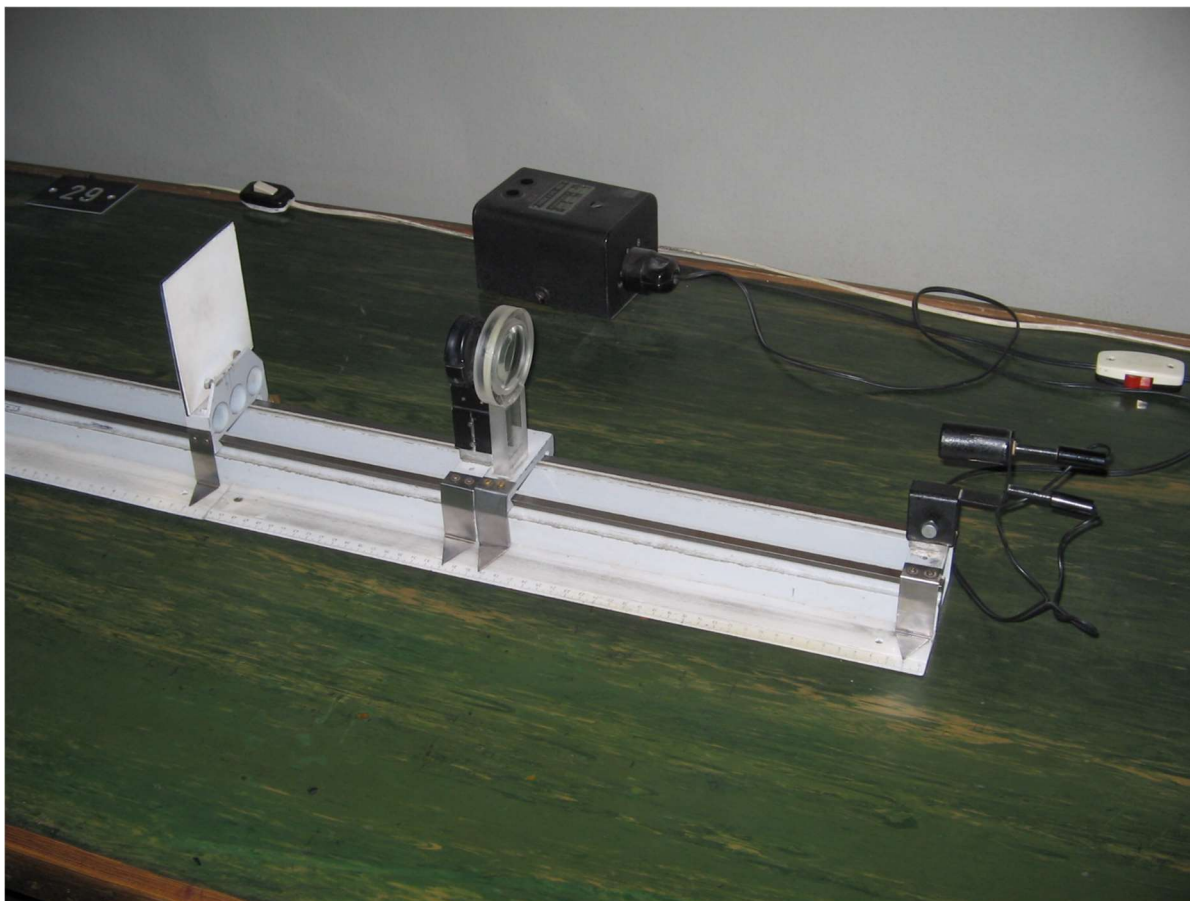


## WYZNACZANIE OGNISKOWEJ SOCZEWEK CIENKICH ZA POMOCĄ ŁAWY OPTYCZNEJ



### 1. Opis teoretyczny

Na stronie [www.wtc.wat.edu.pl](http://www.wtc.wat.edu.pl) w dziale DYDAKTYKA – FIZYKA – ĆWICZENIA LABORATORYJNE zamieszczone są:

- opis teoretyczny do ćwiczenia,
- przykładowe pytania kontrolne.

