = dq/dt), w związku z tym ilość ładunku wpływającego do danego węzła obwodu musi się równać ilości ładunku wypływającego. W przeciwnym wypadku następowało by gromadzenie ładunku w tym punkcie (prąd wpływający byłby większy od wypływającego) lub punkt ten musiałby generować ładunki (prąd wypływający większy od wpływającego).

II prawo Kirchhoffa:

W dowolnym <u>oczku</u> obwodu, suma napięć (zmian potencjału) na wszystkich elementach elektrycznych tego oczka jest równa sumie sił elektromotorycznych w nim występujących.

$$\sum U_i = \sum \mathcal{E}_i$$

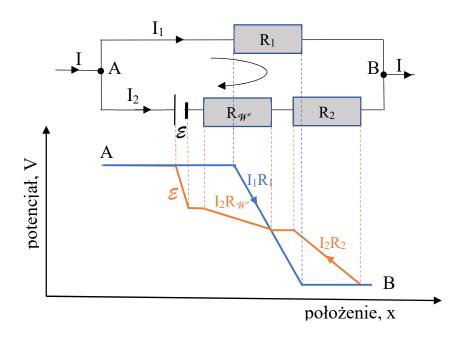
Ponieważ siła elektromotoryczna też jest formą napięcia, a jej znak zależy od tego jak ją podłączymy, to w skrócie możemy zapisać

$$\sum U_i = 0$$

czyli suma napięć w oczku jest równa zero.

Jest to przejaw zachowawczości pola elektrycznego występującego w obwodzie elektrycznym. Oznacza to, iż wyruszając z dowolnego miejsca obwodu elektrycznego o danym potencjale i idąc (rejestrując zmiany potencjału) dowolnie wybraną ścieżką tego obwodu tak, aby wrócić w to samo miejsce, musimy uzyskać ten sam potencjał, z którego wyruszyliśmy. Czyli napotkane po drodze różnice potencjałów (napięcia) w sumie musza dać zero.

Przeanalizujmy to na poniższym układzie.



Wyruszając z węzła A górną ścieżką do węzła B (linia niebieska) napotykamy rezystor, na którym, zgodnie z prawem Ohma, rejestrujemy zmianę potencjału $U_1 = I_1 \cdot R_1$. Wracając teraz z węzła B dolną ścieżką do węzła A (linia brązowa), napotykamy zmiany potencjału na R_2 , R_{w^0} i siłę elektromotoryczną \mathcal{E} , ale już ze znakiem przeciwnym, uzyskując na końcu potencjał wyjściowy.

Do zapisu prawa Kirchhoffa można założyć dowolny kierunek obiegu w oczku oraz wygodny dla nas kierunek przepływy prądu, a rozwiązanie równań i tak pokaże nam właściwy kierunek prądu (jak prąd wyjdzie ze znakiem "+" to założyliśmy poprawnie, a jak ze znakiem "-" to prąd płynie przeciwnie do założonego).

I prawo Kirchhoffa dla węzła A wygląda następująco:

$$I = I_1 + I_2$$

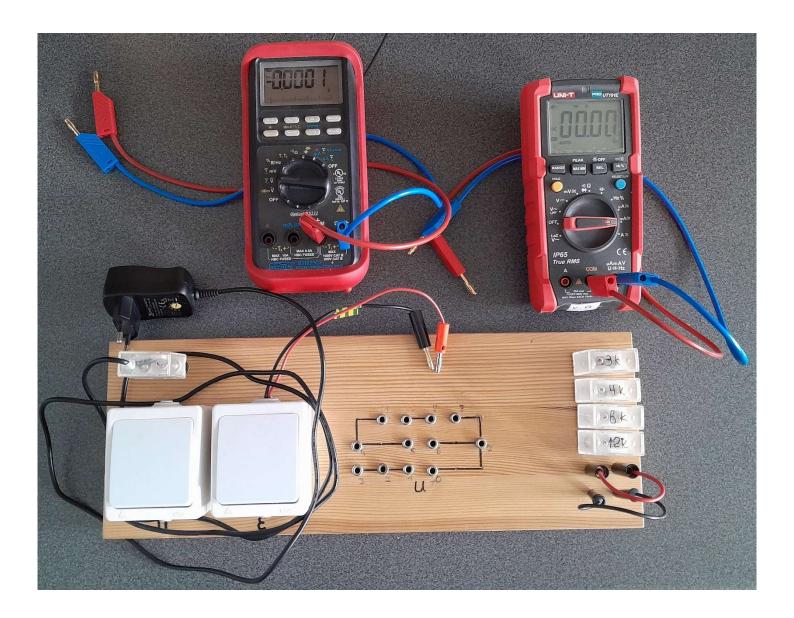
 $I = I_1 + I_2$ dla węzła B podobnie:

$$I_1 + I_2 = I$$

II prawo Kirchhoffa dla oczka:

$$I_1R_1 - I_2R_2 - I_2R_{W^0} - \mathcal{E} = 0$$

2. Opis układu pomiarowego



W skład zestawu pomiarowego wchodzą:

