Informe

Un Problema de Reparación

Richard Alejandro Matos Arderí

Grupo 311, Ciencia de la Computación

Facultad de Matemática y Computación

Universidad de La Habana

MATCOM

2025

Índice

1 Introducción

2 Definición del problema

Un sistema necesita n máquinas en funcionamiento para operar. Para protegerse contra fallos, se mantienen máquinas adicionales como repuestos. Cuando una máquina falla, es reemplazada inmediatamente por un repuesto y enviada a la instalación de reparación. Esta instalación consta de una sola persona que repara las máquinas una a la vez. Una vez reparada, una máquina se convierte en un repuesto disponible (ver Figura 7.4). Los tiempos de reparación son variables aleatorias independientes con una función de distribución común G. El tiempo de funcionamiento antes de fallar, para cada máquina, es una variable aleatoria independiente con función de distribución F.

El sistema çolapsaçuando una máquina falla y no hay repuestos disponibles. Suponiendo que inicialmente hay $n + s$ máquinas funcionales (n en uso y s como repuestos), estamos interesados en simular este sistema para aproximar $E[T]$, donde T es el tiempo en que el sistema colapsa.

Variables Utilizadas en la Simulación

- **Variable de tiempo:** t

- **Variable de estado del sistema:** r, el número de máquinas fuera de servicio en el tiempo t.

Se dice que ocurre un "evento" cuando:

1. Una máquina en funcionamiento falla.
2. Se completa una reparación.

Para determinar cuándo ocurrirá el próximo evento, necesitamos realizar un seguimiento de los tiempos de fallo de las máquinas en uso y el tiempo de finalización de la reparación actual. Es conveniente almacenar estos tiempos en una lista ordenada:

$$\text{Lista de eventos: } t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq \cdots \leq t_n, t^*$$

donde $t_1, \ldots, t_n$ son los tiempos (en orden) en que las n máquinas en uso fallarán, y t^* es el tiempo en que la máquina en reparación volverá a estar operativa, o $t^* = \infty$ si no hay ninguna máquina en reparación.

Inicialización de la Simulación

1. Establecer $t = r = 0$, $t^* = \infty$.
2. Generar $X_1, \ldots, X_n$, variables aleatorias independientes con distribución F.
3. Ordenar estos valores y asignar t_i como el i-ésimo valor más pequeño, $i = 1, \ldots, n$.
4. Establecer la lista de eventos: $t_1, \ldots, t_n, t^*$.

Actualización del Sistema

La actualización depende de los siguientes casos:

Caso 1: $t_1 < t^*$

1. Restablecer $t = t_1$.
2. Restablecer $r = r + 1$ (otra máquina ha fallado).
3. Si $r = s + 1$, detener la simulación y registrar $T = t$ (el sistema colapsa).
4. Si $r < s + 1$:

   - Generar una variable aleatoria X con distribución F (tiempo de funcionamiento del repuesto).

   - Reordenar los valores $t_2, t_3, \ldots, t_n, t + X$ y actualizar t_i como el i-ésimo valor más pequeño.

   - Si $r = 1$, generar una variable aleatoria Y con distribución G y restablecer $t^* = t + Y$.

Caso 2: $t^* \leq t_1$

1. Restablecer $t = t^*$.
2. Restablecer $r = r - 1$.
3. Si $r > 0$, generar una variable aleatoria Y con distribución G y restablecer $t^* = t + Y$.
4. Si $r = 0$, establecer $t^* = \infty$.

Resultados de la Simulación

Cada vez que el sistema colapsa ($r = s + 1$), decimos que se completa una ejecución. La salida de la ejecución es el tiempo de colapso T. Realizamos k ejecuciones, con salidas sucesivas $T_1, \ldots, T_k$. Estas variables son independientes y representan tiempos de colapso. Su promedio,

$$\frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} T_i,$$

es una estimación de $E[T]$, el tiempo medio de colapso. El método para determinar el valor de k se discute en el Capítulo 8, que presenta técnicas para analizar estadísticamente los resultados de las simulaciones.