

**Лабораторная работа 1**  
Вычисление определённых интегралов  
методом Монте-Карло

Игнашов Иван  
Вариант 8

## 1. Цель работы

Изучение метода Монте-Карло, определение точности вычисления определенных интегралов методом Монте-Карло.

### Порядок работы:

1. Записать математически анализируемую функцию

$$f_{res} = \begin{cases} 5 * \sin(2\pi t) + 1 & t < 1 \\ 5 * \sin(2\pi(t - 1)) + 1 & 1 \leq t \leq 2 \\ 2,5 * \frac{2}{(t-2)+1} & t > 2 \end{cases} \quad (1)$$

2. Вычислить аналитически определенный интеграл  $F = \int_0^3 f_{res}(t)dt$
3. Разработать программу, вычисляющую величину F методом Монте-Карло при заданном числе экспериментов
4. При помощи разработанной программы вычислить определенный интеграл  $\hat{F}$  при  $N = 2^i$  экспериментах, где  $i = 0 \dots 14$

## 2. График функции $f_{res}(t)$

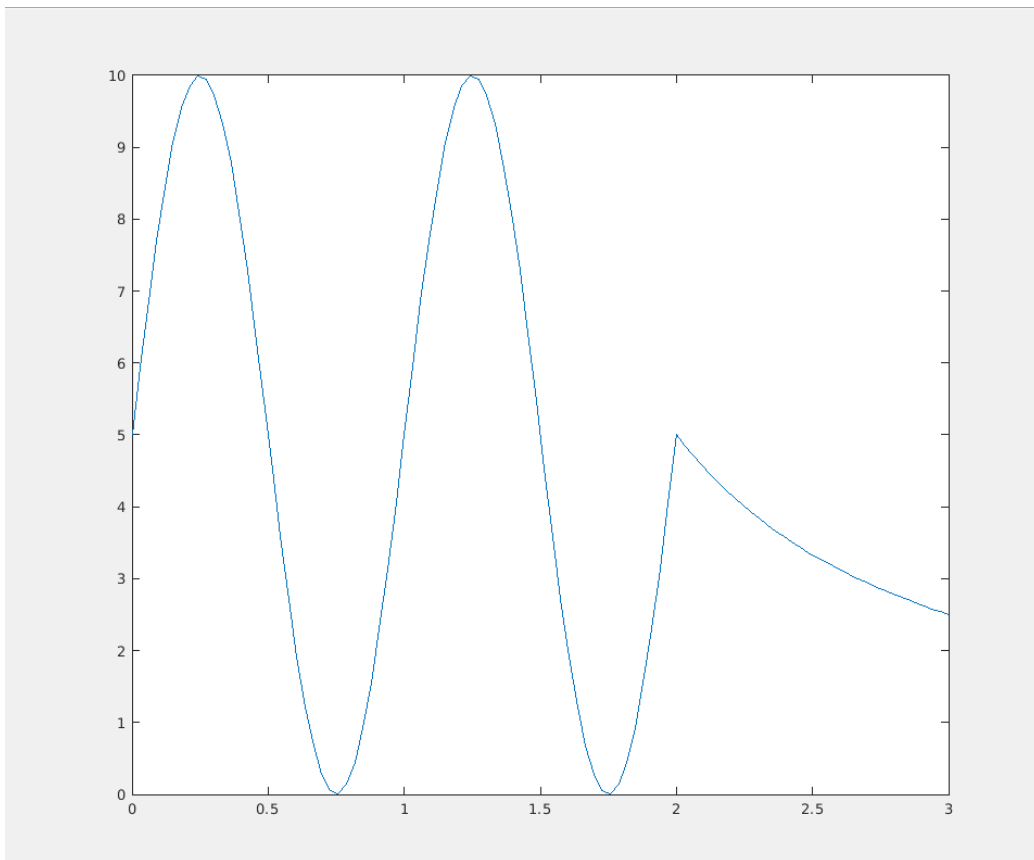


Рис. 1: График функции  $f_{res}(t)$

Можно заметить, что на интересующей области  $t = [0, 3]$  функция принимает значения от 0 до 10