- 1. cztery rezystory R_i , ogniwo o nieznanej sile elektromotorycznej (SEM) \mathcal{E} i rezystancji wewnętrznej $R_{\mathscr{W}}$ oraz zasilacz,
- 2. multimetry do pomiaru: rezystancji, napięcia i natężenia prądu stałego.

Podstawowym celem ćwiczenia jest:

- 1. wyznaczenie rezystancji badanych rezystorów z pomiarów bezpośrednich (omomierzem),
- 2. wyznaczenie rezystancji badanych rezystorów z pomiarów pośrednich (z prawa Ohma),
- 3. wyznaczanie siły elektromotorycznej (SEM) ogniwa oraz jego rezystancji wewnętrzne z wykorzystaniem praw Kirchhoffa.

3. Przebieg pomiarów

UWAGA

W czasie łączenia układów, zasilacz musi być bezwzględnie <u>wyłączony</u>. Zasilacz włączamy dopiero po zmontowaniu całego układu i tylko na czas przeprowadzania pomiarów. (włączony zasilacz grozi porażeniem prądem)

Zasady pomiaru miernikiem elektrycznym.

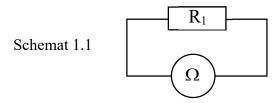
Mierniki elektryczne są wrażliwymi urządzeniami i łatwo je uszkodzić próbując mierzyć wielkości przekraczające ich zakres. Dlatego używając ich, należy zachować szczególną ostrożność. Jeżeli nie wiemy jakiej wartości się spodziewać, wówczas na mierniku ustawiamy maksymalny zakres i dopiero montujemy go do badanego układu. Spośród innych elementów układu, włączamy go (jeżeli multimetr ma włącznik) dopiero na samym końcu, po zasilaniu (czasem przy włączaniu zasilania może popłynąć większy prąd niż nominalnie). Gdyby miernik pokazał przekroczenie zakresu, należy go natychmiast wyłączyć (jeżeli miernik nie ma włącznika, należy wyłączyć zasilanie).

<u>Pomiar:</u> Stopniowo zmniejszamy zakres miernika do momentu, aż będzie można odczytać wartość mierzonej wielkości. Najdokładniejszą wartość uzyskamy na najmniejszym możliwym zakresie, tzn. jest to pierwszy zakres licząc od najmniejszego, większy od mierzonej wielkości.

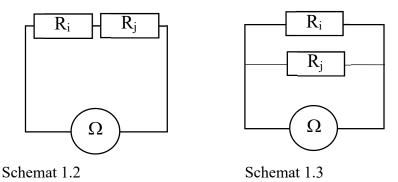
Rezystory z przewodami wpinamy w perforowaną podstawkę.

1. Pomiar rezystancji przy użyciu omomierza.

a) Ustaw multimetr jako omomierz i zmierz dowolnie wybraną rezystancję R_1 , wykonując połączenia według schematów 1.1. Następnie zmierz w ten sposób pozostałe rezystancje, zastępując w układzie rezystor R_1 kolejnymi dostępnymi rezystorami. Dostępne rezystancje to około: 3 k Ω , 4 k Ω , 6 k Ω i 12 k Ω , ich dokładny pomiar jest celem ćwiczenia.



b) Wybierz dwa dowolne rezystory R_i i R_j i zmierz ich rezystancję zastępczą dla połączenia szeregowego $R_{zs}(i,j)$ i równoległego $R_{zr}(i,j)$ (w nawiasach wpisz które i,j wybrałeś - i,j=1...4), wykonując połączenia według schematów 1.2-1.3:



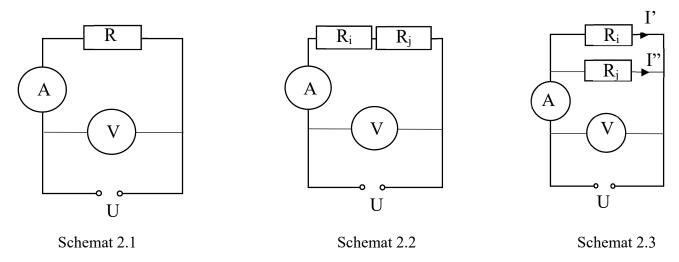
Wyniki pomiarów wpisz do Tabeli 1.

