

Лабораторная работа 3

Моделирование аналоговых сигналов

Выполнил:
студент гр. Р4106
Игнашов Иван Максимович
Вариант 8

1. Цель работы

Изучение вариантов вычисления операций над сигналом.

Порядок работы:

1. Сформировать в ЭВМ анализируемый сигнал

$$s(t) = \begin{cases} A \cos(2\pi f_0 t + \phi_0) & t \in T[t_1, t_2] \\ 0 & \end{cases} \quad (1)$$

2. Для сигнала вычислить аналитически:

- производную от сигнала - $g(t) = \frac{ds(t)}{dt}$
- определённый интеграл от сигнала на интервале $[t_1, t_2]$ - $I = \int_{t_1}^{t_2} s(t) dt$
- энергию сигнала - $E = \int_{t_1}^{t_2} s^2(t) dt$
- среднюю мощность (за длительность сигнала) $P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} s^2(t) dt$

3. Вычислить те же характеристики сигнала при помощи приближенных методов (численный метод):

- производную от сигнала - $g_i = \frac{s_{i+1} - s_i}{\delta t}$
- определённый интеграл от сигнала на интервале $[t_1, t_2]$ - $I = \delta t \sum_{i=0}^{N-1} \frac{s_i + s_{i+1}}{2}$
- энергию сигнала - $E = \delta t \sum_{i=0}^{N-1} s_i^2$
- среднюю мощность (за длительность сигнала) $P = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} s_i^2$

4. Экспериментально подобрать такой временной шаг, при котором ошибка расчёта энергии сигнала не превышает 1%

2. Аналитический расчёт искомых величин

Определённый интеграл

$$I = \int_{t_1}^{t_2} s(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} A * t * \cos(2\pi * f_0 * t + \phi_0)dt = \int_{10^{-5}}^{2*10^{-5}} 10^5 * t * \cos(2 * \pi * 10^5 * t + \frac{\pi}{2})dt$$

$$\int 10^5 * t * \cos(2 * \pi * 10^5 * t + \frac{\pi}{2})dt = 10^5 * \int -t * \sin(2 * 10^5 \pi t)dt = \\ = \frac{t \cos(2 * 10^5 \pi t)}{2\pi} - \frac{1}{2\pi} \int \cos(2 * 10^5 \pi t)dt = \frac{t \cos(2 * 10^5 \pi t)}{2\pi} - \frac{\sin(2 * 10^5 \pi t)}{4 * 10^5 \pi^2} + const$$

$$I = (\frac{t \cos(2 * 10^5 \pi t)}{2\pi} - \frac{\sin(2 * 10^5 \pi t)}{4 * 10^5 \pi^2})|_{10^{-5}}^{2*10^{-5}} = \frac{1}{2 * 10^5 \pi} + (-\frac{\sin(u)}{4 * 10^5 \pi^2})|_{2\pi}^{4\pi} = \frac{1}{2 * 10^5 \pi}$$

$$I \approx 1.5915 * 10^{-6}$$

Производная функции

$$s'(t) = \frac{d}{dt}(10^5 t \cos(2 * 10^5 \pi t + \frac{\pi}{2})) = -10^5 (\sin(2 * 10^5 \pi t) + 2 * 10^5 \pi t \cos(2 * 10^5 \pi t))$$

Энергия сигнала

$$E = \int_{t_1}^{t_2} s^2(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} (A * t * \cos(2\pi * f_0 * t + \phi_0))^2 dt = \int_{10^{-5}}^{2*10^{-5}} 10^{10} * t^2 * \cos^2(2 * \pi * 10^5 * t + \frac{\pi}{2})dt$$

$$\int 10^{10} * t^2 * \cos^2(2 * \pi * 10^5 * t + \frac{\pi}{2})dt = 10^{10} \int t^2 \sin^2(2 * 10^5 \pi t)dt = 10^{10} \int t^2 (\frac{1 - \cos(4 * 10^5 \pi t)}{2})dt = \\ = 5 * 10^9 \int (t^2 - t^2 \cos(4 * 10^5 \pi t))dt = 5 * 10^9 * (\int t^2 dt - \int t^2 * \cos(4 * 10^5 \pi t)dt) = \dots$$

для $t^2 \cos(4 * 10^5 \pi t)$:

$$\int f dg = fg - \int g df, \text{ где } f = t^2 (df = 2t dt); dg = \frac{\sin(4 * 10^5 \pi t)}{4 * 10^5 \pi} (g = \frac{\sin(4 * 10^5 \pi t)}{4 * 10^5 \pi}) \\ \dots = (-\frac{12.5 * 10^3 t^2 \sin(4 * 10^5 \pi t)}{\pi} + 25 * 10^3 \int t \sin(4 * 10^5 \pi t)dt + 5 * 10^9 \int t^2 dt = \dots$$

для $t \sin(4 * 10^5 \pi t)$:

$$\int f dg = fg - \int g df, \text{ где } f = t (df = dt); dg = \sin(4 * 10^5 \pi t) (g = -\frac{\cos(4 * 10^5 \pi t)}{4 * 10^5 \pi}) \\ \dots = -\frac{12.5 * 10^3 t^2 \sin(4 * 10^5 \pi t)}{\pi} - \frac{t \cos(4 * 10^5 \pi t)}{16 \pi^2} + \frac{1}{16 \pi^2} \int \cos(4 * 10^5 \pi t)dt + 5 * 10^9 \int t^2 dt$$

Получается:

$$E = -\frac{1}{16*10^5\pi^2} + \frac{1}{16\pi^2} \int_{10^{-5}}^{2*10^{-5}} \cos(4*10^5\pi t) dt + 5*10^9 \int_{10^{-5}}^{2*10^{-5}} t^2 dt = -\frac{1}{16*10^5\pi^2} + \frac{1}{64*10^5\pi^3} \int_{4\pi}^{8\pi} \cos(u) du + 5*10^9 \int_{10^{-5}}^{2*10^{-5}} t^2 dt$$

$$E = -\frac{1}{16*10^5\pi^2} + \frac{5*10^9 t^3}{3} \Big|_{10^{-5}}^{2*10^{-5}} = \frac{7}{6*10^5} - -\frac{1}{16*10^5\pi^2} = \frac{56\pi^2-3}{48*10^5\pi^2} \approx 0.000011603$$

Средняя мощность

$$P = \frac{1}{t_2-t_1} E \quad P = \frac{10^5}{*} \frac{56\pi^2-3}{48*10^5\pi^2} \approx 1.1603$$

3. Символьное вычисление характеристик сигнала в MatLab

4. Пример расчёта через дискретный эквивалент

5. Выводы

Таблица сравнения методов вычисления:

Операция	Аналитический	Автоматизированный аналитический	Численный
Интеграл			
Энергия			
Мощность			

Целью данной лабораторной работы было изучение алгоритмов получения на ЭВМ чисел с заданным законом распределения и построения гистограмм.

В процессе выполнения был реализован способ генерации случайных чисел с эрланговским законом распределения.

Для выборок, полученных данным генератором были построены гистограмма и графики зависимости значений мат. ожидания и дисперсии от объема выборки.