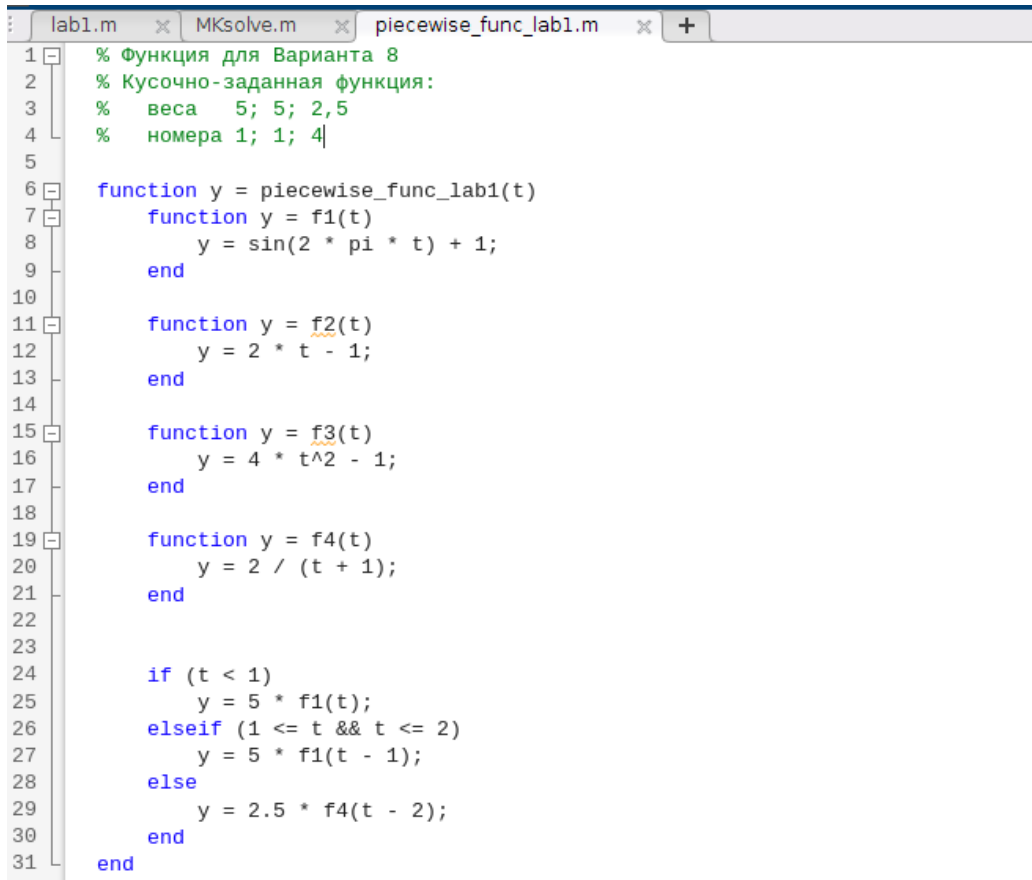
### 3. Аналитический расчет величины $F$

Проинтегрируем кусочно-заданную функцию отдельно для каждого участка

	$f_1(t)$	$f_2(t)$	$f_3(t)$
Функция	$5 * \sin(2\pi t) + 1$	$5 * \sin(2\pi(t - 1)) + 1$	$2,5 * \frac{2}{(t-2)+1}$
Неопр. интеграл	$5t - \frac{5\cos(2\pi t)}{2\pi}$	$5t - \frac{5\cos(2\pi t)}{2\pi}$	$5 \log(t - 1)$
Область	$0 \leq t \leq 1$	$1 \leq t \leq 2$	$2 \leq t \leq 3$
Значение	5.0	5.0	3.46

