Esercizio ottimale

venerdì 21 maggio 2021 10:26

Una città USA ha 90.000 unità abitative, di cui 35.000 sono case singole, 45.000 sono appartamenti in stabili di proprietà, e 10.000 sono appartamenti in affitto. Si stima che il consumo medio di energia elettrica sia circa il doppio per le case rispetto agli appartamenti, e che la deviazione standard sia proporzionale alla media.

a. Volendo stimare il consumo medio di elettricità per tutte le famiglie della città, come si ritiene di allocare un campione stratificato di 900 osservazioni?

b. Si supponga di voler stimare la percentuale di famiglie che pratica il risparmio energetico. In indagini precedenti si è stimato che circa il 45% dei proprietari di casa, il 25% dei proprietari di appartamento e il 3% degli affittuari praticano questo tipo di risparmio. Qual è il guadagno presunto applicando il campionamento proporzionale rispetto al campionamento casuale semplice (n=900)?

$n = 900 \rightarrow$ ALLOCAZIONE OTTIMALE

$W_h = N_h / N$

$$n_h = n \cdot \frac{W_h \cdot S_h}{\sum_h W_h S_h}$$

$N = 90.000$

$N_1 = 35000 \quad N_2 = 45000 \quad N_3 = 10000$

Y var interesse Consumo di elett.

μ par interesse Consumo medio

$\mu_1 = 2\mu_2 \qquad \sigma_1 = k\mu_1 = 2k\mu_2$

$\mu_2 = \mu_3 \qquad \sigma_2 = k\mu_2 = k\mu_2$

$\sigma_3 = k\mu_3 = k\mu_2$

$W_1 = 35000/90000 = 0.39$

$W_2 = 45000/90000 = 0.5$

$W_3 = 10000/90000 = 0.11$

$n_1 = 505 \quad n_2 = 323 \quad n_3 = 72$

NUM. PROPORZIONALE

$f = n/N = 900/90000 = 0{,}01$

$n_{1pr} = 0.01 \cdot N_1 = 0{,}01 \cdot 35000 = 350$

$n_{2pr} = f \cdot N_2 = 0{,}01 \cdot 45000 = 450$

$n_{3pr} = f N_3 = 0{,}01 \cdot 10000 = 100$

$$Den = \sum_h W_h \cdot S_h = 0.39 \cdot 2k\mu_2 + 0.5 \cdot k\mu_2 + 0.11 k\mu_2 = k\mu_2(0.78 + 0.5 + 0.11) = 1.39 \cdot k \cdot \mu_2$$

$$n_1 = n \cdot \frac{W_1 \cdot S_1}{Den} = 900 \cdot \frac{0.39 \cdot 2\cancel{k\mu_2}}{1.39\cancel{k\mu_2}} = 900 \cdot \frac{0.78}{1.39} = 900 \cdot 0.56 \cong 505$$

$$n_2 = 900 \cdot \frac{0.5\cancel{k\mu_2}}{1.39\cancel{k\mu_2}} \cong 323 \qquad n_3 = 900 \cdot \frac{0.11\cancel{k\mu_2}}{1.39 \cdot \cancel{k\mu_2}} \cong 72$$

Esercizio ottimale

Una città USA ha 90.000 unità abitative, di cui 35.000 sono case singole, 45.000 sono appartamenti in stabili di proprietà, e 10.000 sono appartamenti in affitto. Si stima che il consumo medio di energia elettrica sia circa il doppio per le case rispetto agli appartamenti, e che la deviazione standard sia proporzionale alla media.

a. Volendo stimare il consumo medio di elettricità per tutte le famiglie della città, come si ritiene di allocare un campione stratificato di 900 osservazioni?
b. Si supponga di voler stimare la percentuale di famiglie che pratica il risparmio energetico. In indagini precedenti si è stimato che circa il 45% dei proprietari di casa, il 25% dei proprietari di appartamento e il 3% degli affittuari praticano questo tipo di risparmio. Qual è il guadagno presunto applicando il campionamento proporzionale rispetto al campionamento casuale semplice (n=900)?

$N = 90.000$

$N_1 = 35000 \quad N_2 = 45000 \quad N_3 = 10000$

Y var interesse consumo di elett.

μ par interesse consumo medio

$\mu_1 = 2\mu_2 \qquad \sigma_1 = k\mu_1 = 2k\mu_2$

$\mu_2 = \mu_3 \qquad \sigma_2 = k\mu_2 = k\mu_2$

$\sigma_3 = k\mu_3 = k\mu_2$

$n = 900 \rightarrow$ ALLOCAZIONE OTTIMALE

$$n_h = n \cdot \frac{W_h \cdot S_h}{\sum_h W_h S_h} \qquad W_h = N_h / N$$

$W_1 = 35000/90000 = 0.39$

$W_2 = 45000/90000 = 0.5$

$W_3 = 10000/90000 = 0.11$

NUM OTTIMALE

$n_1 = 505 \quad n_2 = 323 \quad n_3 = 72$

NUM. PROPORZIONALE

$\rightarrow f = n/N = 900/90000 = 0{,}01$

$n_{1_{pr}} = 0.01 \cdot N_1 = 0{,}01 \cdot 35000 = 350$

$n_{2_{pr}} = f \cdot N_2 = 0{,}01 \cdot 45000 = 450$

$n_{3_{pr}} = f N_3 = 0{,}01 \cdot 10000 = 100$

b) Y risparmio energetico / dicotomico

p % di fam che pratica il risp. energetico

$$\text{DEFF} = \frac{Var(\hat{p}_{pr})}{Var(\hat{p}_{ccs})}$$

$p_1 = 0.45$

$p_2 = 0.25$

$p_3 = 0.03$

$$Var(\hat{p}_{pr}) = \frac{1-f}{n} \sum_{h=1}^{3} W_h \cdot S_h^2 = \frac{1-0{,}01}{900} \left(0.39 \cdot S_1^2 + 0.5 \cdot S_2^2 + 0.11 \cdot S_3^2\right)$$

$$S_h^2 = \frac{n_h}{n_h - 1} p_h (1-p_h)$$

$S_1^2 = \frac{350}{349} \cdot 0.45\,(1-0.45) = 0{,}248$

$S_2^2 = \frac{450}{449} \cdot 0{,}25\,(1-0{,}25) = 0{,}188$

$S_3^2 = \frac{100}{99} \cdot 0{,}03\,(1-0{,}03) = 0{,}029$

$$\boxed{Var(\hat{p}_{pr}) = 0{,}0011 \left[0.39 \cdot 0{,}248 + 0.5 \cdot 0.188 + 0.11 \cdot 0{,}029\right] \simeq 0{,}00023}$$

$$Var(\hat{p}_{ccs}) = \frac{1-f}{n} \cdot S^2 \qquad S^2 = \frac{n}{n-1} \hat{p}(1-\hat{p}) = \frac{900}{899} \cdot 0.3 \cdot 0.7 = 0{,}210$$

$$p = \sum_{h=1}^{3} W_h \cdot p_h = 0.39 \cdot 0.45 + 0.5 \cdot 0.25 + 0.11 \cdot 0{,}03 \simeq 0.30$$

$$\boxed{Var(\hat{p}_{ccs}) = 0{,}0011 \cdot 0{,}210 = 0{,}000231}$$

$$Deff = \frac{V_{pr}}{V_{ccs}} = \frac{0{,}00023}{0{,}000231} = 0{,}922$$

$Deff < 1$ il CAMP STRAT PROP è + eff. del CCS