Podstawowymi celami ćwiczenia są:

1. wyznaczenie ogniskowej soczewki skupiającej,
2. wyznaczenie ogniskowej soczewki skupiającej metodą Bessela,
3. ustalenie która z powyższych metod jest obarczona mniejszą niepewnością,
4. wyznaczenie ogniskowej soczewki rozpraszającej.

Zadania dodatkowe do wyznaczenia i analizy:

1. wyznaczyć zdolność skupiającą soczewek z pomiarów metodą  $\alpha$ ),  $\beta$ ),  $\gamma$ ),
2. wyznaczyć promień krzywizn soczewek z pomiarów metodą  $\alpha$ ),  $\beta$ ),  $\gamma$ ).

## 2. Opis układu pomiarowego

### **α)** Wyznaczanie ogniskowej soczewki skupiającej z pomiaru położenia przedmiotu i obrazu

Szczególnie proste, a równocześnie dostatecznie dokładne, są pomiary dokonywane za pomocą ławy optycznej. Jest to zaopatrzona w podziałkę milimetrową szyna, wzdłuż której można dowolnie przesuwac świecący przedmiot, soczewkę i ekran. Świecącym przedmiotem jest zwykle przesłona w kształcie strzałki oświetlona od tyłu matową żarówką (rys. 1). Wystarczy dokonać na ławie optycznej pomiaru odległości **a** (przedmiot - soczewka) oraz **b** (soczewka - obraz), aby wyznaczyć wartość ogniskowej zgodnie z przekształconym równaniem soczewki:

$$f = \frac{a \cdot b}{a+b} = \frac{a \cdot (d-a)}{d}$$

W praktyce przy stałej odległości pomiędzy przedmiotem i obrazem  $d=a+b$  wystarczy zmierzyć dwie z tych trzech wielkości.

### **β)** Wyznaczanie ogniskowej soczewki skupiającej metodą Bessela

Odległości **a** (przedmiot – soczewka) i **b** (soczewka – obraz) występują w równaniu soczewki symetrycznie i można je przestawić bez zmiany wartości wyrażenia  $1/f$ . Gdy zrealizujemy w praktyce te dwa wzajemnie symetryczne ustawienia przedmiotu i obrazu, to zauważymy, że odległość przedmiotu od obrazu pozostanie niezmienną, przy czym w pierwszym przypadku otrzymujemy obraz powiększony, a w drugim zaś pomniejszony (rys. 1).

Oznaczając jak poprzednio odległość przedmiotu od obrazu przez **d**, a odległość między obu położeniami soczewki (dla przypadków otrzymania obrazu powiększonego i pomniejszonego) przez **c**, spełnione są warunki  $a+b=d$  i  $a - b=c$ .

Wstawiając wartości **a** i **b** obliczone z układu równań do równania soczewki otrzymuje się równanie:

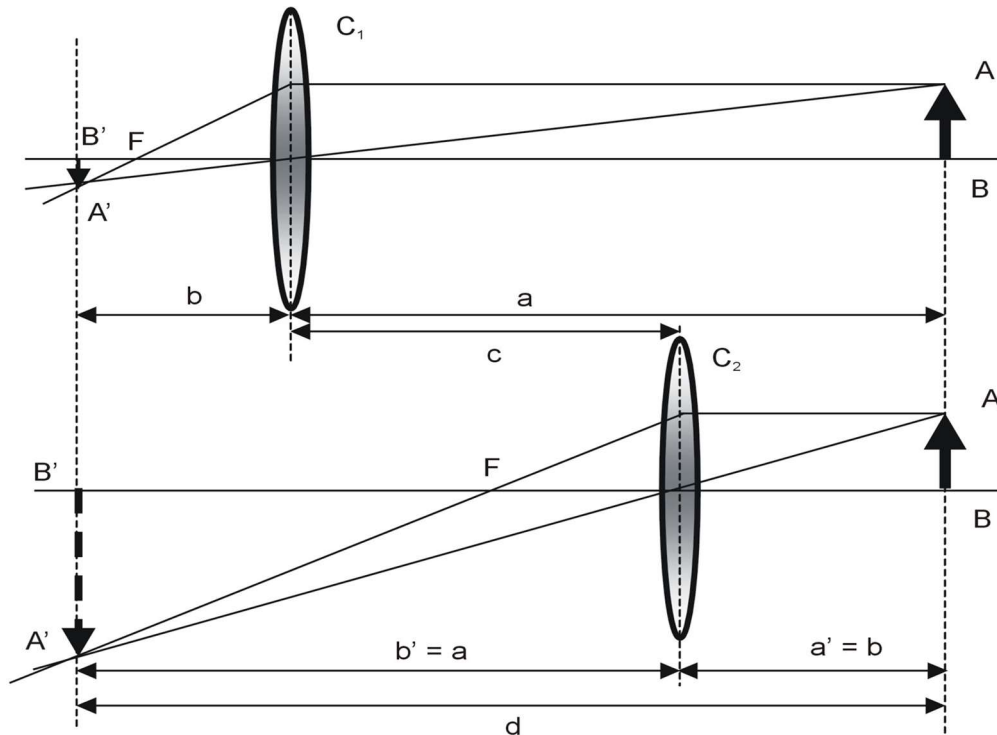
$$\frac{2}{d+c} + \frac{2}{d-c} = \frac{1}{f}$$