Просуммировав получим  $F = 13.46574$

## 4. Описание разработанной программы



```
lab1.m  x  MKsolve.m  x  piecewise_func_lab1.m  x  +
1  % Функция для Варианта 8
2  % Кусочно-заданная функция:
3  % веса 5; 5; 2,5
4  % номера 1; 1; 4|
5
6  function y = piecewise_func_lab1(t)
7      function y = f1(t)
8          y = sin(2 * pi * t) + 1;
9      end
10
11     function y = f2(t)
12         y = 2 * t - 1;
13     end
14
15     function y = f3(t)
16         y = 4 * t^2 - 1;
17     end
18
19     function y = f4(t)
20         y = 2 / (t + 1);
21     end
22
23
24     if (t < 1)
25         y = 5 * f1(t);
26     elseif (1 <= t && t <= 2)
27         y = 5 * f1(t - 1);
28     else
29         y = 2.5 * f4(t - 2);
30     end
31 end
```

Рис. 2: Текст кусочно-заданной функции для Варианта 8

```

lab1.m  MKsolve.m  piecewise_func_lab1.m  +
1  % Методы Монте-Карло для вычисления интеграла кусочно-заданной функции
2  % Принимает: N - количество экспериментов
3  % Возвращает: simple, precise - вычисленные значения для различных способов
4
5  function [simple, precise] = MKsolve(N)
6      x_min = 0;
7      x_max = 3;
8
9      |
10     % Простой способ
11     y_min = 0;
12     y_max = 10;
13     xs = rand(1, N) * (x_max - x_min) + x_min;
14     ys = rand(1, N) * (y_max - y_min) + y_min;
15
16     [n_pos, n_neg] = deal(0, 0);
17     for i = 1:N
18         func_yi = piecewise_func_lab1(xs(i));
19         if func_yi < ys(i) && ys(i) < 0
20             n_neg = n_neg + 1;
21         elseif 0 <= ys(i) && ys(i) <= func_yi
22             n_pos = n_pos + 1;
23         end
24     end
25     points_portion = (n_pos - n_neg)/N;
26
27     simple = points_portion * (x_max - x_min) * (y_max - y_min);
28
29     % Повышенная точность
30     xs = rand(1, N) * (x_max - x_min) + x_min;
31     func_ys = arrayfun(@(x) piecewise_func_lab1(x), xs);
32
33     precise = sum(func_ys)*(x_max - x_min) / N;
34 end

```

Рис. 3: Текст функции вычисления интеграла

## 5. Табличное представление результатов моделирования $F(N)$

Получим таблицу значений для двух подходов:

```

1 % Лабораторная работа 1
2 % Вычисление определённых интегралов методом Монте-Карло
3
4 function lab1
5     %x = linspace(0, 3);
6     %plot(x, arrayfun(@(x) piecewise_func_lab1(x), x));
7
8     MK_params = 1:14;
9     [results_S, results_P] = arrayfun(@(i) MKsolve(2^i), MK_params)
10    real_val = 5 + 5 + 3.46574;
11
12    plot(MK_params, results_S, 'r', ...
13         MK_params, results_P, 'g', ...
14         MK_params, real_val*ones(size(MK_params)), 'm');
15    title('Сравнение методов')
16    legend('Простой МК', 'Точный МК', 'Реальная величина');
17    xlabel('log(Количества точек)')
18    ylabel('Вычисленное значение')
19
20 end

```

Рис. 4: Текст процесса перебора экспериментов

```

>> lab1
results_S =
    0    7.5000    7.5000    16.8750    13.1250    15.4688    11.9531    13.4766    15.1172    14.0039    13.8721    13.6230    13.6047    13.3466

results_P =
    20.5820    10.5516    12.8245    14.0721    15.0206    12.4323    13.3442    13.1423    13.1189    13.3275    13.2052    13.2764    13.4516    13.5542

>>

```

Рис. 5: Вывод программы

$2^i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Простой	0.00	7.50	7.50	16.87	13.12	15.47	11.95	13.48	15.12	14.00	13.88	13.35
Точный	20.58	10.55	12.82	14.07	15.02	12.43	13.14	13.12	13.33	13.20	13.27	13.55

