

Лабораторная работа 2
Датчики случайных чисел. Построение
гистограмм

Игнашов Иван
Вариант 8

1. Цель работы

Изучение алгоритмов получения на ЭВМ чисел с заданным законом распределения и построения гистограмм

Порядок работы:

1. Выбрать закон распределения вероятностей. В соответствии с вариантом: Эрланговский закон с параметрами $k = 3, \lambda = 4$
2. Вывести соотношение, позволяющее из чисел, сформированных базовым датчиком, получить числа с заданным законом распределения
3. Написать программу, реализующую датчик случайных чисел с заданным законом распределения
4. Написать программу построения гистограммы выборки, сформированной созданным датчиком с учетом параметров
5. При помощи программы построения гистограмм заполнить таблицу распределения элементов выборки по квантам гистограммы
6. На основании таблицы построить гистограмму распределения сформированной выборки
7. Построить график зависимости оценок математического ожидания и дисперсии от объема выборки

2. Формула и график моделируемого закона распределения

Плотность вероятности распределения по закону Эрланга:

$$f(x; k, \lambda) = \frac{\lambda^k x^{k-1} e^{-\lambda x}}{(k-1)!} \text{ для } x, \lambda \geq 0$$

$$f(x; 3, 4) = \frac{64x^2 e^{-4x}}{2} = 32x^2 e^{-4x} \text{ для } x \geq 0$$

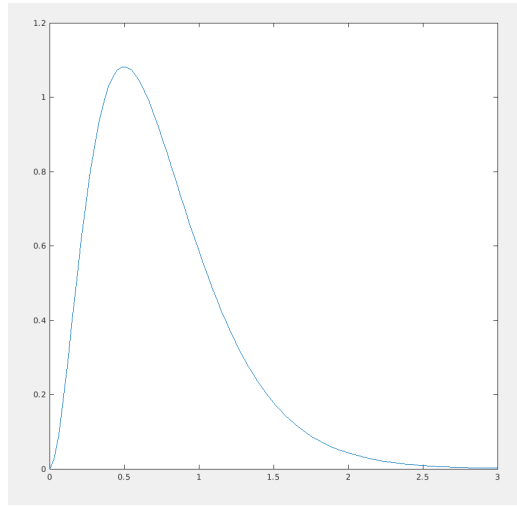


Рис. 1: График закона распределения Эрланга(3,4)

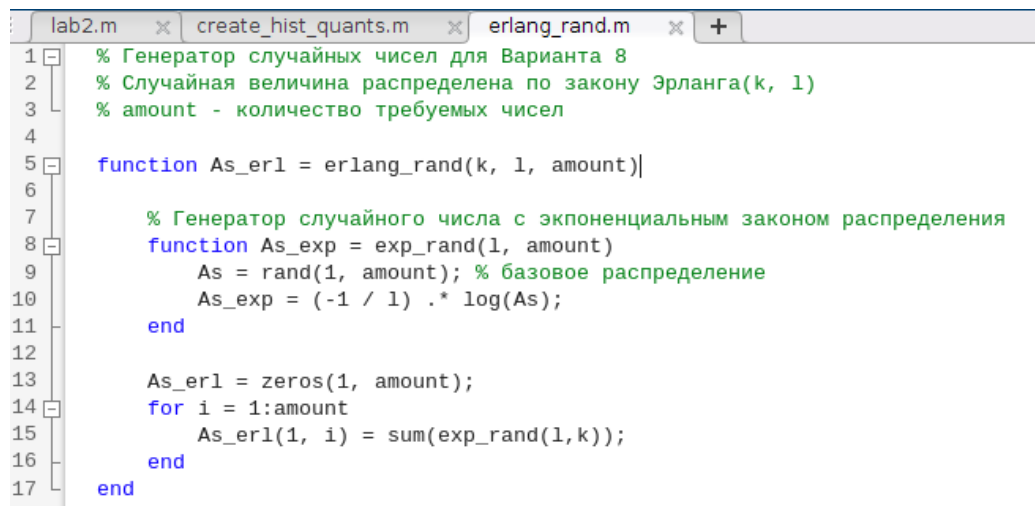
Для расчета распределения заданной формулы воспользуемся тем, что случайная величина, распределенная по закону Эрланга порядка k и параметром λ , является суммой k независимых случайных величин, имеющих экспоненциальное распределение с параметром λ .