skąd po przekształceniu otrzymuje się wyrażenie na ogniskową soczewki **f** w postaci

$$f = \frac{(d+c) \cdot (d-c)}{4d} = \frac{1}{4} \cdot \left( d - \frac{c^2}{d} \right)$$

Ponieważ  $c^2 = d(d - 4f) > 0$ , metodę tę można zastosować tylko wtedy, gdy  $d > 4f$ .

Jak widać na Rys. 1 pomiar metodą **β)** to dwa skorelowane ze sobą pomiary metodą **α)**.



Rys. 1. Ilustracja pomiaru ogniskowej soczewki skupiającej metodą Bessela.

### γ) Wyznaczanie ogniskowej soczewki rozpraszającej

Soczewki rozpraszające tworzą obrazy pozorne, a więc takie, których nie można uzyskać na ekranie. Wartość ogniskowej takich soczewek można wyznaczyć dwiema metodami. Cechą wspólną tych metod jest utworzenie układu dwóch blisko położonych siebie soczewek rozpraszającej i skupiającej, który to układ posiada właściwości soczewki skupiającej o odpowiednio zmodyfikowanej wartości ogniskowej. Zdolność skupiająca układu dwóch blisko położonych siebie soczewek o ogniskowej  $f_u$  jest równa sumie zdolności skupiających poszczególnych soczewek o ogniskowych  $f_1$  i  $f_2$ :

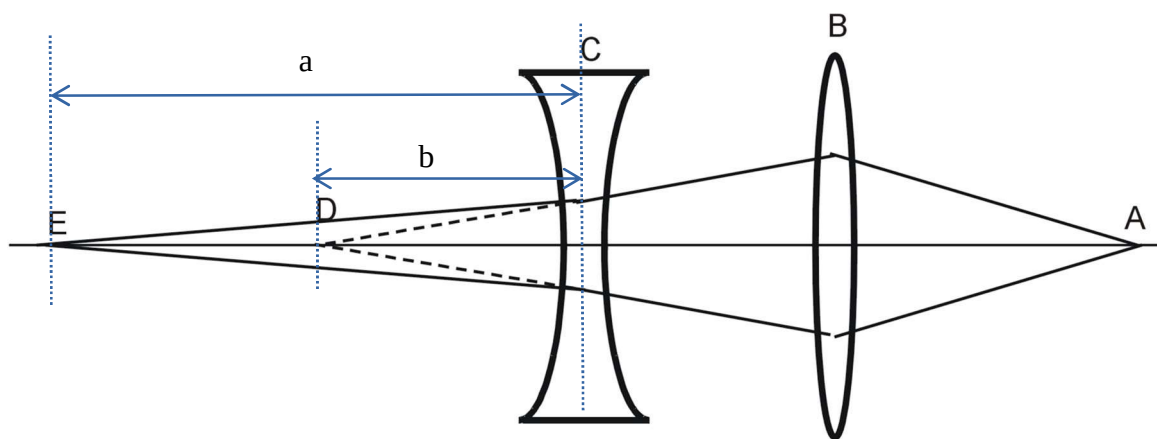
$$\frac{1}{f_u} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Równanie to pozwala na obliczenie ogniskowej soczewki rozpraszającej  $f_2$  pod warunkiem, że wytworzony układ optyczny ma właściwości soczewki skupiającej, tzn.  $f_1 < f_2$ , czyli ( $D_1 > D_2$ ):

$$f_2 = \frac{f_u f_1}{f_1 - f_u}$$

Aby wyznaczyć  $f_2$  należy uprzednio znać i zmierzyć  $f_1$ .