## 6. График по рассчитанной таблице

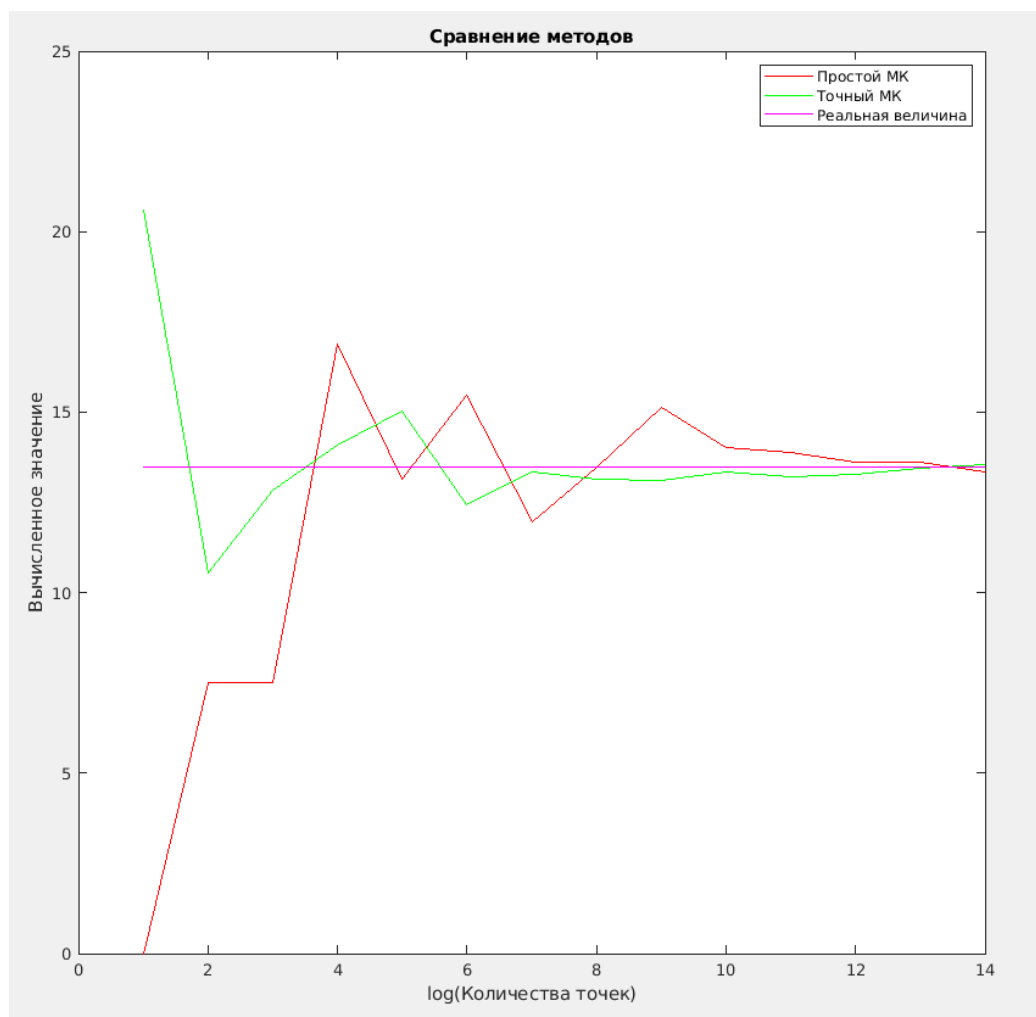


Рис. 6: Сравнение графиков методов



## 7. Выводы

Целью данной лабораторной работы было изучение метода Монте-Карло и его применение. В процессе выполнения были реализованы 2 метода оценки интеграла функции:

- простой - основанный на площадях фигур
- с повышенной точностью - вычисление функции на случайных величинах  $a_1 \dots a_N$

На основе вывода программы были получены оценки интеграла функции двумя методами для различного количества случайных точек; построен график сравнения оценок с исходным, вычисленным аналитически, значением интеграла функции.