2. Wyznaczanie rezystancji przy użyciu prawa Ohma.

W tym celu zmierz napięcia U i natężenia I prądu stałego dla rezystorów jak w punkcie 1, wg schematów 2.1 – 2.3. Omomierz w układach z punktu 1, zastępujemy układem składającym się z:

- amperomierza (użyć multimetra przełączając go początkowo na maksymalny zakres amperomierza)
- woltomierza (użyć multimetra przełączając go początkowo na maksymalny zakres woltomierza)
- zasilacza

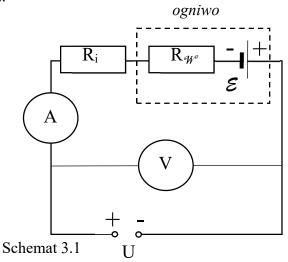
W dalszej części ćwiczenia dół układu już nie będzie się zmieniał. Zmianie będzie ulegała tylko góra układu, tzn. miejsce podłączenia rezystora.



Zmierzone prądy i napięcia wpisz do Tabeli 1.

3. Wyznaczanie siły elektromotorycznej (SEM) ogniwa \mathcal{E} oraz jego rezystancji wewnętrznej $R_{\mathscr{W}}$ z wykorzystaniem praw Kirchhoffa.

- a) Wykonaj pomiary prądów I i napięć V w układzie wg schematu 3.1, dla wszystkich rezystorów R_i, wpinając w układ po kolei dostępne przy stanowisku rezystory (ogniwo włącz zgodnie z kierunkiem płynięcia prądu, zgodnie z rysunkiem sposób sprawdzenia: podłączyć ogniwo raz w jedną stronę raz w drugą stronę, zmieniając kolejność podłączenia kabli do obwodu, wybrać przypadek z większą wartością bezwzględną prądu);
- b) Wyniki pomiarów wpisz do Tabeli 2.



4. Opracowanie wyników pomiarów

- Z pomiarów w punkcie 2, korzystając z prawa Ohma, wyznacz wszystkie rezystancje R_i
 (napisz jak liczyłeś, zrób bilans jednostek oraz wpisz wyniki do Tab. 3).
- 2) Różniczkując wyrażenie R = U/I określ niepewność złożoną względną $u_{c,r}(R)$,

$$u_{c,r}(R) = \frac{1}{R} \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial I}\Delta I\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial U}\Delta U\right)^2}$$
 po zróżniczkowaniu otrzymamy $u_{c,r}(R) = \sqrt{\left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2}$

a następnie niepewność bezwzględną $u_c(R)$:

$$u_c(R) = u_{c,r}(R) \cdot R$$

(napisz jak liczyłeś oraz wpisz wyniki do Tab. 3).

3) Z wyznaczonych R_i i R_j w punkcie 1 opracowania, dla wcześniej wybranej pary i, j oblicz rezystancję R_{zs}(i, j) dla połączenia szeregowego i R_{zr}(i, j) dla połączenia równoległego (napisz jak liczyłeś oraz wpisz wyniki do Tab. 3).

Tabela 3. Wyznaczone wartości rezystancji i ich niepewności.

	I []	U []	R zmierzone bezpośrednio []	R obliczone z prawa Ohma []	u _c (R)	u _{c,r} (R)
dla R ₁						
dla R2						
dla R ₃						
dla R4						
dla R _{zs}						
dla R _{zr}						

Porównaj wyznaczone wartości rezystancji zastępczych R_{zs} i R_{zr} z rezystancjami składowymi.

4) Z pomiarów R_i i R_j w punkcie 1 dla wybranej wcześniej pary i, j oraz prądu I i napięcia U wyznaczonego w punkcie 2 dla połączenia równoległego (schemat 2.3), wyznacz prądy I' i I" (z prawa Ohma: I'=U/R₁; I'=U/R₂). Sprawdź słuszność pierwszego prawa Kirchhoffa (I = I' + I"). Wpisz wyniki do Tab. 4 i przeprowadź analizę wyniku z ostatniej kolumny tej tabeli.

Tabela 4. Sprawdzenie słuszności I prawa Kirchhoffa.