Można jednak postąpić w inny sposób przedstawiony na rys. 2. Jeśli na drodze promieni świetlnych wychodzących z punktu A i skupionych w punkcie D za pomocą soczewki skupiającej, której środek optyczny znajduje się w punkcie B, postawić soczewkę rozpraszającą o środku optycznym w punkcie C w taki sposób, aby odległość CD była mniejsza od jej ogniskowej, wówczas rzeczywisty obraz punktu A oddali się od soczewki umieszczonej w punkcie B do punktu E.



Rys. 2. Ilustracja pomiaru ogniskowej soczewki rozpraszającej.

Punkt D jest urojonym obrazem punktu E otrzymanym za pomocą samej soczewki rozpraszającej. Oznaczając odległość  $EC=a$ ,  $DC=b$  otrzymuje się zgodnie z równaniem soczewki  $-\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ , gdzie  $b$  jest ujemne, bo obraz jest urojony, stąd  $f = \frac{a \cdot b}{a - b}$ .

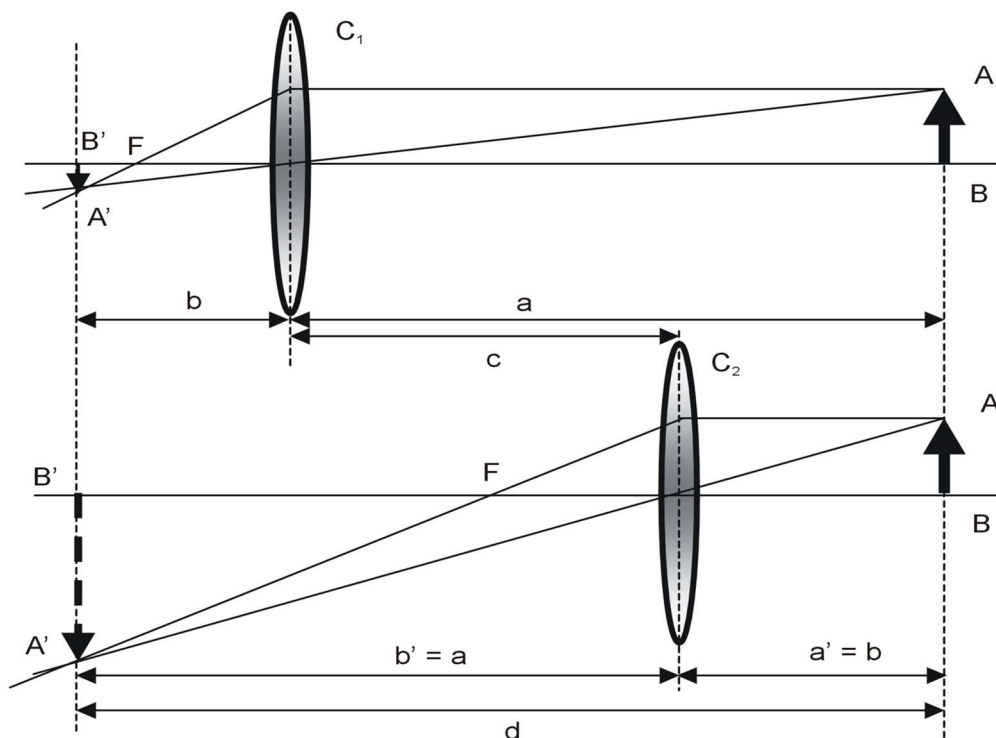
### 3. Przeprowadzenie pomiarów

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie ogniskowej soczewki skupiającej dwoma metodami oraz ogniskowej soczewki rozpraszającej. Najpierw wykonujemy pomiary wstępne, a następnie pomiary związane z trzema kolejnymi metodami pomiarowymi.