При этом для экспоненциального закона распределения соотношение выглядит как $a_i = \frac{-1}{\lambda} \ln R_i$

Таким образом, при k = 3, $\lambda = 4$:

$$a_i^{erl}(k, \lambda) = \sum_{j=1}^3 a_j^{exp}(\lambda) = \sum_{j=1}^3 \frac{-1}{\lambda} \ln R_j$$

3. Описание разработанных программ



```
lab2.m  x create_hist_quants.m  x erlang_rand.m  x +
1  % Генератор случайных чисел для Варианта 8
2  % Случайная величина распределена по закону Эрланга(k, 1)
3  % amount - количество требуемых чисел
4
5  function As_erl = erlang_rand(k, 1, amount)|
6
7      % Генератор случайного числа с экспоненциальным законом распределения
8  function As_exp = exp_rand(1, amount)
9      As = rand(1, amount); % базовое распределение
10     As_exp = (-1 / 1) .* log(As);
11 end
12
13     As_erl = zeros(1, amount);
14 for i = 1:amount
15     As_erl(1, i) = sum(exp_rand(1,k));
16 end
17 end
```

Рис. 2: Код генерации случайных значений

4. Представление результатов анализа выборки

```
>> lab2
Сгенерировано значений: 152016
Выборочное среднее 0.75021; Выборочная дисперсия 0.18826

hist_values =
    31635    47912    35176    19657    9302    4205    1797    682    258    100

>> |
```

Рис. 3: Пример вывода программы

Заполним данными таблицу распределения элементов выборки по квантам гистограммы

Номер интервала	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число элементов	31635	41912	35176	19657	9302	4205	1797	682	258	100

5. Гистограмма сформированной выборки

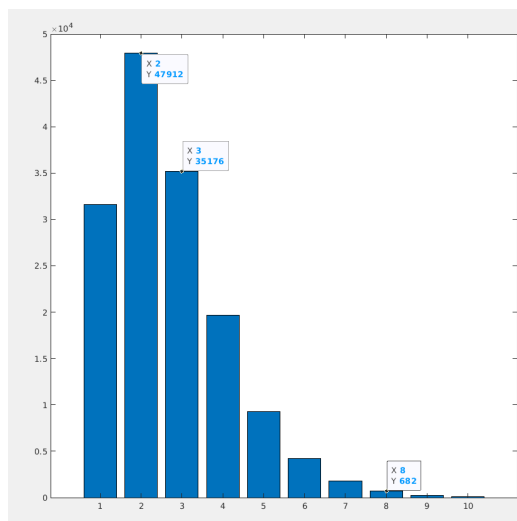


Рис. 4: Гистограмма для полученной выборки

6. Графики зависимости оценок математического ожидания и дисперсии от объема выборки

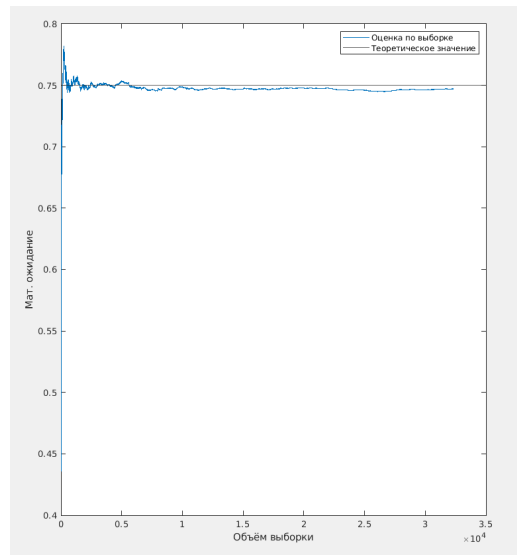


Рис. 5: Сравнение значений математического ожидания выборки

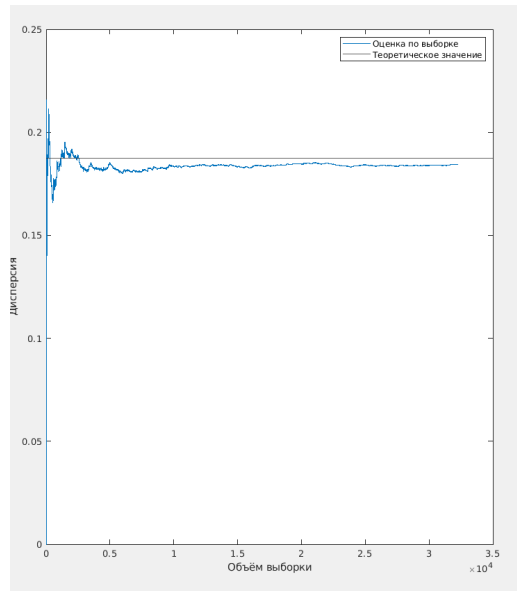


Рис. 6: Сравнение значений дисперсии выборки

7. Выводы

Целью данной лабораторной работы было изучение алгоритмов получения на ЭВМ чисел с заданным законом распределения и построения гистограмм. В процессе выполнения был реализован способ генерации случайных чисел с эрланговским законом распределения. Для выборок, полученных данным генератором были построены гистограмма и графики зависимости значений мат. ожидания и дисперсии от объема выборки.