

MANUELA SCIONI
Dipartimento di Scienze Statistiche
manuela.scioni@unipd.it





#### LA STRATIFICAZIONE

Stratificare una popolazione significa ripartirla in sottopopolazioni, dette strati.

#### PERCHÉ SI STRATIFICA?

- 1. Perché la popolazione è naturalmente organizzata in sottopopolazioni
- Per evidenziare insiemi di unità significative per la ricerca (come unità rare, sottoclassi della popolazione, gruppi estremi,...)
- 3. Per separare sottopopolazioni fisicamente isolate e con caratteristiche speciali (residenti in istituti assistenziali, in aree terremotate o alluvionate,...)
- Per individuare unità da rilevare con tecniche particolari (es: telefono)
- 5. Per introdurre il massimo del controllo nella selezione, pur mantenendola casuale
- 6. Per rendere omogenee le sottopopolazioni rispetto alle variabili da rilevare, cosicché le stime sono più efficienti rispetto a quelle ottenibili col CCS

#### LE VARIABILI DI STRATIFICAZIONE

- Deve esserci una relazione fra variabili di stratificazione e la variabile di interesse.
- Il campionamento stratificato è efficiente se gli strati sono omogenei al loro interno e molto diversi fra loro (ovvero se è grande la varianza fra gruppi ed è piccola la varianza entro gruppi)
- È più efficiente usare più variabili di stratificazione anziché più modalità della stessa variabile
- Per indagini sul territorio sono sempre utilizzate le ripartizioni amministrative come variabile di stratificazione. Altre variabili utilizzate sono: la densità della popolazione, la distinzione fra zona rurale e urbana, l'altimetria
- Le variabili di stratificazione sono variabili qualitative, o variabili quantitative ridotte in classi

#### IL CAMPIONAMENTO STRATIFICATO

Il campionamento stratificato consiste nella selezione di un campione probabilistico all'interno di ciascuno degli strati e nell'utilizzo combinato degli stimatori ottenuti in ogni strato. Si può formare un campione con un criterio diverso in ogni strato

#### Scelte per formare un campione stratificato



#### NOTAZIONE PER UN CAMPIONAMENTO STRATIFICATO

Strato	h	1,,h,,H	Popolazione
Unità componenti	$N_h$	N <sub>1</sub> ,,N <sub>h</sub> ,, N <sub>H</sub>	N
Unità campionarie	$n_h$	n <sub>1</sub> ,,n <sub>h</sub> ,, n <sub>H</sub>	п
"Peso"	$W_h = N_h/N$	$W_1,,W_h,,W_H$	1
Varianza interna	$S_h^2$	$S_1^2,\ldots,S_h^2,\ldots,S_H^2$	$s^2$
Frazione di campionamento	$f_h = n_h/N_h$	$f_1,,f_h,,f_H$	f

### PARAMETRI DI POPOLAZIONE

$$t_h = \sum_{j=1}^{N_h} Y_{hj}$$

Totale dello strato h

$$t = \sum_{h=1}^{H} t_h$$

Totale di popolazione

$$\overline{Y}_{hU} = \frac{\sum_{j=1}^{N_h} Y_{hj}}{N_h}$$

Media di strato

$$\overline{Y}_U = \frac{t}{N} = \sum_{j=1}^{N_h} \sum_{h=1}^{H} \frac{Y_{hj}}{N}$$
 Media di popolazione

$$S_h^2 = \sum_{j=1}^{N_h} \frac{(Y_{hj} - \overline{Y}_{hU})^2}{N_h - 1}$$
 Varianza di strato

#### STIME CAMPIONARIE

$$\overline{y}_h = \frac{\sum_{j \in c_h} Y_{hj}}{n_h}$$

Media campionaria di strato (non distorta)

$$\widehat{t}_h = \frac{N_h}{n_h} \sum_{j \in c_h} Y_{hj} = N_h \, \overline{y}_h$$

Totale campionario di strato (n.d.)

$$\overline{y}_h = \frac{\sum_{j \in c_h} Y_{hj}}{n_h}$$

$$\widehat{t}_h = \frac{N_h}{n_h} \sum_{j \in c_h} Y_{hj} = N_h \overline{y}_h$$

$$s_h^2 = \sum_{j \in c_h} \frac{(Y_{hj} - \overline{y}_h)^2}{n_h - 1}$$

Varianza campionaria di strato

$$\hat{t}_{str} = \sum_{h=1}^{H} \hat{t}_h = \sum_{h=1}^{H} N_h \, \overline{y}_h$$

Stima del totale

$$\bar{y}_{str} = \frac{\hat{t}_{str}}{N} = \sum_{i=1}^{H} \frac{N_h}{N} \bar{y}_h = \sum_{i=1}^{H} w_h \bar{y}_h$$
 Stima della media

# STIME CAMPIONARIE (2)

La varianza dello stimatore:

$$V(\hat{t}_{str}) = V\left(\sum_{h=1}^{H} \hat{t}_h\right) = \sum_{h=1}^{H} V(\hat{t}_h) = \sum_{h=1}^{H} (1 - f_h) N_h^2 \frac{S_h^2}{n_h}$$

È stimata da:

$$\widehat{V}\left(\widehat{t}_{str}\right) = \sum_{h=1}^{H} \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right) N_h^2 \frac{s_h^2}{n_h}$$

e, di conseguenza:

$$\widehat{V}(\overline{y}_{str}) = \frac{1}{N^2} \widehat{V}(\widehat{t}_{str}) = \sum_{h=1}^{H} \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right) \left(\frac{N_h}{N}\right)^2 \frac{s_h^2}{n_h}$$

## STIMA DI UNA PROPORZIONE

Si noti che in tal caso

$$\overline{y}_h = \widehat{p}_h$$
 e  $s_h^2 = \left(\frac{n_h}{n_h - 1}\right) \widehat{p}_h (1 - \widehat{p}_h)$ 

Quindi:

$$\hat{p}_{str} = \sum_{h=1}^{H} \frac{N_h}{N} \hat{p}_h$$

$$\hat{V}(\hat{p}_{str}) = \sum_{h=1}^{H} \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right) \left(\frac{N_h}{N}\right)^2 \frac{\hat{p}_h (1 - \hat{p}_h)}{n_h - 1}$$