1. Ustalić położenie przedmiotu  $A$  (czoła lampki z przesłoną w kształcie strzałki).  
Wartość ta będzie stała dla wszystkich pomiarów.
2. Oszacować niepewność maksymalną  $\Delta d$  wyznaczenia położenia dowolnego obiektu (przedmiot, soczewka, ekran) na ławie optycznej. Wielkość ta będzie odnosiła się do wszystkich pomiarów.

**α) Wyznaczenie ogniskowej soczewki skupiającej**

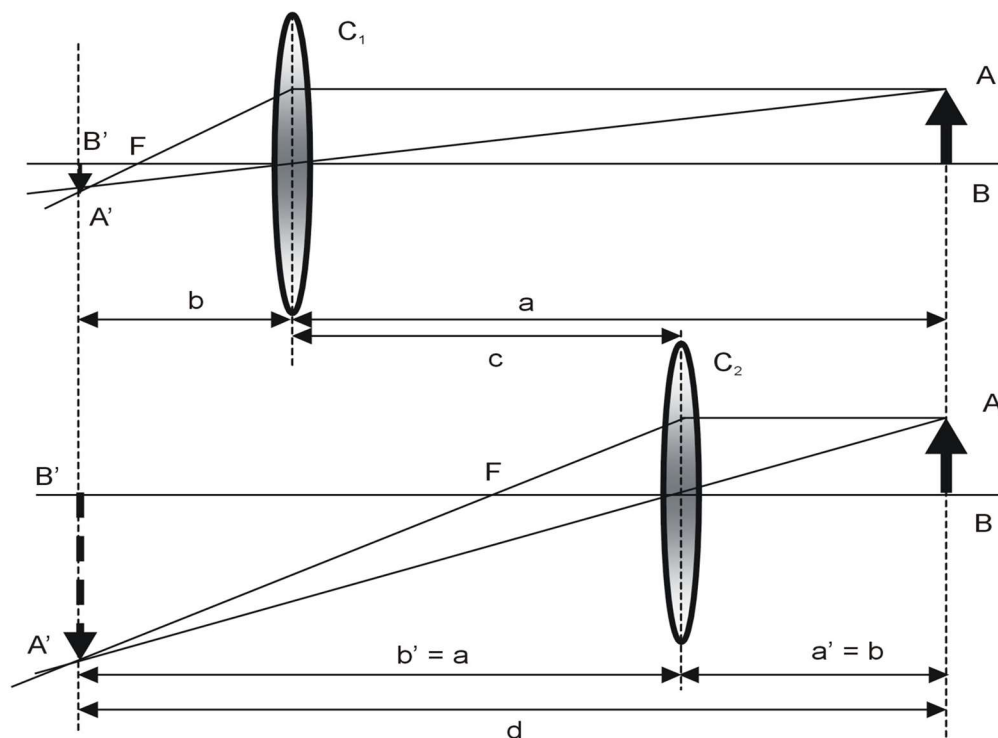
- Umieścić na ławie optycznej pomiędzy przedmiotem a ekranem tylko soczewkę skupiającą. Tak dobrać odległości *przedmiot-soczewka* ( $B-C_1$ ) oraz *soczewka-obraz* ( $C_1-B'$ ) by obraz był dobrze widoczny jako pomniejszony. Ustalić położenie ekranu  $B'$  (w miejscu ułatwiającym obliczenia) i zapisać.
- Przesuwając soczewkę  $C_1$  otrzymać na ekranie ostry obraz przedmiotu, wynik zapisać.
- Czynności według punktu 4 powtórzyć 10 – 20 razy, za każdym razem dokonać zapisu niezależnego pomiaru położenia punktu  $C_1$ .



Rys. 3. Ilustracja pomiaru ogniskowej soczewki skupiającej a) obraz pomniejszony, b) obraz powiększony.