I	I'	Ι''	I' + I''	<u>I</u> <u>I' + I"</u>

5) Z pomiarów R₁, R₂, natężenia I oraz napięcia U z Tab. 3 dla połączenia szeregowego (schemat 2.2) sprawdź słuszność II prawa Kirchhoffa (U = IR₁ + IR₂). Wpisz wyniki do Tab. 5 i przeprowadź analizę wyniku z ostatniej kolumny tej tabeli.

Tabela 5. Sprawdzenie słuszności II prawa Kirchhoffa.

U	IR ₁	IR ₂	$IR_1 + IR_2$	$\frac{U}{IR_1 + IR_2}$

6) Z pomiarów prądów i napięcia w punkcie 3 oraz zmierzonych w punkcie 1 rezystancji R_i , wyznacz parametry ogniwa \mathcal{E} $i R_{\mathcal{W}}$ w następujący sposób:

z II prawa Kirchhoffa, dla schematu 3.1, mamy:

$$U + \mathcal{E} = IR_w + IR_i$$

Ponieważ R_i i I są tutaj zmienne, przekształćmy to r-nie w równanie prostej y = ax + b Dzieląc obustronnie przez I

$$(U+\mathcal{E})/I = R_w + R_i$$

oraz porządkując

$$R_i = (U + \mathcal{E}) \cdot \frac{1}{I} - R_w$$

Otrzymujemy r-nie prostej, gdzie

 $y = R_i$

x = 1/I (odwrotność prądu)

 $a = U + \mathcal{E}$

 $b = -R_w$

- a) z pomiarów z Tab. 2 wyznacz odwrotności natężeń prądów dla kolejnej rezystancji R_i i wpisz do Tab. 6. Sporządź wykres prostej R_i w funkcji odwrotności prądu (1/I). Zaznacz niepewności u_c(R_i) na wykresie. Do wyznaczenia parametrów prostej użyj metody najmniejszych kwadratów;
- b) na podstawie wyznaczonych współczynników prostej a i b określ R_w i \mathcal{E} (do obliczeń \mathcal{E} użyj wartości Uśr wyznaczonej z wartości zmierzonych napięć zapisanych w Tab.2). Tabela 6. Dane do wykresu R = f(1/I)

rabela 6. Dane do wykresu $K = I(1/1)$.						
R _i []						
1/I []						

7) Na podstawie niepewności współczynników prostej wyznacz niepewności standardowe $u_c(R_{\mathscr{W}})$ i $u_c(\mathcal{E})$ i niepewności względne rezystancji wewnętrznej i siły elektromotorycznej ogniwa.

5. Podsumowanie

Zestawienie:

1) Zapisać zgodnie z regułami prezentacji wyników wyznaczone wartości \mathcal{E}_r i $R_{\mathscr{W}^o}$ oraz ich niepewności standardowe i względne.

Analiza:

- 2) Przedyskutować wyniki pomiarów rezystancji zebranych w Tab. 3.
- 3) Ocenić czy wykazano, że spełnione jest pierwsze i drugie prawo Kirchhoffa (pkt. 4 i 5).
- 4) Przedyskutować wyniki otrzymanych wartości $\boldsymbol{\mathcal{E}}_r$ i $R_{\boldsymbol{\mathcal{W}}^o}$.

Synteza:

- 5) Wyciągnąć wnioski pod kątem występowania błędów grubych, systematycznych i przypadkowych oraz ich przyczyn w całym ćwiczeniu.
- 6) Podać cele ćwiczenia i wyjaśnić, czy zostały osiągnięte.
- 7) Zaproponować działania zmierzające do podniesienia dokładności wykonywanych pomiarów.

6. Przykładowe pytania kontrolne

- 1. Prawo Ohma klasyczne (wzór).
- 2. Wyprowadzić różniczkowe prawo Ohma.
- 3. Rezystancja zastępcza dla połączenia szeregowego i równoległego (wzór).
- 4. Ciepło Joule'a Lenza (wzór).
- 5. Dwa prawa Kirchhoffa.
- 6. Ogniwo o rezystancji wewnętrznej $R_w = 1 \Omega$ i SEM $\mathcal{E} = 10 \text{ V}$ zwarto rezystorem $R = 100 \Omega$.

Do rezystora podłączono woltomierz o rezystancji $R_v=1000 \Omega$.

a) Narysować schemat ideowy układu.

Obliczyć:

- b) Jakie napięcie wskaże woltomierz?
- c) Jaki prąd popłynie przez woltomierz?
- d) Jaki prąd popłynie przez ogniwo?