

Esercizi d'esame sulla numerosità campionaria

Esercizio 1

In una popolazione di 4000 unità siamo interessati alle seguenti due proporzioni:

P1=proporzione di individui che possiedono la lavatrice

P2=proporzione di individui che possiedono un computer laptop

È noto a priori che:

$45\% \leq P1 \leq 65\%$, e $5\% \leq P2 \leq 10\%$.

Determinare la dimensione campionaria necessaria in un campionamento casuale semplice, qualora sia richiesto che valgano contemporaneamente le seguenti condizioni:

- l'errore assoluto di stima sia pari a 2 punti percentuali per P1, a un livello di confidenza del 95%.
- l'errore assoluto di stima sia pari a 1 punto percentuale per P2, a un livello di confidenza del 95%.

SOLUZIONE

$N=4000$

$45\% \leq P1 \leq 65\%$, quindi max variabilità $P1=50\%$. $D1=0.02$

$5\% \leq P2 \leq 10\%$ quindi max variabilità $P2=10\%$. $D2=0.01$

$$n \cong \frac{z_{\alpha/2}^2 \frac{s^2}{D^2}}{1 + \frac{z_{\alpha/2}^2 s^2}{D^2 N}} = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}}$$

N	D	p	z	n0	n
4000	0.02	0.5	1.96	2401	1500
4000	0.01	0.1	1.96	3457.44	1854

Esercizio 2 (4 punti) 18/2/2019

Su incarico dell'Amministrazione regionale, una società di audit vuole fare una verifica per campione della conformità rispetto a determinati standard di un lotto di $N=10.000$ documenti contabili.

Sapendo che, nel recente passato, nel controllo di conformità di analoghi documenti, si è trovata una quota di non-conformi tra il 6 e l'8%, e supponendo di effettuare un campione casuale semplice, determinare la numerosità campionaria necessaria per accertare la proporzione di documenti non conformi ad un livello di significatività del 95%, decidendo a questo fine un margine d'errore che si reputa adeguato.

$$N=10.000$$

$$6\% \leq P \leq 8\%, \text{ quindi max variabilità } P=8\%. \quad D1=0.01$$

$$n_0 = 2827$$

$$n = 2203$$

Esercizio 3 (6 punti) 17/9/2018

1. Data una popolazione di 10.000 lampadine, determinare la numerosità campionaria necessaria per accertare la proporzione di lampadine non conformi, a un livello di significatività del 95%. Si consideri che un'ipotesi iniziale è che tale proporzione sia al massimo 0,01. Si decida il margine d'errore ritenuto adeguato in questa situazione.
2. Una volta definita la numerosità campionaria, viene svolta l'indagine. Risultano 12 lampadine non conformi. Si costruisca l'intervallo di confidenza della proporzione di lampadine non conformi e si valuti se è rispettata la proporzione ritenuta accettabile citata al punto 1)

Soluzione:

$$n = \frac{z_{\alpha/2}^2 S^2}{D^2 + \frac{z_{\alpha/2}^2 S^2}{N}} = \frac{1.96^2 * 0.01 * 0.99}{0.005^2 + \frac{1.96^2 * 0.01 * 0.99}{10000}} = 1321$$

Il valore osservato di p è $12/1321 = 0.009$

$$f = 1321/10000 = 0.13$$

$$1-f = 0.87$$

$$\hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{(1-f)\hat{p}(1-\hat{p})}{n-1}} \leq P \leq \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{(1-f)\hat{p}(1-\hat{p})}{n-1}}$$

$$0.009 - 0.0048 < p < 0.009 + 0.0048$$

$$0.0042 < p < 0.138$$

Poiché il valore 0.01 è contenuto nell'intervallo di confidenza possiamo dir che questa partita di lampadine è accettabile.

Esercizio 4. (5 punti) 5/2/2018

Il Servizio Epidemiologico Regionale del Veneto intende monitorare l'effetto del programma di screening della cervice uterina e di offerta del vaccino preventivo contro l'infezione causata dal virus del papilloma umano (HPV).

Per questo motivo intende stimare la prevalenza (prevalenza = proporzione) dell'infezione da HPV dopo due anni dal vaccino (nel 2017) mediante un'indagine campionaria.

Fissato che:

- Le adolescenti in Veneto sottoposte a vaccinazione nel 2015, ovvero la nostra popolazione di interesse, sono state 22mila.
- A livello nazionale la prevalenza dell'infezione HPV è del 7-16%
- La stima deve cadere nell'intervallo di confidenza nel 95% dei casi
- L'errore ammesso è al massimo pari a 3 punti percentuali

Determinare la numerosità campionaria necessaria a stimare la prevalenza dell'infezione da HPV nelle adolescenti vaccinate in Veneto nel 2015.

Effettuare lo stesso calcolo nel caso in cui l'indagine sia svolta solo nell'ULSS di Padova, dove le adolescenti vaccinate sono 2000. Commentare la differenza rispetto al risultato precedente.

Svolgimento esercizio 4.

$$N=22000, p=0,16$$

$$n \cong \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}} = \frac{\frac{z_{\alpha/2}^2 s^2}{D^2 + \frac{z_{\alpha/2}^2 s^2}{N}}}{1 + \frac{n_0}{N}} = 559$$

Caso 2: N=2000

$$n = 446$$