**β) Wyznaczenie ogniskowej soczewki skupiającej metoda Bessela**

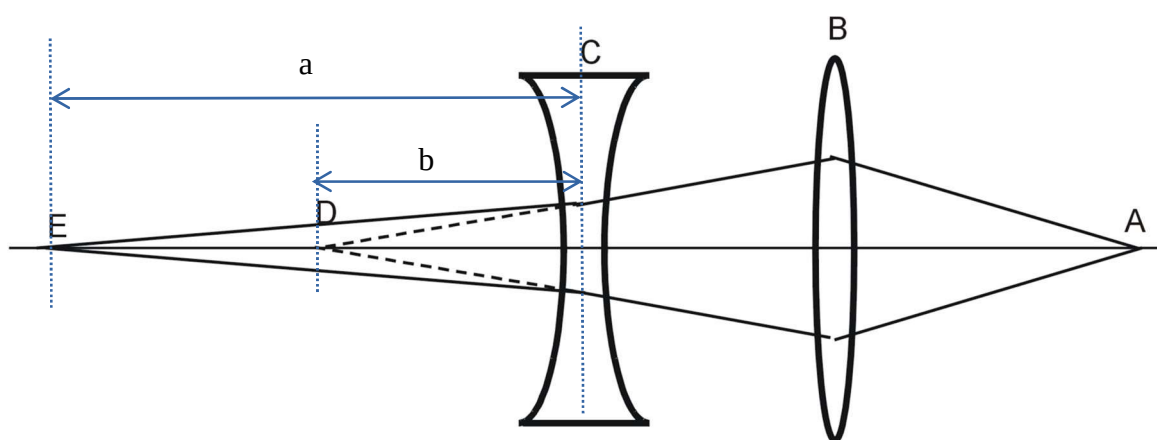
6. Wykorzystać położenie ekranu  $B'$  (w miejscu ułatwiającym obliczenia) z punktu 3.  
Na ławie optycznej pomiędzy ekranem a przedmiotem znajduje się, jak w punkcie **α**, soczewka skupiająca. Tak dobrać odległości *przedmiot-soczewka* ( $B-C_2$ ) oraz *soczewka-obraz* ( $C_2-B'$ ) by obraz był dobrze widoczny jako powiększony.
7. Przesuwając soczewkę  $C_2$  otrzymać na ekranie ostry obraz przedmiotu, wynik zapisać.
8. Czynności według punktu 7 powtórzyć 10 – 20 razy, za każdym razem dokonać zapisu niezależnego pomiaru położenia punktu  $C_2$ .



Rys. 3. Ilustracja pomiaru ogniskowej soczewki skupiającej metodą Bessela.

**γ) Wyznaczenie ogniskowej soczewki rozpraszającej**

9. Umieścić na ławie optycznej pomiędzy przedmiotem a ekranem tylko soczewkę skupiającą (jak w punkcie **α** lub **β**), ustalić i zapisać jej położenie *B*. Ustawić ekran *D* tak by obraz był dobrze widoczny.
10. Między ekranem a soczewką skupiającą umieścić soczewkę rozpraszającą blisko soczewki skupiającej, zapisać jej położenie *C*. Ustalić położenie ekranu *E* tak by obraz był dobrze widoczny.
11. Na przemian dokonywać pomiaru położenia ekranu dla:
  - samej soczewki skupiającej (*D*),
  - układu soczewek skupiającej i rozpraszającej (*E*),umieszczając soczewki w miejscach wyznaczonych w punktach 9 i 10.
12. Czynności według punktu 11 powtórzyć 10 – 20 razy, za każdym razem dokonać zapisu niezależnego pomiaru położenia punktów *D* oraz *E*.



Rys. 4. Ilustracja pomiaru ogniskowej soczewki rozpraszającej.

#### 4. Opracowanie wyników pomiarów

##### α) Wyznaczenie ogniskowej soczewki skupiającej i jej niepewności

1. Wyznacz wszystkie odległości przedmiot – soczewka  $a_i = |A - C_1|$  z wartości zanotowanych w tabeli pomiarowej.
2. Obliczyć średnią arytmetyczną  $\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$  oraz jej niepewność standardową  $u(\bar{a}) = \sigma_{\bar{a}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}{(n-1)n}}$ .
3. Obliczyć niepewność standardową odległości przedmiot - ekran z niepewności maksymalnej oszacowanej podczas pomiarów  $u(d) = \frac{\Delta d}{\sqrt{3}}$ . Użyj wartości  $u(d)$  do obliczeń w podpunktach **β), γ)**.
4. Wyznacz odległość obrazu od przedmiotu  $d = |A - B'|$  z wartości zanotowanych w tabeli pomiarowej.
5. Obliczyć ogniskową soczewki ze wzoru  $f = \frac{a \cdot b}{a + b} = \frac{a \cdot (d - a)}{d}$ .
6. Obliczyć niepewność złożoną bezwzględną ogniskowej w oparciu o prawo przenoszenia niepewności:  

$$u_c(f) = \sqrt{\frac{(d - 2a)^2 u(a)^2}{d^2} + \frac{a^4 u(d)^2}{d^4}}.$$

Wyciągnąć wniosek (\*) która z niepewności pomiarowych wnosi największy wkład do niepewności złożonej?
7. Obliczyć niepewność złożoną względną wartości ogniskowej  $u_{c,r}(f) = \frac{u_c(f)}{f}$ .
8. Wyznaczyć (przyjmując współczynnik rozszerzenia 2) niepewność rozszerzoną  $U(f) = 2 \cdot u_c(f)$ .

##### β) Wyznaczenie ogniskowej soczewki skupiającej metoda Bessela i jej niepewności

9. Wyznacz wszystkie różnice w położeniach soczewek w punktach  $C_1$  i  $C_2$  (gdy uzyskujemy obraz pomniejszony i powiększony)  $c_i = |C_2 - C_1|$  z wartości zanotowanych w tabeli pomiarowej.
10. Wyznacz odległość obrazu od przedmiotu  $d = |A - B'|$  z wartości zanotowanych w tabeli pomiarowej.
11. Obliczyć średnią arytmetyczną odległości między soczewkami w punktach  $C_1$  i  $C_2$   $\bar{c} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_i$  oraz jej niepewność standardową  $u(\bar{c}) = \sigma_{\bar{c}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (c_i - \bar{c})^2}{(n-1)n}}$ .
12. Obliczyć ogniskową soczewki ze wzoru  $f = \frac{(d+c) \cdot (d-c)}{4d} = \frac{1}{4} \cdot (d - \frac{c^2}{d})$ .
13. Obliczyć niepewność złożoną bezwzględną ogniskowej w oparciu o prawo przenoszenia niepewności:  

$$u_c(f) = \frac{1}{4} \sqrt{\left[\frac{c^2 + d^2}{d^2}\right]^2 u(d)^2 + \frac{4c^2}{d^2} u(c)^2}.$$

Wyciągnąć wniosek (\*\*) która z niepewności pomiarowych wnosi największy wkład do niepewności złożonej?
14. Obliczyć niepewność złożoną względną wartości ogniskowej  $u_{c,r}(f) = \frac{u_c(f)}{f}$ .
15. Wyznaczyć (przyjmując współczynnik rozszerzenia 2) niepewność rozszerzoną  $U(f) = 2 \cdot u_c(f)$ .



γ) Wyznaczanie ogniskowej soczewki rozpraszającej i jej niepewności

16. Wyznacz wszystkie odległości między obrazem z soczewki skupiającej a soczewką rozpraszającą  $b_i = |C - D|$  z wartości zanotowanych w tabeli pomiarowej.

17. Obliczyć średnią arytmetyczną  $\bar{b} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i$  oraz jej niepewność standardową

$$u(\bar{b}) = \sigma_{\bar{b}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (b_i - \bar{b})^2}{(n-1)n}}.$$

18. Wyznacz wszystkie odległości między obrazem z układów soczewek skupiającej i rozpraszającej a soczewką rozpraszającą  $a_i = |C - E|$  z wartości zanotowanych w tabeli pomiarowej.

19. Obliczyć średnią arytmetyczną  $\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$  oraz jej niepewność standardową

$$u(\bar{a}) = \sigma_{\bar{a}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}{(n-1)n}}.$$

20. Obliczyć ogniskową soczewki rozpraszającej na podstawie wzoru  $f = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{\bar{b} - \bar{a}}$ .

21. Obliczyć niepewność złożoną bezwzględną ogniskowej soczewki rozpraszającej w oparciu o prawo przenoszenia niepewności:  $u_c(f) = \frac{1}{(\bar{a} - \bar{b})^2} \sqrt{\bar{a}^4 u(\bar{b})^2 + \bar{b}^4 u(\bar{a})^2}$ .

Wyciągnąć wniosek (\*\*\*) która z niepewności pomiarowych wnosi największy wkład do niepewności złożonej?

22. Obliczyć niepewność złożoną względną wartości ogniskowej  $u_{c,r}(f) = \frac{u_c(f)}{f}$ .

23. Wyznaczyć (przyjmując współczynnik rozszerzenia 2) niepewność rozszerzoną  $U(f) = 2 \cdot u_c(f)$ .

## 5. Podsumowanie (wariant podstawowy)

1. Zestawić wyznaczone wartości wielkości:

dla pomiarów z punktu  $\alpha$ )  $(f_A, u_c(f_A), u_{c,r}(f_A), U(f_A))$ ,

dla pomiarów z punktu  $\beta$ )  $(f_B, u_c(f_B), u_{c,r}(f_B), U(f_B))$ ,

dla pomiarów z punktu  $\gamma$ )  $(f_C, u_c(f_C), u_{c,r}(f_C), U(f_C))$ ,

oraz wartość odniesienia zgodnie z regułami ich prezentacji.

2. Przeanalizować uzyskane rezultaty:

a) czy przedziały  $(f_A \pm u_c(f_A))$  oraz  $(f_B \pm u_c(f_B))$  posiadają część wspólną,

b) czy spełniona jest relacja  $u_{c,r}(f_B) < u_{c,r}(f_A)$  wskazująca, że pomiar metodą  $\beta$ ) obarczony mniejszą niepewnością,

*oraz dla metody  $\gamma$ )*

c) która z niepewności pomiarowych w wybranej metodzie wnosi największy wkład do niepewności złożonej ( $u_c(f_C)$ );

d) czy spełniona jest relacja  $u_{c,r}(f_C) < 0,1$ ,

która może wskazywać na popełnienie małych błędów grubych lub systematycznych,

e) czy spełniona jest relacja  $|f_{max} - f_{min}| < U(f_C)$ ,

która może wskazywać na skupienie wyników wokół średniej z pomiarów.

3. Wnioski z analizy rezultatów.

a) Wyciągnąć wnioski pod kątem występowania błędów grubych, systematycznych i przypadkowych oraz ich przyczyn.

b) Zaproponować działania zmierzające do podniesienia dokładności wykonywanych pomiarów.

c) Podać cele ćwiczenia i wyjaśnić czy zostały osiągnięte?

Grupa, zespół w składzie

.....

Cele ćwiczenia:

1. wyznaczenie ogniskowej soczewki skupiającej;
2. wyznaczenie ogniskowej soczewki skupiającej metodą Bessela;
3. ustalenie która z powyższych metod jest obarczona mniejszą niepewnością,
4. wyznaczenie ogniskowej soczewki rozpraszającej;

.....

3.1 Wartości teoretyczne wielkości wyznaczanych lub określanych:

.....

.....

.....

3.2 Potwierdzić na stanowisku wartości parametrów i ich niepewności!

położenie przedmiotu na ławie optycznej (A) ..... i jego niepewność  $\Delta d$ .....

.....

.....

3.3 Pomiary i uwagi do ich wykonania:

.....

.....

.....

.....

*Kartę pomiarów proszę drukować dwustronnie*

Pomiar nr	$\alpha$ ) ogniskowa soczewki skupiającej	$\beta$ ) ogniskowa soczewki skupiającej metodą Bessela	$\gamma$ ) ogniskowa soczewki rozpraszającej	
	stałe położenie ekranu $B' = \dots\dots\dots$ [cm]		$B = \dots\dots\dots$ [cm] <i>stałe położenie soczewki skupiającej</i> $C = \dots\dots\dots$ [cm] <i>stałe położenie soczewki rozpraszającej</i>	
	soczewka w $C_1$ [cm] obraz pomniejszony	soczewka w $C_2$ [cm] obraz powiększony	ekran w $D$ [cm] tyko soczewka skupiająca	ekran w $E$ [cm] układ obu soczewek
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				